

**UNIVERSIDADE DO EXTREMO SUL CATARINENSE - UNESC
PÓS-GRADUAÇÃO ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

CRISTINA FELIPE DE MATOS

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DAVYDOVIANOS SOBRE ADIÇÃO E
SUBTRAÇÃO POR ESTUDANTES BRASILEIROS DO SEXTO ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

CRICIÚMA

2013

CRISTINA FELIPE DE MATOS

**RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DAVYDOVIANOS SOBRE ADIÇÃO E
SUBTRAÇÃO POR ESTUDANTES BRASILEIROS DO SEXTO ANO
DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Monografia apresentada ao Setor de Pós-graduação da Universidade do Extremo Sul Catarinense - UNESC, para obtenção do título de especialista em Educação Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Josélia Euzébio da Rosa

Co-orientação: Prof. Dr. Ademir Damazio

CRICIÚMA

2013

À minha mãe, Nazaré, ao meu pai, Cláudio, meu
irmão Lucas, meu noivo, Ezequiel, e meus
orientadores, Josélia e Ademir.

RESUMO

O método de análise adotado foi o materialismo histórico e dialético. Mais especificamente, os três princípios básicos elaborados por Vygotski: analisar processos e não objetos; explicar ao invés de descrevê-los; e, investigar os comportamentos fossilizados. Analisamos as respostas apresentadas por estudantes brasileiros, do sexto ano do Ensino Fundamental (de uma Escola Pública da Rede Estadual, localizada no sul de Santa Catarina), ao resolverem alguns problemas sobre adição e subtração propostos por Davydov e seus colaboradores para o primeiro ano do Ensino Fundamental. Nossa hipótese de pesquisa é que a educação escolar catarinense objetiva os princípios do ensino tradicional, portanto, as respostas dos estudantes fundamentar-se-ão no pensamento empírico. Para Davydov, as dificuldades dos estudantes, podem ser resultantes dos conteúdos e dos métodos adotados. No ensino tradicional o predomínio é de conteúdos e métodos empíricos e estes, segundo Davydov, obstaculizam o desenvolvimento do pensamento teórico. Por isso, optamos pelos problemas davydovianos referentes ao primeiro ano. Partimos do pressuposto que os estudantes do ensino tradicional, mesmo do sexto ano escolar, ainda não têm desenvolvido nem o pensamento teórico proposto pelos princípios da Teoria Histórico-Cultural para o primeiro ano escolar. Não analisamos somente as respostas das crianças, por si só. Mas, consideramos também o modo de organização do processo de ensino e aprendizagem vivenciado pelos estudantes, sujeitos da pesquisa, nos anos escolares anteriores, com o propósito de investigarmos o *porquê* das respostas apresentadas. Fundamentamo-nos na Teoria Histórico-Cultural. Inicialmente, estudamos as proposições de Davydov e seus colaboradores para o processo de resolução de problemas relacionados às operações de adição e subtração e as apresentamos para os estudantes, sujeitos da pesquisa, resolverem. Após a resolução dos problemas procedemos a organização dos dados. As resoluções dos estudantes, no início da análise eram, para nós, representações caóticas. Foi necessário reduzir o concreto caótico ao abstrato e, posteriormente, a ascendermos do abstrato ao concreto pensado. Organizamos os dados em nove categorias de análise: 1) Outras operações; 2) Resolução incorreta dos algoritmos; 3) Manifestações de dúvidas; 4) Impossibilidade de resolução com justificativa de incompreensão do problema; 5) Transposições para situações particulares já conhecidas; 6) Resposta textual incompatível com o solicitado no enunciado do problema; 7) Identificaram a operação correspondente ao problema, porém, elaboraram incorretamente o algoritmo; 8) Orientaram-se por palavras-chave; 9) Não identificação dos elementos essenciais para a resolução do problema composto. Ascendemos ao concreto pensado, ao explicamos cada categoria com base nas múltiplas determinações que geraram as respostas dos estudantes. Os resultados da pesquisa indicam algumas fragilidades referentes a apropriação dos estudantes sobre resolução de problemas. Pois, estes não conseguem explicar, conceitualmente, as condições que determinam a operação matemática correta para a resolução de problemas e, conseqüentemente, não identificam a operação a ser realizada. Os estudantes, do sexto ano, ainda não desenvolveram o pensamento teórico correspondente ao primeiro ano do Ensino Fundamental previsto pelos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural. Ou seja, explicitam, no processo de resolução de problemas sobre adição e subtração, apenas o pensamento empírico.

Palavras-chave: Proposições davydovianas. Resolução de problemas sobre adição

e subtração. Resolução por estudantes brasileiros.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Ilustração 1 – Ponto, segmento e reta.....	27
Ilustração 2 – Ponto, segmento e reta.....	27
Ilustração 3 – Operações com grandezas.....	27
Ilustração 4 – Igualando as grandezas.....	28
Ilustração 5 – Os arcos	28
Ilustração 6 – Marcando as grandezas com as letras	29
Ilustração 7 – Introdução da reta numérica	30
Ilustração 8 – Adição e subtração	31
Ilustração 9 – Relação entre o todo e as partes	32
Ilustração 10 – Relação entre o todo e as partes	33
Ilustração 11 – determinação do significado do todo.....	34
Ilustração 12 – Relação parte-todo na reta numérica.....	35
Ilustração 13 – As variantes dos significados das partes do inteiro.....	36
Ilustração 14 – Relação todo-parte	36
Ilustração 15 – Representação do problema no esquema	37
Ilustração 16 – Composição da história em três problemas.....	39
Ilustração 17 – Modelo universal de resolução de problemas sobre adição e subtração.....	40
Ilustração 18 – Proposição de livro didático brasileiro.....	41
Ilustração 19 – Proposição de livro didático brasileiro.....	42
Ilustração 20 – Proposição de livro didático brasileiro.....	44
Ilustração 21 – Proposição de livro didático brasileiro.....	44
Ilustração 22 – Problema 1: Resolução por E2	50
Ilustração 23 – Problema 1: Resolução por E5	51
Ilustração 24 – Problema 1: Resolução por E17	51
Ilustração 25 – Problema 1: Resolução por E27	51
Ilustração 26 – Problema 1: Resolução por E30	51
Ilustração 27 – Problema 1: Resolução em Davydov.....	53
Ilustração 28 – Problema 2: Resolução por E8	55
Ilustração 29 – Problema 2: Resolução por E14	55
Ilustração 30 – Problema 2: Resolução por E16	55
Ilustração 31 – Problema 2: Resolução em Davydov.....	57
Ilustração 32 – Problema 3: Resolução por E16	60
Ilustração 33 – Problema 3: Resolução em Davydov.....	61
Ilustração 34 – Problema 4a: Resolução por E14	65
Ilustração 35 – Problema 4a: Resolução em Davydov.....	66
Ilustração 36 – Problema 4b: Resolução por E25	68
Ilustração 37 – Problema 4b: Resolução em Davydov.....	69
Ilustração 38 – Problema 4c: Resolução por E1	71
Ilustração 39 – Problema 4c: Resolução em Davydov	72
Ilustração 40 – Problema 5a: Resolução por E25	74
Ilustração 41 – Problema 5a: Resolução em Davydov.....	75
Ilustração 42 – Problema 5b: Resolução em Davydov.....	79
Ilustração 43 – Problema 6: Resolução por E6	82
Ilustração 44 – Problema 6: Resolução por E14	82
Ilustração 45 – Problema 6: Resolução por E30	82
Ilustração 46 – Problema 7: Resolução por E25	86

Ilustração 47 – Problema 7: Resolução em Davydov	87
Ilustração 48 – Problema 8: Resolução em Davydov	90
Ilustração 49 – Problema 9: Resolução em Davydov	93
Ilustração 50 – Problema 10: Resolução em Davydov	96
Ilustração 51 – Problema 11: Resolução em Davydov	99
Ilustração 52 – Problema 12: Resolução em Davydov	103
Ilustração 53 – Problema 13: Resolução em Davydov	106
Ilustração 54 – Problema 14: Resolução em Davydov	109
Ilustração 55 – Problema 1: Resolução por E7	112
Ilustração 56 – Problema 1: Resolução por E12	113
Ilustração 57 – Problema 2: Resolução por E27	113
Ilustração 58 – Problema 3: Resolução por E19	113
Ilustração 59 – Problema 3: Resolução por E35	113
Ilustração 60 – Problema 4b: Resolução por E9	113
Ilustração 61 – Problema 8: Resolução por E7	114
Ilustração 62 – Problema 10: Resolução por E4	114
Ilustração 63 – Problema 10: Resolução por E20	114
Ilustração 64 – Problema 12: Resolução por E24	114
Ilustração 65 – Problema 1: Resolução por E23	116
Ilustração 66 – Problema 1: Resolução por E9	117
Ilustração 67 – Problema 2: Resolução por E18	117
Ilustração 68 – Problema 10: Resolução por E10	118
Ilustração 69 – Problema 1: Resolução por E10	120
Ilustração 70 – Problema 1: Resolução por E14	120
Ilustração 71 – Problema 3: Resolução por E4	120
Ilustração 72 – Problema 1: Resolução por E15	121
Ilustração 73 – Problema 3: Resolução por E27	122
Ilustração 74 – Problema 8: Resolução por E16	122
Ilustração 75 – Problema 8: Resolução por E4	123
Ilustração 76 – Problema 10: Resolução por E23	123
Ilustração 77 – Problema 4c: Resolução por E17	123
Ilustração 78 – Problema 4a: Resolução por E8	124
Ilustração 79 – Problema 4b: Resolução por E34	124
Ilustração 80 – Problema 2: Resolução por E13	126
Ilustração 81 – Problema 5a: Resolução por E28	126
Ilustração 82 – Problema 1: Resolução por E31	126
Ilustração 83 – Problema 3: Resolução por E11	127
Ilustração 84 – Problema 12: Resolução por E23	127
Ilustração 85 – Problema 5b: Resolução por E26	129
Ilustração 86 – Problema 5b: Resolução por E11	130
Ilustração 87 – Problema 9: Resolução por E30	130
Ilustração 88 – Problema 12: Resolução por E5	131
Ilustração 89 – Problema 4c: Resolução por E33	132
Ilustração 90 – Problema 2: Resolução por E24	133
Ilustração 91 – Problema 3: Resolução por E30	133
Ilustração 92 – Problema 5b: Resolução por E20	134
Ilustração 93 – Problema 12: Resolução por E1	137
Ilustração 94 – Problema 12: Resolução por E18	137
Ilustração 95 – Problema 12: Resolução por E19	137
Ilustração 96 – Problema 12: Resolução por E35	137

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudantes ao problema 1	49
Quadro 2 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudantes ao problema 2.	54
Quadro 3 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 3.	59
Quadro 4 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 4a.	63
Quadro 5 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 4b.	67
Quadro 6 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 4c.....	70
Quadro 7 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 5a.	73
Quadro 8 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 5b.	77
Quadro 9 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 6.	80
Quadro 10 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 7.	85
Quadro 11 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 8.	88
Quadro 12 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 9.	91
Quadro 13 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 10.	94
Quadro 14 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 11.....	97
Quadro 15 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 12.	101
Quadro 16 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 13.	104
Quadro 17 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 14.	107

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IDEB	Índice de Desenvolvimento da Educação Básica
FUMDES Superior	Fundo de Apoio à Manutenção e ao Desenvolvimento da Educação Superior
GPEMAHC	Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: Abordagem Histórico-Cultural
LABMAT Damazio.	Laboratório de Estudos em Educação Matemática Prof ^o Dr. Ademir Damazio.
PCSC	Proposta Curricular de Santa Catarina
PCN	Parâmetro Curricular Nacional
PLND	Programa Nacional de Livro Didático
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
UNESC	Universidade do Extremo Sul Catarinense

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
1 PROPOSIÇÕES BRASILEIRAS E DAVYDOVIANAS PARA O ENSINO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....	24
2 O INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS E OS RESULTADOS QUANTITATIVOS.....	47
3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS	110
CONSIDERAÇÕES FINAIS	143
REFERÊNCIAS.....	147
APÊNDICE (S).....	153
ANEXOS (S)	159

INTRODUÇÃO

Os primeiros contatos com a teoria adotada na presente pesquisa ocorreram enquanto cursávamos a Licenciatura Plena em Matemática da Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC. Mais especificamente nas disciplinas de Didática I, Didática II e Filosofia da Matemática, ministrada pelo professor Dr. Ademir Damazio e, também na disciplina de Estágio Supervisionado no Ensino Fundamental I e II ministrada pelas professoras Msc. Eloir Mondardo Cardoso e Msc. Josiani Barboza Brunelli.

Durante a realização da disciplina de Estágio Supervisionado no Ensino Fundamental I, conhecemos a professora, na época mestranda, Josélia Euzébio da Rosa, estudiosa da Teoria Histórico-Cultural, mais especificamente das objetivações dos pressupostos da Teoria para o Ensino no que tange ao Ensino de Matemática, expressas nos livros didáticos elaborados por Davydov e seus colaboradores.

Na época ela conversou conosco sobre as divergências entre ensino de Matemática fundamentado nos princípios da escola tradicional e aquele com base na Teoria Histórico-Cultural como possibilidade de superação do primeiro.

Tivemos a oportunidade de aprofundar um pouco mais os fundamentos filosóficos, psicológicos e pedagógicos, da referida teoria durante as discussões realizadas no Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: Abordagem Histórico-Cultural – GPEMAHC. A participação no grupo, durante a graduação, mais especificamente no ano de 2008, foi concomitante ao período em que realizamos o estágio no então Laboratório de Estudos em Educação Matemática – LABMAT. Que hoje é denominado por Laboratório de Estudos em Educação Matemática Prof^o Dr. Ademir Damazio.

Um dos estudiosos da Teoria Histórico-Cultural no cenário nacional é o Prof^o Dr. Ademir Damazio (DAMAZIO, 1995, 1996, 1997, 2004, 2006, 2008, 2011), mentor e coordenador do GPEMAHC. Este pesquisador possibilitou aos educadores e estudantes a sua volta, inclusive a nós, a reflexão sobre o conteúdo da referida Teoria.

Ainda no ano de 2008 se intensificaram os contatos com a professora Josélia Euzébio da Rosa, por meio dos e-mails que esta enviava para o grupo com textos/artigos sobre a Teoria. Concluída a graduação e o estágio no LABMAT iniciamos a docência em escolas da Rede Pública Estadual com carga horária de

40h/a. A sobrecarga de trabalho, inclusive no dia das reuniões do grupo impossibilitou nossa participação no GPEMAHC. O mesmo ocorreu com os demais membros. Por isso, não houve reunião durante o ano de 2009 e primeiro semestre de 2010.

Mas, foi só em 2011 que retomamos ao coletivo do GPEMAHC a convite da professora Josélia Euzébio da Rosa durante a realização da primeira disciplina do curso de Pós-graduação *Latu Senso* Especialização em Educação Matemática na Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC. Nessa ocasião, fomos informados sobre a possibilidade de bolsa de estudos oferecida pelo Fundo de Apoio à Manutenção e ao Desenvolvimento da Educação Superior – FUMDES. Também foi nessa disciplina que tivemos o primeiro contato com a psicologia pedagógica fundamentada na Teoria Histórico-Cultural. Mais especificamente, no que se refere às proposições de Davydov e seus colaboradores, tais como Gorbov, Mikulina e Savieliev. A partir do livro didático de matemática para o primeiro ano do Ensino Fundamental (ДАВЫДОВ et al, 2012), do manual com as orientações metodológicas para o professor (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008) e das leituras referentes a fundamentação teórica, as quais apresentaremos mais adiante.

O processo de inscrição para a bolsa do FUMDES requeria a elaboração de um projeto com os seguintes itens: O que pretende estudar/pesquisar?; Por que pretende estudar/pesquisar o assunto que descreveu?; Como pretende realizar o estudo/pesquisa?; Justificativa quanto a aplicabilidade do curso na área de atuação.

Restavam dois dias de prazo para a inscrição da bolsa e o desejo de aprofundar as proposições davydovianas. Quem nos orientou nesse processo foi a professora Josélia. Na elaboração do projeto, durante quase 48 horas no LABMAT, tivemos contato com os livros didáticos de Matemática elaborados por Davydov e seus colaboradores, assim como também os livros de orientações ao professor sobre como utilizá-lo.

Davydov e seus colaboradores compõem um dos grupos de pesquisadores russos que pensaram o ensino de Matemática com base na Teoria Histórico-Cultural. Esse grupo elaborou uma proposta para o ensino de Matemática com vistas à superação das dificuldades advindas dos conteúdos e dos métodos do ensino tradicional. A referida proposta constitui o objeto de estudo de alguns dos integrantes do GPEMAHC. O material, originalmente escrito em russo, foi publicado em livros didáticos, livros de orientação ao professor e em cadernos dos alunos.

Estes estão em processo de tradução para a língua portuguesa, por solicitação do GPEMAHC, pela tradutora de nacionalidade russa, Ellvira Kim.

De acordo com as pesquisas desenvolvidas por integrantes do GPEMAHC (ROSA, 2006; BRUNELLI, 2012; EUZÉBIO, 2011; ROSA, SOARES, DAMAZIO, 2011; ROSA, 2012; ROSA, DAMAZIO, 2012; DAMAZIO, ROSA, EUZÉBIO, 2012; DAMAZIO, et all, 2012; MADEIRA, 2012), as proposições davydovianas são as que mais expressam os princípios da Teoria Histórico-Cultural. Estas são prenúncios de possibilidade de superação das angústias oriundas de nossa experiência docente. Em especial, no que se refere às dificuldades inerentes ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Por isso, constituem nosso objeto de investigação. Dada a necessidade de delimitação que uma pesquisa impõe acompanhada pelo desejo de compreender alguns “por quês” apresentados pelos estudantes durante o processo de resolução de problemas adotamos o seguinte tema de investigação¹: Resolução de problemas davydovianos sobre adição e subtração por estudantes brasileiros do sexto ano do ensino fundamental.

Conforme Damazio (2006, p. 4):

A teoria histórico-cultural advoga por uma abordagem metodológica com ênfase aos aspectos qualitativos em detrimento dos quantitativos, preocupando-se em ir além da simples descrição da realidade estudada. O interesse é para o modo de manifestação do problema e, ao mesmo tempo, numa ação dialética, priorizar: a transformação quantidade/qualidade, a interligação todo/partes, explicação/compreensão e análise/síntese.

Respaldados nas pesquisas desenvolvidas pelos integrantes do GPEMAHC, anteriormente citadas, concebemos que as proposições davydovianas para o Ensino de Matemática, objetivadas em seus livros didáticos e manual de orientação ao professor atendem aos pressupostos apresentados por Damazio (2006), inclusive no que se refere à resolução de problemas.

O recorte para a resolução de problemas foi determinado por nossa experiência docente. Na qual, os estudantes, ao se depararem com situações que envolvem a resolução de problemas, se expressam do seguinte modo: “Esse é diferente dos que estou acostumado a resolver”; “É de mais, ou é de menos?”; “O que é pra fazer aqui professora?”; “O que é diferença?”; “É só uma conta que é para

¹ Pesquisa realizada com bolsa do Fundo de Apoio à Manutenção e ao Desenvolvimento da Educação Superior.

fazer aqui, ou tem mais de uma?”.

As manifestações dos estudantes levaram-nos a elaborar os seguintes questionamentos: Quais as experiências prévias dessas crianças com a resolução de problemas? Como os autores brasileiros propõem o ensino de resolução de problemas? Qual o conteúdo e os métodos de ensino que prevaleceram durante a formação escolar inicial desses estudantes? Por que cometem tantos erros e apresentam tantas dificuldades básicas ainda no sexto ano do Ensino Fundamental? Quais as possibilidades de superação das fragilidades decorrentes do atual ensino de resolução de problemas no Brasil para o processo de aprendizagem? As proposições davydovianas poderiam contribuir para a transformação do processo de ensino e aprendizagem de resolução de problemas?

No Brasil o ensino de matemática é organizado com base nos princípios da escola tradicional (EUZEBIO, 2011; ROSA, 2006; ROSA, 2012; BRUNELLI, 2012). Entendemos por proposições tradicionais ensino, assim como Davidov (1988), aquelas proposições que focam os conceitos empíricos e adotam as singularidades dos conceitos como ponto de partida e de chegada. Ou seja, focam apenas os conhecimentos relacionados às aplicações diretas dos afazeres diários dos estudantes em situações particulares. Consequentemente promove-se apenas o desenvolvimento do pensamento empírico e relega-se a um segundo plano o desenvolvimento do pensamento teórico.

Porém, há quem considere a necessidade de estreitar ainda mais os laços dos conceitos escolares com o cotidiano dos estudantes, como por exemplo, Minuzze e Camargo (2009, p. 1):

A Educação Matemática nas escolas, em alguma delas, consiste no ensino-aprendizado de algoritmos, ou seja, na transmissão e resolução de exercícios a partir de passos e regras formais, procedimento este que mecaniza a obtenção de resultados e não contribui para a construção de conhecimentos. A Matemática, então, passa a ser encarada por grande parte dos alunos como uma disciplina difícil, chata e sem muita ligação com a realidade. Desta forma, não faz-se entender a importância e necessidade dos conhecimentos básicos desta ciência para a resolução das mais variadas situações problemas apresentadas no cotidiano.

Na especificidade do nosso objeto, por exemplo, a orientação anterior implicaria em iniciar o processo de resolução de problemas a partir de situações do dia-a-dia da criança com foco na análise para a situação singular inerente a um problema particular. Diferentemente das proposições davydovianas que propiciam a

reprodução, pelo estudante, do procedimento universal de resolução de problemas, produzido historicamente pela humanidade, a partir da relação *todo-partes* de qualquer problema singular por meio de esquemas representados geometricamente. Ou seja, há um modo universal que permite ao sujeito resolver qualquer problema independentemente da situação envolvida.

A Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina se diz fundamentada, desde 1991, na Teoria Histórico-Cultural. Na primeira versão, publicada no ano de 1991, o foco era para a filosofia marxista. Na segunda, publicada em 1998, introduziu-se um elemento novo, a psicologia Histórico-Cultural. Os demais documentos publicados pela Secretaria Estadual de Educação, até os dias atuais, confirmam a opção teórica apresentada nas duas primeiras versões (ROSA, 2006 e BRUNUELLI, 2012).

De acordo com a versão de 1998, principal referência da Secretaria, inclusive para realização de concursos públicos da atualidade, a alfabetização (SANTA CATARINA, 1998, p. 99):

[...] compreendida como apropriação das diferentes linguagens, contempla em sentido amplo a Alfabetização Matemática, *que consiste em ter desenvolvidas capacidades cognitivas próprias que permitem ao sujeito histórico a leitura e a produção de significados, a resolução de problemas de seu cotidiano, a leitura contextualizada de sua realidade social e a apropriação de novos conhecimentos, contribuindo para a realização do desejo humano de transcendência* (ABREU, 1997, mimeo).

A citação anterior, retirada da proposta curricular do Estado de Santa Catarina (1998) faz parte de sua fundamentação teórica. Embora seja um texto mimeografado e sem validade científica. Tal conduta já nos leva a questionar sobre a fidedignidade teórica da mesma, já que esta se autodenomina fundamentada na Teoria Histórico-Cultural. Além disso, na mesma citação há um forte apelo aos problemas do cotidiano dos estudantes, sem refletir sobre o movimento conceitual adequado a Teoria. O que pode acarretar no desenvolvimento, apenas, de situações empíricas (DAVYDOV, 1982).

Ainda na referida proposta apresenta-se o seguinte pressuposto, para que o professor exerça, em sala de aula, o seu trabalho:

se atualize permanentemente procurando, junto com seus colegas, conhecer e estudar as pesquisas que vêm sendo produzidas em Educação Matemática e as metodologias que vêm se firmando neste campo como, por exemplo, a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, a Resolução de

Problemas, Projetos e Teoria dos Jogos, sendo que alguns autores e respectivos trabalhos estão relacionados na bibliografia em anexo (SANTA CATARINA, 1998, p. 100).

A citação anterior nos leva a pensar nas seguintes questões: As metodologias relacionadas a Etnomatemática, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, Projetos e Teoria dos Jogos são fundamentadas na Teoria Histórico-Cultural? Algumas pesquisas realizadas por integrantes do GPEMAHC respondem negativamente a essa questão (ROSA, 2006 e BRUNUELLI, 2012).

Bom, se há equívocos na própria proposta norteadora da educação escolar catarinense, como são as aulas dos professores que atuam na referida rede? Vão ao encontro dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural? Ou reproduzem os equívocos apresentados na Proposta Curricular de Santa Catarina? E no que se refere à apropriação dos estudantes? Quais os resultados do processo de aprendizagem? Os resultados produzidos pela educação escolar catarinense refletem os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural ou do ensino tradicional?

Analisamos as respostas apresentadas por estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede estadual, localizada no sul de Santa Catarina.

Com base na problemática apresentada anteriormente, elaboramos o seguinte objetivo de pesquisa: Analisar as respostas apresentadas por estudantes brasileiros, do sexto ano do Ensino Fundamental, ao resolverem alguns problemas sobre adição e subtração propostos por Davydov e seus colaboradores para o primeiro ano do Ensino Fundamental.

Nossa hipótese de pesquisa é que a educação escolar catarinense objetiva os princípios do ensino tradicional, assim como faz a proposta curricular. Por isso, optamos pelos problemas davydovianos referentes ao primeiro ano. Partimos do pressuposto que os estudantes do ensino tradicional, mesmo do sexto ano escolar, ainda não têm desenvolvido o pensamento teórico proposto pelos princípios da Teoria Histórico-Cultural para o primeiro ano escolar.

Os objetivos específicos são:

- Estudar os fundamentos da Teoria Histórico-Cultural;
- Estudar as proposições de Davydov para o processo de resolução de problemas relacionados às operações de adição e subtração;
- Investigar o modo de organização do processo de ensino e aprendizagem

vivenciado pelos estudantes sujeitos da pesquisa nos anos escolares anteriores;

- Investigar as possibilidades de superação das possíveis fragilidades detectadas na pesquisa, no que se refere ao processo de ensino e aprendizagem de resolução de problemas com base nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural.

Para atender aos objetivos realizamos algumas ações. Primeiro elaboramos um roteiro composto de *catorze* problemas (*um* subdividido em *três* novos problemas e outro em *dois*, ou seja, ao todo, foram *dezessete* questões - Anexo A), sobre adição e subtração, extraídos do livro didático escrito por Davydov e seus colaboradores para o primeiro ano do Ensino Fundamental. Em seguida propomos a resolução dos mesmos para trinta e seis estudantes de duas turmas de sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual localizada no sul de Santa Catarina. O desenvolvimento dos problemas pelos estudantes perdurou por, aproximadamente, quatro aulas de 45 minutos cada. Alguns estudantes precisaram apenas de duas horas aulas para desenvolver os problemas. Porém, a maioria deles necessitaram de quatro aulas completas.

Os problemas foram propostos para os estudantes desenvolverem antes que o (a) professor (a) titular das turmas iniciasse o ensino de resolução de problemas sobre adição e subtração. Pois o ensino sobre o referido conteúdo é proposto no currículo brasileiro desde o primeiro ano do Ensino Fundamental I. O (a) professor (a) titular das duas turmas, dos sextos anos aos quais os estudantes sujeitos da pesquisa estavam matriculados, seguia a sequência de conteúdos apresentada no livro didático. Desse modo, a professora iniciou o ano letivo com o ensino dos sistemas de numeração egípcio, babilônio, romano e indo-arábico. Na sequência, conforme previa o livro didático, iria iniciar o capítulo referente a adição e subtração no qual eram apresentados alguns problemas.

Foi nesse momento, que propomos os problemas para os estudantes resolver. Vale ressaltar que resolução de problemas fez parte do rol de conteúdos nos cinco anos escolares anteriores. Ou seja, não se trata de algo novo, ou, pelo menos, não deveria ser.

O (a) professor (a) titular considerou os problemas como uma das avaliações de aprendizagem sob a justificativa de que as crianças poderiam não se dedicar com tanto empenho.

Após a resolução dos problemas pelos estudantes, procedemos a organização dos dados. As resoluções, início da análise eram representações

caóticas das produções dos estudantes. Foi necessário reduzir o concreto caótico (todas as respostas dos estudantes) ao abstrato (organização dos dados em quadros que culminou no levantamento de nove categorias de análise) e, posteriormente, a ascensão do abstrato ao concreto pensado (explicação das categorias elaboradas a partir de suas múltiplas determinações). A categorização dos dados mediada pelos quadros (redução do concreto caótico ao abstrato) foi um trabalho árduo. Uma tarefa intensa, difícil, e que precisamos desprender muito de tempo para realizá-la (oito meses). Isso ocorreu, porque,

a essência do fenômeno na sua forma mais desenvolvida não se apresenta ao pesquisador de forma imediata, mas sim de maneira mediatizada e essa mediação é realizada pelo processo de análise, o qual trabalha com abstrações. Trata-se do método dialético de apropriação do concreto pelo pensamento científico através da mediação do abstrato. A análise seria um momento do processo de conhecimento, necessário à compreensão da realidade investigada em seu todo concreto (DUARTE, 2000, p. 84).

A resolução, por 36 estudantes, dos dezessete problemas, culminou em *seiscentas e doze* respostas para serem analisadas, *uma a uma*. Até chegarmos a versão final dos quadros, nos quais organizamos os dados, elaboramos três diferentes. Até chegarmos à quarta versão (versão final), na qual, organizamos o quadro em três colunas. Foi durante a elaboração dessa última versão que categorizamos os dados em nove categorias de análise (concreto pensado) que elencamos: 1) Outras operações; 2) Resolução incorreta dos algoritmos; 3) Manifestações de dúvidas; 4) Impossibilidade de resolução com justificativa de incompreensão do problema; 5) Transposições para situações particulares já conhecidas; 6) Resposta textual incompatível com o solicitado no enunciado do problema; 7) Identificaram a operação correspondente ao problema, porém, elaboraram incorretamente o algoritmo; 8) Orientaram-se por palavras-chave; 9) Não identificação dos elementos essenciais para a resolução do problema composto.

Fazia parte do processo de resolução do problema a solicitação de explicação, por parte do estudante, sobre como pensou para resolvê-lo. Tais explicações foram imprescindíveis ao processo de análise. Porém, não foram suficientes. Foi necessário também, entrevistarmos os (as) profissionais que foram professores (as) desses estudantes durante os anos anteriores. Elaboramos um roteiro de entrevista composto por quinze questões (Apêndice C) para entrevistarmos os (as) três professores (as) que atuaram na escola nos anos

anteriores e que ainda lá estavam no momento da pesquisa.

No entanto, as professoras não nos concederam a entrevista, mas se colocaram a inteira disposição para responder às questões e forma de questionário. Desse modo, entregamos impresso, um questionário para cada professor (a). E, eles (as) nos retornaram com as respostas, em manuscrito, após quatro dias. Uma das questões apresentadas aos professores (as), no questionário, referia-se aos livros didáticos por eles (as) adotados.

As respostas das professoras, os livros didáticos por elas utilizados, a proposta curricular da rede na qual a escola está inserida se constituíram em elementos mediadores para análise das resoluções dos problemas apresentadas pelos estudantes. Pois as explicações dos estudantes não eram suficientes para revelarmos a origem de seus pensamentos

Como diz Frigotto (1991, apud MARZZITELLI, 2011, p. 03). “Há, pois, a exigência necessária de uma concepção de realidade, um método capaz de desvendar as ‘leis’ fundamentais que estruturam um problema que se investiga”. Portanto, conforme Alves (2010, p. 02) para Marx:

“a investigação tem de apoderar-se da matéria, em seus pormenores, de analisar suas diferentes formas de desenvolvimento, e de permitir a conexão íntima que há entre elas. Só depois de concluído esse trabalho, é que se pode descrever, adequadamente, o movimento real”.

Ou seja, é preciso ir além das respostas aparente dos estudantes, é necessário analisar os detalhes, em seus pormenores. Devemos considerar ainda, que o processo de ensino e aprendizagem se desenvolve num movimento histórico de desenvolvimento da humanidade, por meio das relações sociais objetivadas pelo trabalho. Tal movimento histórico incide na busca incessante de procedimentos que efetivam a apropriação dos conteúdos pelos estudantes.

Conforme mencionamos, levantamos junto aos (as) professores os livros didáticos por eles utilizados. Destes, selecionamos aleatoriamente três coleções (A Conquista da Matemática, A Escola é Nossa e Porta Aberta) todos aprovados pelo Programa Nacional de Livro Didático (PLND): (GIOVANNI JR., 2011; SANTOS, RIBEIRO e SILVA, 2011; RODRIGUES; SCALA e CENTURIÓN, 2011). E, investigarmos o conteúdo e os métodos de ensino sobre resolução de problemas de adição e subtração apresentados nos livros do primeiro e do quinto ano das três

coleções. Como não detectamos, nos livros analisados, um capítulo específico sobre resolução de problemas, analisamos os capítulos referentes a adição e subtração. Pois, é nesse capítulo que são apresentados os problemas sobre adição e subtração.

Consideramos relevante a análise dos livros didáticos, na presente pesquisa, porque estes, segundo Lajolo (1996) e Machado (1996) são considerados por muitos professores, um dos elementos norteadores de sua prática.

Durante a realização da pesquisa visitamos a literatura brasileira (ONUCHIC, 1999; LORENSATTI, 2009; MOURA, ROSE e OLIVEIRA, 2010; LOPES, PAVANELLO, 2006), assim como também, alguns documentos oficiais (PCN, 1997; SANTA CATARINA, 1998). O propósito pelo estudo por tais textos literários incidia na investigação de como pensam os autores brasileiros sobre as fragilidades referentes ao processo de apropriação de resolução de problemas. E, nos documentos oficiais, analisamos as proposições para o ensino, em como orientam e quais os métodos sugeridos.

Onuchic (1999) destaca a importância da resolução de problemas para o ensino. Para ela a resolução de problemas é um campo da matemática que vem se destacando na grade curricular escolar em matemática desde Antiguidade.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs, 1997) – Matemática – apontam preocupações em relação aos dados extraídos do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), em que uma das maiores dificuldades em relação à Matemática, incide nas questões referentes a resolução de problemas. Os resultados obtidos a partir da Prova Brasil, no que se refere a resolução de problemas em matemática, são insatisfatórios. E são refletidos no Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB).

Os autores brasileiros apontam algumas causas de dificuldades em resolução de problemas. Segundo Lorensatti (2009) falta conexão entre linguagem matemática e língua portuguesa. Esse tipo de dificuldade também é levantado por Moura, Rose e Oliveira (2010, p. 5), mas acrescentam a importância de “traduzir a linguagem expressa em informações matemáticas”. Para Lopes e Pavanello (2006, p. 1), a dificuldade na resolução de problemas matemáticos é consequência da insuficiência de compreensão da linguagem matemática bem como dos cálculos.

Por outro lado, para Davydov (1982), as dificuldades dos estudantes, no processo de aprendizagem, podem também ser resultantes dos conteúdos e dos

métodos adotados. No ensino tradicional o predomínio é de conteúdos e métodos empíricos e estes, segundo Davydov (1982) obstaculizam o desenvolvimento do pensamento teórico.

Na presente pesquisa, nossa pretensão foi, também, investigar essa máxima davydoviana. Ou seja, os estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental utilizam qual tipo de pensamento ao resolverem problemas de matemática? A formação conceitual realizada nos anos escolar anteriores obstaculizou o processo de resolução de problemas pelos estudantes?

Os problemas apresentados aos estudantes foram extraídos do livro didático elaborado por Davydov e seus colaboradores (ДАВЫДОВ et al, 2012) e do manual com as orientações metodológicas para o professor (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008).

Para compreendermos as proposições davydovianas foi necessário aprofundamos o estudo das obras de Davydov em espanhol (DAVYDOV, 1982; DAVÍDOV, 1987; DAVIDOV, 1988), traduzidas diretamente da língua russa por Marta Shuare. Bem como, outras obras de autores estudiosos da Teoria Histórico-Cultural (KALMYKOVA, 1991; LÚRIA, 1990; TALÍZINA, 1988; VYGOTSKY, 1991; 1993; 1995; 2001). Davydov e seus colaboradores desenvolveram pesquisas no ensino durante vinte e cinco anos e

elaboraram e desenvolveram em sala de aula, da Rússia, um sistema educacional a partir dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural. As produções relacionadas ao ensino de Matemática foram coordenadas por Davydov, seus colaboradores e continuadores. O Sistema de Ensino de Elkonin-Davydov é recomendado, ainda hoje, pelo Ministério da Educação e Ciência da Federação Russa para o desenvolvimento em instituições de ensino daquele país (EDITORA VITA-PRESS, 2010). Além disso, é referência de algumas investigações desenvolvidas em países como Ucrânia, Cazaquistão, Noruega, França, Alemanha, Holanda, Canadá, Japão e Estados Unidos (idem) (ROSA, 2012, p. 26).

As proposições de ensino desenvolvidas por Davydov e seus colaboradores para o ensino de matemática objetivam os princípios da Teoria Histórico-Cultural. Os autores propõem o desenvolvimento do pensamento teórico por meio da apropriação dos conceitos científicos sob um método investigativo de aprendizagem (ROSA, 2012).

O método de análise que adotamos na presente pesquisa é o materialismo histórico e dialético. Este segundo Asbahr (2011, p. 102) envolve “uma lógica de conhecimento, a lógica dialética; uma concepção de homem, baseada na

historicidade e na materialidade; e uma concepção de ciência, preocupada não em descrever a realidade, mas em explicá-la e transformá-la”.

Apesar de fazer parte da natureza, [...] o homem se diferencia dela na medida em que é capaz de transformá-la conscientemente segundo suas necessidades. É através dessa interação, que provoca transformações recíprocas, que o homem se faz homem. Dessa forma, a compreensão do ser humano implica necessariamente na compreensão de sua relação com a natureza, já que é nesta relação que o homem constrói e transforma a si mesmo e a própria natureza, criando novas condições para sua existência. É através do trabalho, uma atividade prática e consciente, que o homem atua sobre a natureza. [...] A noção de produção pelo trabalho (encarado como motor do processo histórico) não apenas diferencia o homem dos animais como também o explica: é pela produção que se desvenda o caráter social e histórico do homem. O homem é um ser social e histórico e é a satisfação de suas necessidades que o leva a trabalhar e transformar a natureza, estabelecer relações com seus semelhantes, produzir conhecimentos, construir a sociedade e fazer a história. É entendido assim como um ser em permanente construção, que vai se construindo no espaço social e no tempo histórico (REGO, 1995, p. 96-97).

Kopnin (1978, p. 91) diz que: “o método é um meio de obtenção de determinados resultados no conhecimento e na prática”, ou seja, em atividade. O método é um meio de captar o produto elaborado nas relações sociais e objetivado nas produções da atividade a qual se insere.

Para Vygotski (1995, p. 47, tradução nossa), o método de investigação é o elemento fundamental de uma concepção teórica: “o objeto e o método de investigação mantêm uma relação estreita” Segundo o autor, o método de conhecimento determina o objetivo da pesquisa, “é ao mesmo tempo premissa e produto, ferramenta e resultado de uma investigação” (idem).

Estudar algo historicamente significa estudá-lo em movimento. Esta é a exigência fundamental do método dialético. Quando, numa investigação, apropriamo-nos do processo de desenvolvimento de algum fenômeno em todas as suas fases e mudanças, desde que surge até que desaparece, isto implica em desvelar sua natureza, conhecer sua essência, já que só em movimento demonstra o corpo que existe. Assim, pois, a investigação histórica da conduta não é algo que complementa ou ajuda o estudo teórico, mas que constitui seu fundamento (VYGOTSKI, 1995, p. 67-68, tradução nossa).

Vygotski constrói uma concepção metodológica a partir do método materialista histórico dialético, com base em três princípios básicos: analisar processos e não objetos; explicar ao invés de descrever; e investigar os comportamentos fossilizados, conforme apresentamos na sequência.

A) Analisar processos e não objetos; Vygotski (2003) considera que a

análise de um processo psicológico não deve ser tratado como objeto sólido e desprezado do valor histórico. A análise do desenvolvimento intelectual deve ser considerada em seu processo histórico, em movimento.

B) Explicação versus descrição; Vygotski (2003) diferencia a análise fenotípicas (descritivos) baseada em características externas e a análise genotípicas (explicativos) que revelam a gênese/origem do desenvolvimento. A relação entre as manifestações externas que revelam as manifestações internas consiste na tarefa da análise científica. “O tipo de análise objetiva que defendemos procura mostrar a essência dos fenômenos psicológicos ao invés de suas características perceptíveis”(VIGOTSKI, 1988b apud ASBAHR, 2011, p. 103).

C) Comportamento fossilizado; Conforme Vygotski (1991, p. 45):

“em psicologia, defrontamo-nos freqüentemente com processos que esmaeceram ao longo do tempo, isto é, processos que passaram através de um estágio bastante longo do desenvolvimento histórico e tornaram-se fossilizados. Essas formas fossilizadas de comportamento são mais facilmente observadas nos assim chamados processos psicológicos automatizados ou mecanizados, os quais, dadas as suas origens remotas, estão agora sendo repetidos pela enésima vez e tornaram-se mecanizados. Eles perderam sua aparência original, e a sua aparência externa nada nos diz sobre a sua natureza interna”.

Conforme Jardinetti (1996), os estudantes estão tão condicionados a memorizar por procedimentos mecânicos, que ao se depararem com uma sequência de ensino que contempla a lógica das relações, parecem sentir espanto.

Foi base nos princípios vygotskianos que não analisamos somente as respostas das crianças, por si só. Mas, consideramos também o modo de organização do processo de ensino e aprendizagem vivenciado pelos estudantes, sujeitos da pesquisa, nos anos escolares anteriores, com o propósito de investigarmos o *porquê* das respostas apresentadas.

Analisamos o processo de resolução de problemas desenvolvido por trinta e seis estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental. Não apenas descrevemos as respostas dos estudantes, mas as categorizamos e as explicamos, com base no movimento histórico de ensino as quais resultaram.

O processo de resolução de problemas desenvolvidos pelos estudantes é resultante de um processo de desenvolvimento ocorrido nos anos anteriores. Suas respostas são automatizadas ou mecanizadas. Não manifestam sua aparência original, por isso a necessidade de investigarmos o ensino que estes estudantes tiram nos anos anteriores a pesquisa.

Organizamos a presente monografia em três capítulos. No primeiro, intitulado *proposições brasileiras e davydovianas para o ensino de resolução de problemas*, apresentamos as duas proposições e algumas relações de distanciamento entre ambas. No segundo capítulo, cujo título é *o instrumento de coleta de dados e os resultados quantitativos*, expomos os problemas apresentados aos estudantes, os quadros com a organização quantitativa dos dados e explicamos como os problemas seriam resolvidos com base nas proposições davydovianas. No terceiro capítulo, *apresentação e análise dos dados*, explicamos as categorias de análise levantadas durante a investigação. E, finalizamos com as considerações finais.

1 PROPOSIÇÕES BRASILEIRAS E DAVYDOVIANAS PARA O ENSINO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

No presente capítulo apresentamos algumas tarefas² que Davydov e seus colaboradores, Gorbov, Mikulina e Savieliev propõem ao ensino de resolução de problemas sobre as operações de adição e subtração com vistas a superação das proposições de ensino denominadas por Davídov (1987) de tradicionais.

E, paralelamente, estabelecemos um diálogo com as proposições apresentadas em três livros didáticos brasileiros (GIOVANNI JR., 2011; SANTOS, RIBEIRO e SILVA, 2011; RODRIGUES; SCALA e CENTURIÓN, 2011) com o intuito de identificar aproximações ou distanciamentos entre estas e as proposições davydovianas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012). Ou seja, investigar as possíveis relações de aproximações e distanciamentos entre proposições oriundas da Teoria Histórico-Cultural e àquelas preconizadas pelo ensino tradicional para o ensino de resolução de problemas sobre adição e subtração.

Os livros didáticos brasileiros analisados no presente capítulo estão entre os aprovados pelo Programa Nacional de Livro Didático (PLND) para o desenvolvimento do assunto em questão. A opção por tais livros, dentre os vários adotados pelo PNLD, ocorreu em função destes serem utilizados na escola em que a pesquisa foi realizada.

Davydov (1982) não nega, a relevância para o ensino de resolução de problemas, da conexão entre a linguagem matemática e a língua portuguesa, tradução da linguagem escrita em informações matemáticas, compreensão da linguagem matemática e dos cálculos entre outros aspectos considerados essenciais pelos autores brasileiros, conforme já mencionamos na introdução do presente trabalho. Porém, acrescenta a importância do desenvolvimento do pensamento teórico por meio da apropriação dos conceitos científicos. Para tanto, Davydov (1982) nos alerta sobre a necessidade de mudanças nos métodos e nos conteúdos de ensino.

² Vale esclarecer que o termo tarefa em Davydov não deve ser confundido com o termo comumente utilizado no contexto escolar brasileiro, como dever ou lição de casa. Em Davydov as tarefas são interpretadas no contexto da teoria da atividade. Cada tarefa davydoviana é apresentada em um sistema de tarefas no qual os princípios matemáticos, filosóficos, psicológicos, didáticos, entre outros, da Teoria Histórico-Cultural, são objetivados (ROSA, 2012).

Davydov e seus colaboradores propõem o ensino de resolução de problemas sobre adição e subtração a partir da relação todo-partes representada aritmética, algébrica e geometricamente desde o primeiro ano do Ensino Fundamental I.

As tarefas de introdução propõem a revelação da gênese da resolução de problemas a partir da decomposição do todo em partes e da relação entre as partes que compõe o todo. Durante o desenvolvimento de ações objetais cujo foco da análise incide nas medidas das grandezas (discretas e contínuas).

A relação universal que possibilita a resolução de qualquer problema de adição e subtração, no primeiro ano do Ensino Fundamental, é revelada a partir do estudo com as grandezas (geral). O processo de construção da representação da relação universal, ou seja, do modelo, ocorre inicialmente na reta numérica e culmina com a construção do esquema. Este é composto por segmento de reta, arcos e letras. Ou seja, trata-se de um modelo cuja representação envolve as significações geométricas e algébricas.

A essência da relação interna, expressa no modelo, é fundamentada no movimento inverso das operações de adição e subtração. Desse modo, se as partes são conhecidas, para determinar o todo, adiciona-se as partes. Caso o todo seja conhecido e uma das partes, para determinar o valor da outra parte desconhecida, subtrai-se a parte do todo.

A partir da revelação da essência referente à resolução de problemas, são apresentadas algumas tarefas particulares que podem ser desenvolvidas a partir do modelo universal, ou seja, o esquema.

O movimento anteriormente apresentado, expressa duplo procedimento: o de redução das representações caóticas ao abstrato e o de ascensão do abstrato ao concreto pensado (ROSA, 2012).

No esquema davidoviano para resolução de problemas de adição e subtração, a análise é mediada pela objetivação da situação, idealizada ou desenhada, mas no plano teórico. Não há uma representação direta, esta é mediada pelo esquema, que reflete as relações essenciais e suficientes para que o problema seja resolvido. Trata-se de uma expressão concreta, em imagem, das relações essenciais, mas que não captadas de forma elementar e primariamente sensorial (ROSA, 2012, p. 221)

Ou seja, se inicia a partir das ações objetais com as grandezas, passa pela modelação e finalmente o esquema constitui o elemento mediador para a

resolução de novas tarefas, já não mais no plano objetual, mas no plano abstrato.

As tarefas davydovianas são desenvolvidas por meio da ação investigativa. Ou seja, envolve os procedimentos de análise e síntese, no qual o professor desempenha o papel de orientador (ROSA, 2012). Este instiga os estudantes a elaborarem questões que contribuam com as reflexões coletivas e individuais para atingir o propósito da tarefa em desenvolvimento.

Na sequência, apresentamos de forma sintetizada o sistema de tarefas, sobre resolução de problemas, proposto por Davydov e seus colaboradores. Desse modo, a fonte considerada no presente capítulo são as orientações davydovianas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008) e a tese de doutorado de Rosa (2012), na qual a autora faz uma análise de tais proposições.

Com a finalidade de revelar à totalidade do movimento subjacente as proposições davydovianas destinadas à resolução de problemas sobre adição e subtração, também apresentaremos, na sequência, algumas tarefas que antecedem tal conteúdo. Vale ressaltar que esta não é a primeira tarefa apresentada por Davydov e seus colaboradores. Nas tarefas que a antecedem já foram desenvolvidas as ideias fundamentais sobre linhas (reta e curva), o ponto geométrico e o método de construção destes (inclusive sobre a utilização da régua).

Tarefa 1: Na primeira tarefa davydoviana que selecionamos para apresentar no presente capítulo é proposto aos estudantes a reflexão sobre as figuras geométricas linhas, ponto e segmento. O objetivo da tarefa consiste em introduzir alguns elementos relacionados às significações geométricas que possibilitam a construção da reta numérica e do modelo abstrato de resolução de problemas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

O professor solicita aos estudantes que desenhem uma linha reta, marquem, sobre esta, dois pontos distantes um do outro e destaquem, com lápis de outra cor, a parte da reta delimitada entre os dois pontos (Ilustração 1). Na sequência o professor orienta as reflexões sobre a produção dos estudantes e explica que a parte destacada da reta é denominada em matemática por segmento de reta. E, que na maioria das vezes são colocados traços nas extremidades, estes representam uma linha de corte (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

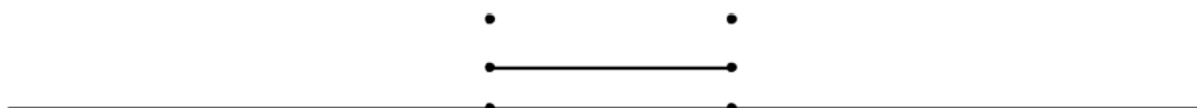
Ilustração 1 – Ponto, segmento e reta



Fonte: Rosa (2012, p. 89)

Tarefa 2: Nessa tarefa, as crianças são orientadas a marcarem, nos seus cadernos, dois pontos distantes um do outro na horizontal, traçarem uma linha entre os pontos (segmento de reta) e, na sequência, prolongarem a linha para além dos pontos (Ilustração 2). “O diálogo entre professor e as crianças deverá contemplar as seguintes questões: Qual tipo de linha foi desenhada? O quanto ela pode ser estendida? Ela tem fim ou não?” (ROSA, 2012, p. 89).

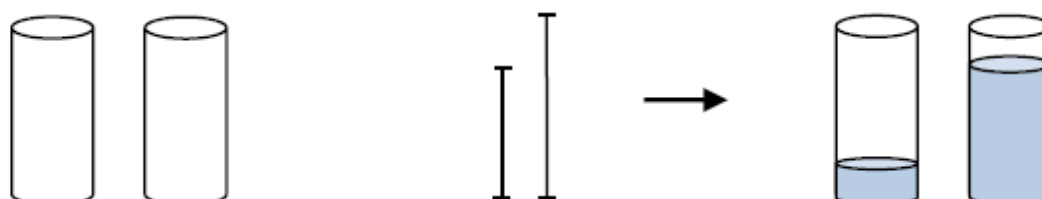
Ilustração 2 – Ponto, segmento e reta



Fonte: Rosa (2012, p. 89)

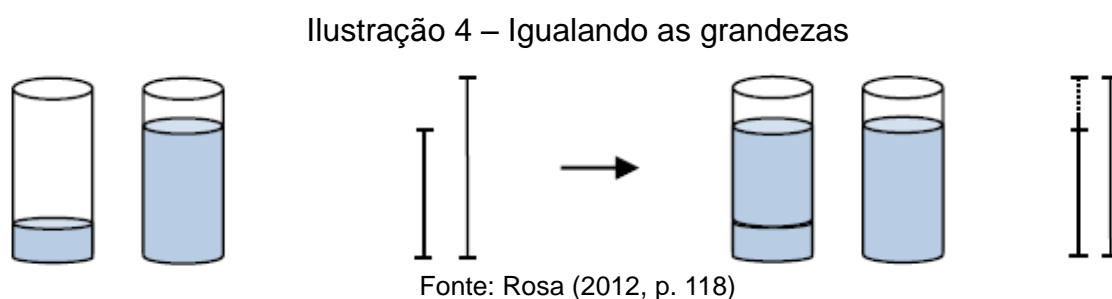
Tarefa 3: O professor apresenta dois recipientes iguais na forma e no tamanho, porém com medidas de volume diferentes. E sugere que os estudantes representem a relação entre as medidas dos volumes por meio de segmentos de reta, um menor para representar a medida do volume menor e um maior para representar a medida do volume maior, conforme a ilustração 3 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012):

Ilustração 3 – Operações com grandezas



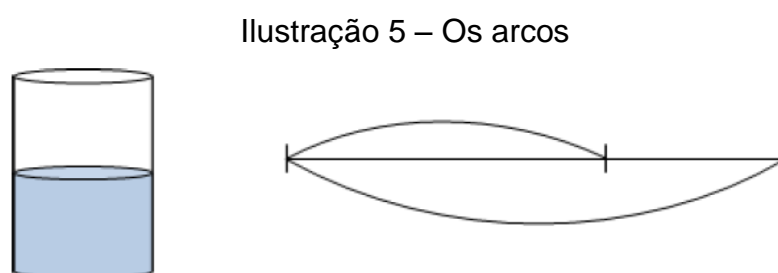
Fonte: Rosa (2012, p. 117)

Na sequência, o professor propõe que os estudantes igualem a medida dos volumes de líquido dos dois recipientes. O recipiente com menor volume de líquido deverá ter o mesmo volume que o outro. Para tanto, acrescenta-se líquido no primeiro recipiente até atingir o nível do líquido do segundo (a diferença). O mesmo procedimento deve ser realizado com os segmentos. Ou seja, o comprimento do segmento menor é prolongado até atingir a medida do comprimento do outro. Para finalizar a tarefa, os estudantes destacam, no segmento alterado a diferença entre as medidas iniciais dos volumes, conforme ilustração 4 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012):



Durante o desenvolvimento da tarefa em referência, os estudantes operem com grandezas e reflitam sobre a relação de equivalência entre elas. A grandeza considerada foi o volume, e a representação da relação entre os volumes foi representada geometricamente, por meio de segmentos de reta.

Tarefa 4: A presente tarefa também incide na comparação entre medidas de volumes e sua representação geométrica. Porém, com um elemento novo, os arcos. O professor apresenta um recipiente com líquido e diz que os estudantes de outra sala alteraram o volume e representaram o movimento realizado por meio de dois segmentos de reta sobrepostos e dois arcos, conforme ilustração 5 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012):

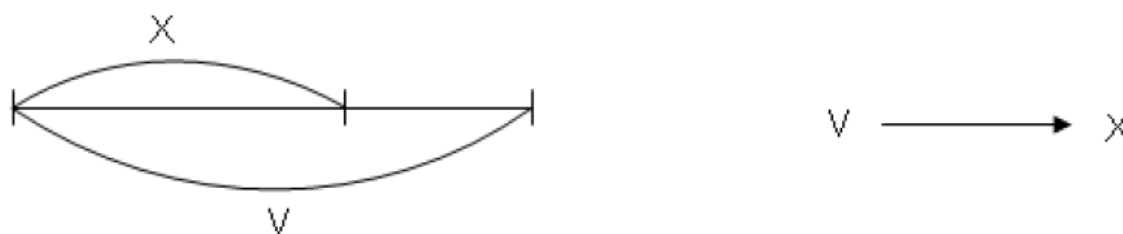


Fonte: Rosa (2012, p. 124)

O professor propõe às crianças que apresentem algumas hipóteses sobre o procedimento utilizado pelos estudantes da outra sala. Com base na reflexão sobre as diversas hipóteses, os estudantes deverão concluir, com orientação do professor, que não há informações suficientes para constatar se o volume aumentou ou diminuiu 5 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

O professor revela que sabe qual foi o procedimento realizado pelos estudantes da outra turma. Acrescenta alguns elementos (letras e seta – Ilustração 6) na representação anterior (Ilustração 5) e propõe aos estudantes uma nova análise (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

Ilustração 6 – Marcando as grandezas com as letras



Fonte: Rosa (2012, p. 124)

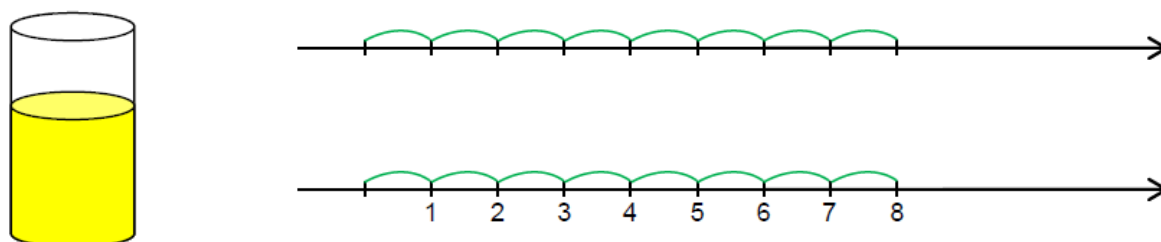
A conclusão a ser obtida, a partir da análise da representação anterior (Ilustração 6), com orientação do professor, é que a letra V representa a medida do volume maior e a letra X representa a medida do volume menor. “A seta indica o movimento que vai do volume inicial ao final. Isso significa dizer que o volume de líquido inicialmente era maior (ROSA, 2012, p.124-125).

A representação (por meio de segmentos, arcos, letras e setas) do movimento utilizado no procedimento com a grandeza subsidiará a elaboração do esquema referente ao modelo universal para resolução de problemas sobre as operações de adição e subtração. Nas tarefas seguintes, Davydov e seus colaboradores também introduzem os sinais de maior (>), menor (<), igual (=) e diferente (≠) a partir da relação entre grandezas (ROSA, 2012).

Tarefa 5: Após a introdução dos sinais para representar as relações gerais de igualdade e desigualdade (<, >, = e ≠) entre as grandezas, Davydov e seus colaboradores propõem o ensino do procedimento de medição. O professor apresenta aos estudantes, um recipiente com líquido e outro menor, vazio. Este será considerado como unidade de medida. O professor propõe que os estudantes

meçam o volume de líquido e registre o resultado da medição por meio de arcos. Na sequência o professor apresenta o mesmo registro, porém com a inserção dos números, conforme ilustração 7 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012):

Ilustração 7 – Introdução da reta numérica



Fonte: Rosa (2012, p. 164)

As duas representações referem-se ao volume de líquido do recipiente (Ilustração 7). O professor pergunta aos estudantes qual é o volume de líquido do recipiente. A resposta esperada é que a medida do volume de líquido é de 8 unidades. Para finalizar a tarefa o professor direciona a reflexão das crianças para a facilidade de identificação da quantidade de medidas no registro com números. E informa que um registro assim, com os numerais, é denominado de reta numérica (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

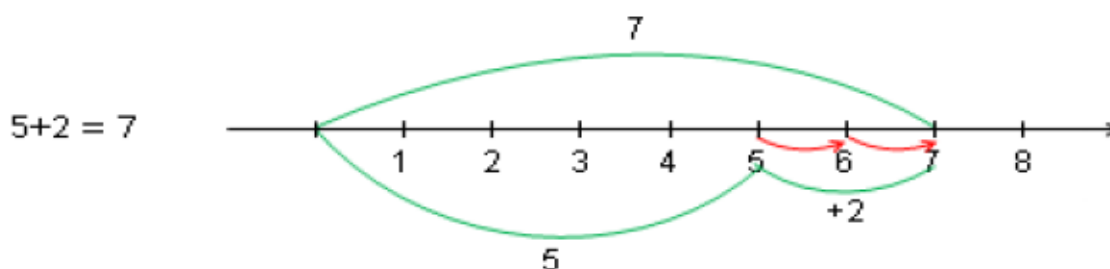
O sentido da reta numérica é marcado com a seta e o início está ao lado contrário da direção da seta, a contagem se realiza fazendo corresponder segmentos à números. Diferentemente do ensino tradicional que faz corresponder objetos soltos à números, ou seja, a ênfase é apenas no discreto. Vale ressaltar que o volume de líquido utilizado para introduzir a reta numérica é uma grandeza contínua (ROSA, 2012, p.164).

Tarefa 6: A presente tarefa referente a introdução das operações de adição e subtração na reta numérica, consiste em determinar um valor desconhecido a partir de dois valores conhecidos conforme apresenta Rosa (2012, p. 196):

Por isso, a tarefa toma por base a reta numérica, para que as crianças completem o seguinte registro: $__ > 5$, com a condição que a diferença seja de 2 unidades. O professor sugere que elas localizem na reta o número 5 e direciona a continuidade do desenvolvimento da tarefa com as seguintes perguntas: o número desconhecido é maior ou menor que 5? Para que lado deve-se prosseguir na reta numérica, na direção da seta (se distanciando do início) ou para o lado contrário da seta (voltando ao início)? Quantas unidades precisam ser deslocadas a partir do número 5? Com a conclusão que serão 2 unidades ao lado oposto da origem, porque o número procurado é maior que 5 e a diferença é 2 unidades, o professor faz no

quadro o registro da operação realizada ($5 + 2$). E explica: partimos do 5; estamos à procura de um número maior, por isso vamos para o lado contrário do início e marcamos com o sinal de “adição”; no final colocamos quantas unidades são deslocadas a partir do 5. O resultado será: $5 + 2 = 7$. Este registro pode ser lido de várias maneiras, como por exemplo, “cinco mais dois dá sete”, “se acrescentar dois ao cinco vai dar sete” [...] O mesmo ocorre com a subtração.

Ilustração 8 – Adição e subtração



Fonte: Rosa (2012, p. 197)

A operação da subtração é apresentada por um procedimento análogo, porém, a partir do movimento inverso pela reta numérica. Aos poucos, a linguagem matemática é introduzida, por exemplo: o professor destaca o número 7 na reta numérica e os estudantes registram o número (7). Em seguida, se desloca para a esquerda (esse movimento é representado pelo sinal de menos) em duas unidades, o número dois (2) é registrado. Pronuncia-se o número encontrado (cinco). Para finalizar procede-se a leitura da operação realizada: sete menos dois igual a cinco isto é, $7 - 2 = 5$ (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

Tarefa 7: Esta tarefa incide na análise das ações objetivas relacionadas a decomposição do todo em partes e as partes que compõem esse todo. O professor apresenta dois recipientes, iguais na forma e no tamanho, com volumes diferentes de líquido. Em seguida, apresenta outro recipiente maior que os outros dois, porém, vazio. Informa que a medida dos volumes dos recipientes é 7 e 9 copos de líquido. E apresenta o copo, considerado como unidade de medida (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

Dito isto, o professor informa que anteriormente todo o líquido dos dois recipientes estava no recipiente maior, que agora está vazio. Porém o valor da medida do volume total de líquido é desconhecido, por isso, será representado pela letra k (k copos). A tarefa consiste em determinar o valor aritmético de k . Sob a orientação do professor, os estudantes concluem que o valor desconhecido é

determinado a partir da soma dos outros dois valores conhecidos. A síntese a ser elaborada a partir do desenvolvimento da presente tarefa é que 7 e 9 representam as *partes* que compõem o *todo* (k). E k é o todo composto por duas partes (7 e 9). A tarefa é finalizada com a representação geométrica da relação entre o todo e as partes, conforme a ilustração 9 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012):

Ilustração 9 – Relação entre o todo e as partes



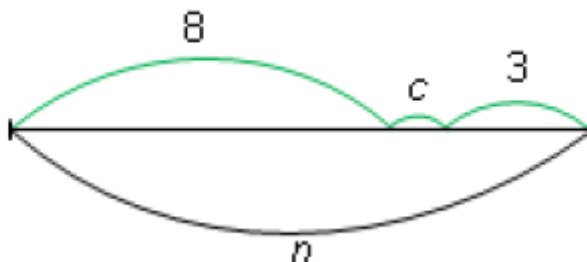
Fonte: Rosa (2012, p. 207)

A análise da representação geométrica, denominada por Davydov e seus colaboradores por esquema, possibilita a identificação da operação a ser realizada para determinar o valor desconhecido. Ou seja, as partes que compõem o todo são 7 e 9, portanto o todo será determinado a partir da seguinte operação: $7 + 9 = 16$

Em síntese, o esquema objetiva a seguinte relação: o valor do todo é composto pelos valores que correspondem as partes (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

Tarefa 8: Anteriormente o todo foi fragmentado em partes. Esta tarefa consiste no movimento inverso, o todo o será composto a partir das partes. O professor apresenta a seguinte situação: precisamos estender uma corda de um poste para outro. Temos três novelos de corda com comprimentos de 8 metros, 5 metros e 3 metros. A medida do comprimento da distância entre um poste e outro é composta pelas medidas dos comprimentos dos três novelos de corda. A tarefa consiste em representar a situação anterior em um esquema, conforme a ilustração 10 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012):

Ilustração 10 – Relação entre o todo e as partes



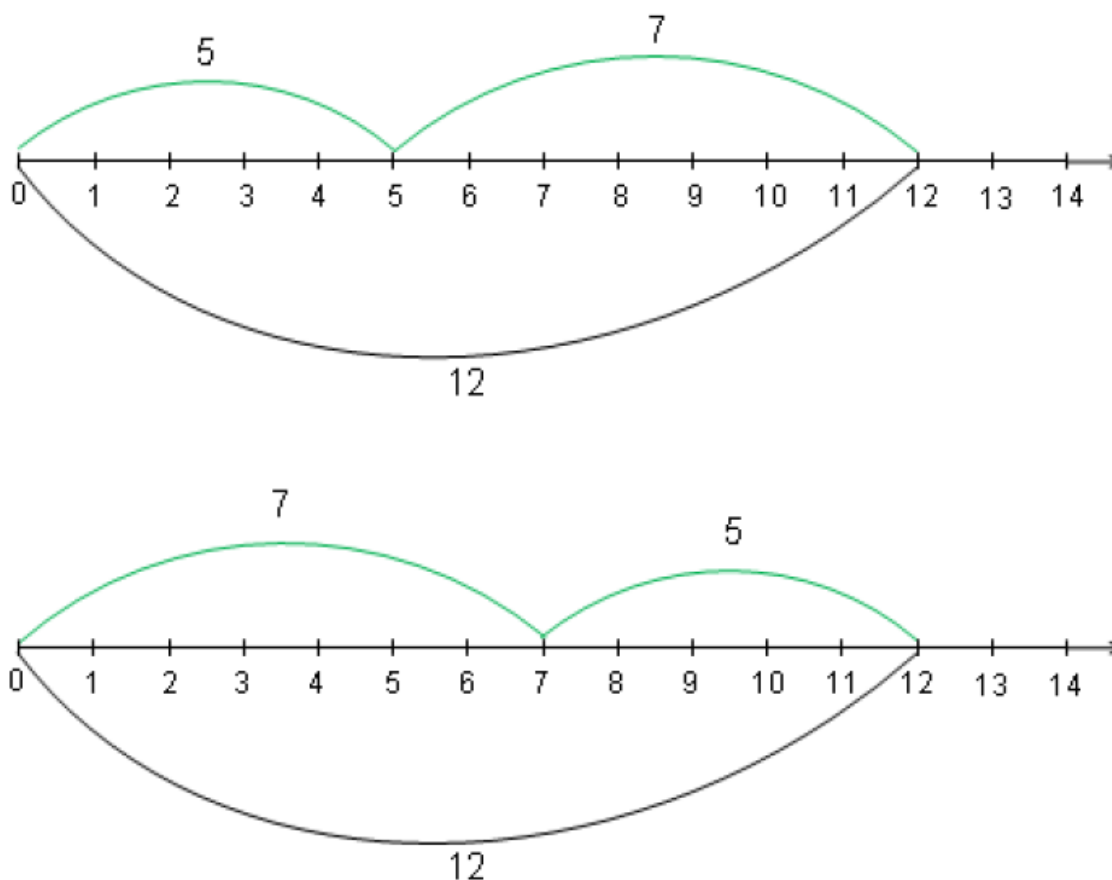
Fonte: Rosa (2012, p. 207)

Os estudantes concluem, com orientação do professor, que n metros é o todo composto por três partes (8, c e 3). Além disso, estabelecem as seguintes relações: $n > 8$, $n > c$, $n > 3$ e $n = 8 + c + 3$, ou $n = 11 + c$. Ou seja, o todo é maior que as partes isoladamente, porém é igual a soma das partes.

Tarefa 9: A presente tarefa consiste na determinação do significado do todo. Para tanto, o professor propõe o seguinte problema: Uma dona de casa tinha 7 quilos de frutas na caixa e mais 5 na cesta. Ela resolveu fazer o doce, para isso, é preciso comprar a mesma quantidade de açúcar. Quantos quilos de frutas no total a dona tem? (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012)

Em função do desenvolvimento das demais tarefas do sistema no qual se insere a presente tarefa, é provável que as crianças sugiram a operação da adição, por meio da reta numérica ($7 + 5$). Neste momento, o professor propõe a seguinte reflexão: porque a operação da adição? Em nenhum momento foi dito que o valor desconhecido é maior do que os valores apresentados no problema! A explicação para a reflexão anterior consiste que é adição porque o valor desconhecido é o todo e este, é sempre maior que as partes. Portanto, o todo é determinado pela soma das partes (7 quilos e 5 quilos) independentemente da ordem em que os números são operados ($5 + 7$ e $7 + 5$), conforme a ilustração 11 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012):

Ilustração 11 – determinação do significado do todo



Fonte: Rosa (2012, p. 210)

Na tarefa em análise foi possível realizar a operação da adição com os números apresentados no problema, porque se tratavam de partes referentes a uma mesma grandeza (massa), medidas por uma mesma unidade de medida (quilo).

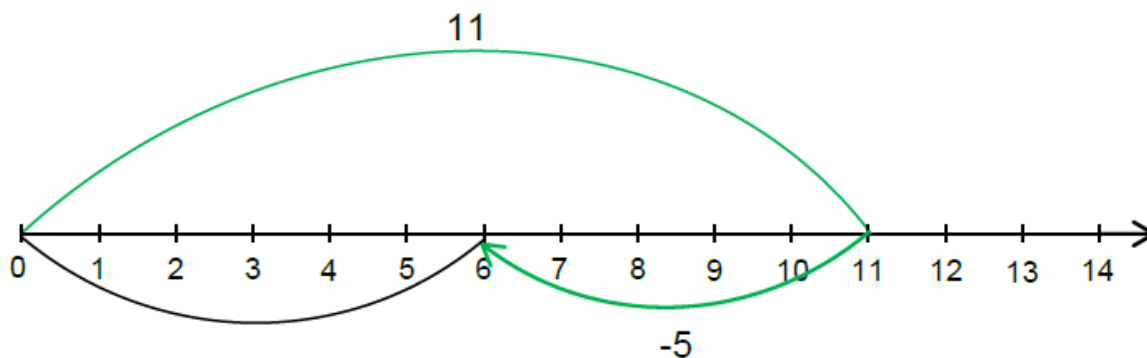
Tarefa 10: Na mesa do professor estão dois recipientes vazios e iguais na forma e no tamanho. Em um dos recipientes, o professor coloca duas xícaras grandes de líquido e no outro, um copo pequeno de líquido. O professor registra no quadro somente os números 2 e 1 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

Todo o líquido é transferido para um terceiro recipiente igual aos outros dois tanto no que se refere ao tamanho quanto à forma. A tarefa consiste em determinar quantas medidas de volume têm o terceiro recipiente. Podemos determinar a medida do volume do terceiro recipiente sem medi-lo, apenas com base nos números registrados no quadro? (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

Pode ocorrer que alguém responda a questão anterior com base apenas nos números, ou seja, que há três medidas no recipiente, sem considerar a unidade de medida. Então, o professor propõe duas novas medições do volume total, primeiro considera a xícara grande como unidade de medida e registra o resultado, depois, repete o mesmo procedimento, porém com o copo pequeno. O professor chama atenção dos estudantes para os dois diferentes resultados obtidos: No terceiro recipiente não há, exatamente, três xícaras de líquido e nem três de copos. A conclusão da presente tarefa está relacionada com a impossibilidade de se operar números obtidos a partir de unidades de medidas diferentes (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

Tarefa 11: Há dois grupos de figurinhas, todas depositadas em um único envelope (6 rosas e 5 margaridas). O professor retira do envelope três figurinhas de rosas e duas figurinhas de margaridas. Quantas figurinhas permaneceram no envelope? Sugere-se aos estudantes utilizarem a reta numérica para resolver o problema e destacar nesta o valor das partes com arcos, conforme ilustração¹² (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012):

Ilustração 12 – Relação parte-todo na reta numérica



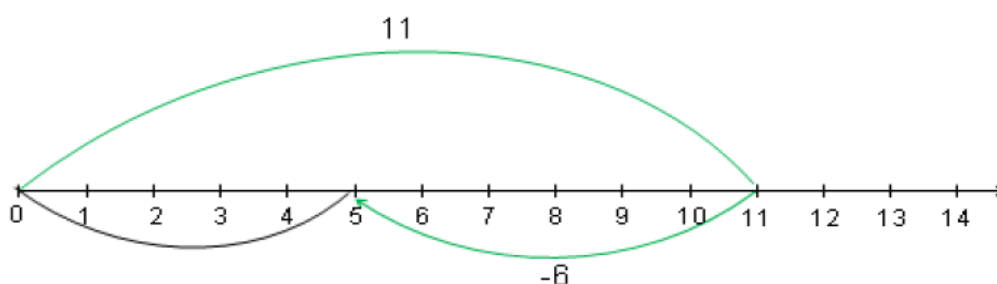
Fonte: Rosa (2012, p. 214)

Na sequência, efetua-se o registro da operação realizada: $11 - 5 = 6$

[...] podem ocorrer diversos procedimentos. Um deles é que, primeiramente, somarão 3 (rosas) + 2 (margaridas), o que leva à obtenção da quantidade de flores a retirar e, na sequência, farão a representação de $11 - 5$. Outro modo é fazer, inicialmente: as duas subtrações 6 (rosas) $- 3$ (rosas) $= 3$ (rosas restantes no envelope) e 5 (margaridas) $- 2$ (margaridas) $= 3$ (margaridas restantes). Posteriormente, as quantidades de flores de cada espécie que permanecem: $3 + 3 = 6$ (ROSA, 2012, p. 214).

Após o registro apresentado na ilustração 12, recolocam-se todas as figurinhas no envelope novamente. Em seguida, o professor tira 3 rosas e 3 margaridas. Quantas figurinhas ficaram no envelope agora? A operação para determinar o resultado é realizada na reta numérica, conforme ilustração 13 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012):

Ilustração 13 – As variantes dos significados das partes do inteiro



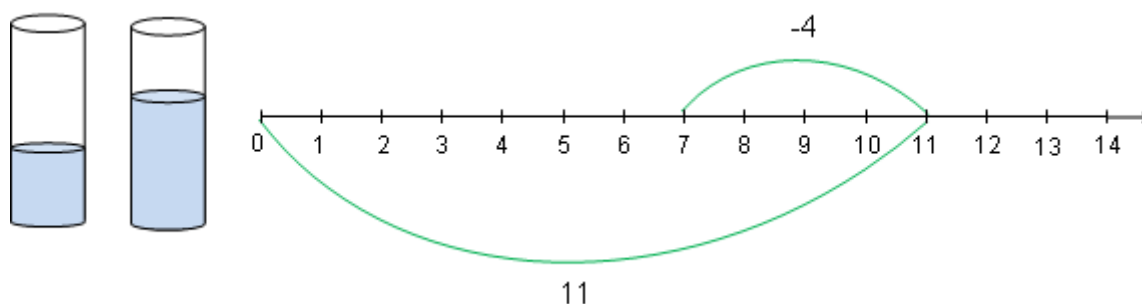
Fonte: Rosa (2012, p. 214)

A tarefa é finalizada com o registro da operação desenvolvida na reta numérica: $11 - 6 = 5$.

Conforme Rosa (2012, p. 214): “Desse modo, desenvolve-se o método geral de análise das condições do problema, da produção do esquema e do plano de resolução. Os problemas de adição e subtração aparecem de forma interconectada na relação todo-partes”.

Tarefa 12: Na mesa do professor estão dois recipientes, iguais na forma e no tamanho, com volume de líquido, cuja medida é desconhecida. O professor registra o esquema no quadro. Marca o valor de uma das partes (o número 4) e do todo (o número 11). A tarefa consiste em determinar o valor da medida do volume do outro recipiente conforme a ilustração 14 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012):

Ilustração 14 – Relação todo-parte



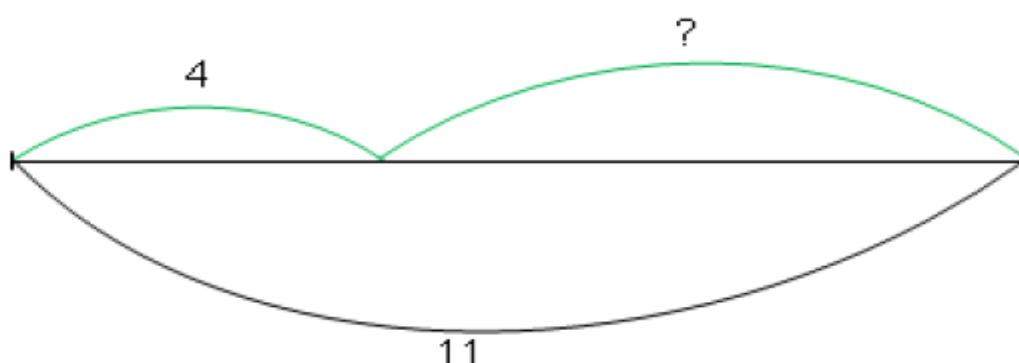
Fonte: Rosa (2012, p. 216)

Há quatro unidades de medidas de volume num dos recipientes e a medida de ambos é onze unidades de medida de volume. É necessário determinar a medida do volume referente ao outro recipiente. A análise do esquema (Ilustração 14) apresentado pelo professor possibilita a identificação, pelas crianças, do valor desconhecido (7). Na sequência o professor propõe que os estudantes registrem a operação representada no esquema. O valor desconhecido corresponde uma das partes, esta, por sua vez, é, necessariamente, menor que o todo em quatro unidades, pois este é o valor da outra parte. A conclusão é que a operação para determinação de um número menor que o todo (uma das partes) é a de subtração: $11 - 4 = 7$ (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

Tarefa 13: É proposto aos estudantes o seguinte problema: Mamãe trouxe 11 pepinos, 4 deles eram compridos, os restantes eram curtos. Quantos pepinos curtos mamãe trouxe? A tarefa consiste na determinação da operação correta para resolvê-lo. O professor não apresenta o esquema e realiza rapidamente a leitura do problema. Provavelmente os estudantes irão informar que uma leitura assim, rápida, dificulta a memorização dos dados. O professor admite a dificuldade e aguarda novas sugestões.

Supostamente, alguns estudantes irão sugerir desenhar o problema. O professor concorda, mas diz que esse método poderá prolongar-se muito. Além disso, ressalta que se anotarem apenas os valores, poderia surgir dúvidas quanto à informação dos dados. Então, o professor sugere a utilização do esquema. A leitura do problema é realizada pausadamente e os estudantes o representam no esquema, conforme ilustração 15 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012):

Ilustração 15 – Representação do problema no esquema



A conclusão, a partir da análise do esquema, é que o valor desconhecido é a parte (número menor que o todo) e para determiná-la, faz-se necessário diminuir a parte conhecida do todo, ou seja, trata-se da operação de subtração (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

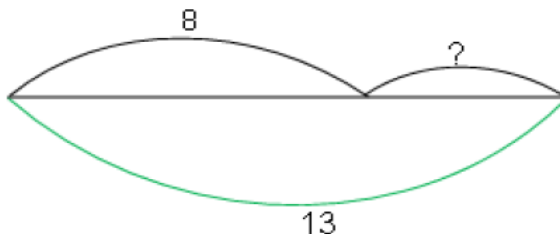
As tarefas anteriores eram desenvolvidas com base na análise da ação objetual e/ou do registro no esquema. Gradativamente a ação objetual é superada e o desenvolvimento da tarefa passa a ser mediado pela representação abstrata (o esquema), no plano teórico. O esquema é essencial à interpretação do enunciado do problema, no sentido de determinar rapidamente a operação a ser realizada a partir da relação todo-partes.

Tarefa 14: O professor faz o seguinte relato: Yuri tinha 13 nozes. Quando ele comeu 8 nozes, restaram 5. Quantas nozes Yuri tinha inicialmente? A presente tarefa consiste em que, as crianças formulem, a partir deste relato, três problemas diferentes e resolva-os por meio do esquema.

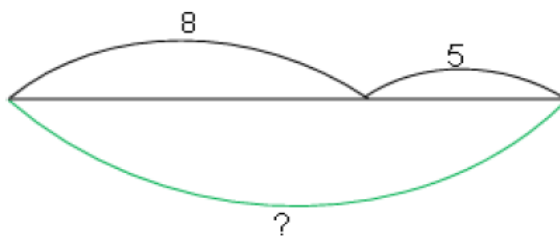
O professor chama a atenção para o fato de não haver um valor desconhecido no enunciado, todos os valores estão dados. Trata-se de uma história e não de um problema. E, se não há um valor desconhecido, não há necessidade de procedimentos algorítmicos e, conseqüentemente, do esquema. O professor sugere que o enunciado seja reformulado em três problemas (Ilustração 16). O professor direciona as ações dos estudantes para que estes detectem, no processo de formulação das perguntas, a necessidade de escolher o valor cujo significado será desconhecido. A representação do valor desconhecido, no esquema, será o sinal de interrogação (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

Ilustração 16 – Composição da história em três problemas

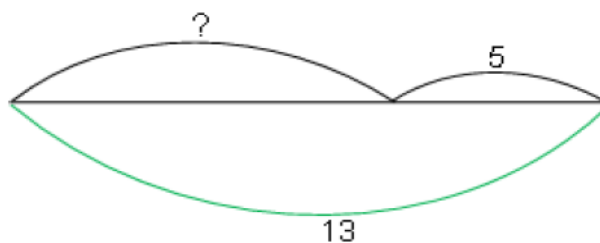
1) Yuri tinha 13 nozes. Quando comeu 8 nozes, restaram quantas?



2) Yuri comeu 8 nozes e restaram 5. Quantas nozes o Yuri tinha inicialmente?



3) Yuri tinha 13 nozes. Quando ele comeu 5 nozes, restaram quantas?

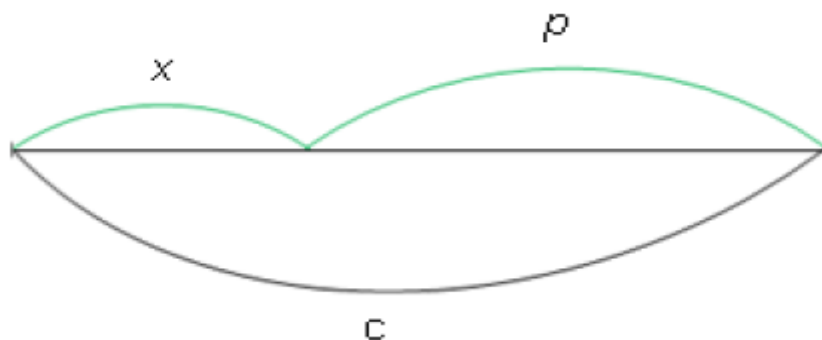


Fonte: Rosa (2012, p. 222-223)

A análise da localização do ponto de interrogação no esquema auxilia os estudantes na formulação da pergunta, no enunciado do problema (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012).

Em síntese, o desenvolvimento das tarefas davydovianas, permite modelar a relação fundamental, universal para a resolução de problemas sobre adição e subtração, a partir da análise das relações entre grandezas (Ilustração 17):

Ilustração 17 – Modelo universal de resolução de problemas sobre adição e subtração



Fonte: Rosa (2012, p. 224)

O esquema representa as seguintes inter-relações: a partir da soma das partes determina-se o todo ($x + p = c$) e a subtração do todo por uma parte conhecida, determina-se a outra parte desconhecida ($c - x = p$ e/ou $c - p = x$).

Vale ressaltar que não apresentamos todas as tarefas davydovianas para o ensino de resolução de problemas. Além das apresentadas no decorrer deste, Davydov e seus colaboradores propõem outras em um movimento, não linear, de resolução de problemas, conforme apresentamos na sequência a síntese do movimento das proposições (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012):

- Lê-se o enunciado do problema e os estudantes identificam qual, entre os esquemas apresentados, representa o enunciado;
- São apresentados vários esquemas com seus respectivos problemas para os estudantes selecionarem apenas aqueles nos quais a parte é desconhecida;
- O professor realiza a leitura dos enunciados de dois problemas que envolvem números iguais. E, sugere a representação dos problemas nos esquemas. Os estudantes concluem que a diferença entre os dois problemas consiste que no primeiro caso um número representa o todo e noutro este mesmo número representa a parte. Os resultados são diferentes, então os problemas também;
- O professor apresenta um problema cujo enunciado contém termos relacionados as operações de adição ou subtração, como por exemplo, diminuiu, aumentou, acrescentou, a mais, a menos, entre outros. Ao representar o problema no esquema os estudantes

detectam que para resolvê-lo é necessário realizar a operação inversa àquela mencionada no enunciado.

A variedade de movimentos adotados na apresentação do sistema davydovianas de tarefas para o ensino de resolução de problemas não permite a generalização empírica desenvolvida a partir de metodologias do tipo siga o modelo (DAVYDOV, 1982).

É importante esclarecermos que as proposições iniciais de Davydov, apresentadas anteriormente, referem-se ao sistema de tarefas sobre Adição e Subtração, só depois, as proposições pertinentes à resolução de problemas. Na análise realizada nos livros didáticos brasileiros, citados no início deste capítulo, não identificamos uma sequência didática destinada especificamente para o ensino de resolução de problemas sobre adição e subtração. Portanto, consideramos como referência, os problemas apresentados nos capítulos sobre a Adição e a Subtração. Os problemas são desenvolvidos às vezes para representar um conceito (Ilustração 18), outras vezes apresentados diretamente como “atividades” a serem realizadas pelos estudantes (Ilustração 19).

Ilustração 18 – Proposição de livro didático brasileiro

4 HÁ 3 PÁSSAROS NUMA PEDRA E OUTROS 5 NA OUTRA.

• QUANTOS SÃO OS PÁSSAROS NO TOTAL? 8

Essa é a ideia de **juntar** da adição.

A ilustração mostra um rio com duas pedras. À esquerda, há 3 pássaros (um azul, um amarelo e um rosa). À direita, há 5 pássaros (um amarelo, um rosa, um verde, um branco e um amarelo). O texto do problema pergunta quantos pássaros há no total, com a resposta 8 em um campo de entrada. Uma dica indica que se trata da ideia de 'juntar' da adição.

Fonte: Rodrigues; Scala e Centurión, p. 42

Problemas com esse teor conceitual, que relacionam diretamente o número à imagem representativa das quantidades, isto é, recorrem à visualização fidedigna do problema proposto, limita o desenvolvimento do pensamento ao recurso visual (DAVYDOV, 1982). Além de permitir apenas a contagem direta da quantidade de pássaros pelos estudantes. Domo modo como a situação está posta, não há

necedade de operar com as quantidades envolvidas ($3 + 5 = 8$), basta proceder a contagem das mesmas (1, 2, 3, ..., 8).

Outra situação extraída de um dos livros didáticos, a primeira vista, nos faz lembrar as proposições davydovianas. Porém, após uma análise mais cuidadosa é possível revelar os distanciamentos (Ilustração 19).

Ilustração 19 – Proposição de livro didático brasileiro

Fonte: Rodrigues; Scala e Centurión, p. 51

A ilustração anterior nos lembra o esquema proposto por Davydov para o processo de resolução de problemas referentes à adição e a subtração. Contudo, a partir de uma análise mais criteriosa, evidenciamos que os números estão organizados em quadros, ou seja, as operações não são apresentadas na reta numérica. Consequentemente, não proporciona a significação geométrica do número. E, também já apresenta o algoritmo pronto. Desse modo, não leva o estudante a pensar sobre a operação a ser utilizada, cabe a ele apenas acertar o resultado da operação. Assim, o foco incide na resposta final e não sobre a interpretação da situação dada.

A questão que surge, a partir da análise de ambas as imagens, é: há possibilidade, a partir da representação visual, do estudante aprender a estabelecer as relações com os componentes envolvidos no enunciado do problema? Em relação a ilustração 19, é necessário ler o problema e analisar a imagem para responder o que se pede? A resposta é não. Pois, já está posto o algoritmo: $3 + 4 = \underline{\quad}$?

A ilustração de problemas-textos com desenhos ou situações do dia-a-dia levam, segundo Davydov (1982), à omissão dos aspectos matemáticos do problema, bem como suas interconexões. O objeto de análise, no processo de resolução, está dado diretamente, ou, nas palavras de Davydov,

empiricamente. Mesmo que a criança não precisasse desenhar [...], mas imaginasse a situação dada, isto é, resolvesse o problema a partir da imagem ideal, ainda assim seria um processo empírico em função do caráter meramente ilustrativo e externo. A questão que fica é: quando for uma quantidade maior? (ROSA, 2012, p. 220)

A utilização do recurso visual no ensino de resolução de problemas pode gerar dificuldades que perdurem até a fase adulta. Wielewski (2005, p. 307), em sua tese de doutorado, ao analisar respostas dos estudantes da graduação, sobre resolução de problemas, concluiu:

Todos os estudantes iniciaram o problema recorrendo a uma representação visual e registrando nela as informações dadas no enunciado. Alguns eram detalhistas a ponto de desenhar as árvores, os pássaros e o peixe. Outros utilizavam segmentos para as árvores e um ponto para o peixe [...].


Os resultados obtidos por Wielewski, ao analisar as respostas apresentadas por jovens e adultos durante a resolução de problemas refletem o modo pelo qual as proposições para o ensino de matemática estão organizadas no sistema educacional brasileiro, conforme explicitam as ilustrações aqui apresentadas.

Vale ressaltar que Davydov e seus colaboradores também apresentam situações nas quais são apresentados os problemas para os estudantes resolverem. Porém, não se limitam a este movimento. Propõem, também, o movimento oposto, ou seja, apresentam tarefas que envolvem a elaboração de problemas e não só a resolução destes. Todas as tarefas davydovianas, possibilitam a reflexão sobre a relação todo-partes, inclusive aquelas referentes a formulação do enunciado do problema. Ou seja, trata-se de um sistema de tarefas organizado com base em um movimento dialético de pensamento, marcado por de idas e voltas, avanços e retrocessos.

Nos capítulos de Adição e Subtração dos livros didáticos brasileiros pesquisados, não identificamos situações que propiciassem aos estudantes a possibilidade de elaborar problemas. Pois as tarefas estão respaldadas em um movimento único de pensamento. Ou seja, os problemas já vêm formulados e, muitas vezes, representados diretamente por uma situação real (Ilustração 20):

Ilustração 20 – Proposição de livro didático brasileiro

17. EM UM ÔNIBUS HAVIA 4 PASSAGEIROS. NA PRIMEIRA PARADA, ENTRARAM MAIS 3 PASSAGEIROS E NENHUM DESCEU.



QUANTOS PASSAGEIROS FICARAM NO ÔNIBUS DEPOIS DA PRIMEIRA PARADA? 7 PASSAGEIROS


Fonte: Santos; Ribeiro e Silva, p. 75

Mais uma vez a ênfase incide na reprodução dos fatos apresentados no problema, por meio de ilustrações fidedignas. Geralmente relacionadas à vivência particular dos estudantes dadas empiricamente (Ilustração 21).

Ilustração 21 – Proposição de livro didático brasileiro

7. RODRIGO ESTÁ FAZENDO 8 ANOS.

CARLA ESTÁ FAZENDO 6 ANOS. DESENHE AS VELAS NO BOLO DE CARLA.



QUANTOS ANOS CARLA TEM A MENOS QUE RODRIGO? COMPLETE.

$$8 - \underline{6} = \underline{2}$$

CARLA TEM 2 ANOS A MENOS QUE RODRIGO.

Fonte: Santos; Ribeiro e Silva, p. 80

O problema apresenta relação direta entre os números e a quantidade de velas. E, a ilustração representa a situação proposta no enunciado. Induz o estudante a relacionar a expressão “a menos” com o operador da subtração (-) já

posto.

Os colaboradores Davydov (ГОРБОВ, МИКУЛИНА Е САВЕЛЬЕВА, 2008) chamam atenção para necessidade de se apresentar proposições de ensino que envolvam não só a resolução dos algoritmos, mas também os elementos que contribuam para a interpretação dos problemas e, conseqüentemente, a determinação da operação que possibilita a resolução dos mesmos. Diferentemente de como propõem os livros didáticos brasileiros, já referenciados, estes apresentam modelos prontos de resolução.

Outro tipo de tarefa davydoviana que é importante destacar refere-se aos problemas genéricos, isto é, problemas que não apresentam dados aritméticos, os valores são representados por letras. Ao propor estas tarefas, Davydov e seus colaboradores propiciam aos estudantes o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais. Vale destacar a importância considerada por Davydov e seus colaboradores ao que se refere a inserção das significações aritméticas, algébricas e geométricas no ensino de matemática.

Por outro lado, não detectamos, nos capítulos sobre adição e subtração, dos livros didáticos brasileiros³, problemas que envolvam letras. Porém, vale ressaltar que as operações mencionadas são introduzidas a partir de situações problemas. É comum as letras serem apresentadas com maior ênfase, nas proposições brasileiras de ensino, apenas no Ensino Fundamental II.

Os capítulos dos livros didáticos brasileiros aqui analisados sobre as operações de adição e subtração estão organizados a partir da seguinte ordem: primeiro a adição para depois o capítulo referente a subtração. As operações são apresentadas a partir de situações problemas. De acordo com (LAJOLO, 1996 e SILVA, 1996), os professores geralmente seguem a sequência adotada pelos autores dos livros didáticos. Tal conduta leva-nos a acreditar na hipótese que, durante o processo de aprendizagem, os estudantes resolvem primeiro, só problemas relacionados a adição e, na sequência, àqueles referentes a subtração. Desse modo, os estudantes já sabem, de antemão, que o problema será resolvido, no primeiro momento, a partir da adição, e, depois, no capítulo seguinte, por meio da operação da subtração. Isto é, a criança já sabe que o problema a ser resolvido está

³ JOSÉ RUY GIOVANNI JR., 2011; FÁBIO VIEIRA DOS SANTOS, JACKSON DA SILVA RIBEIRO e KARINA ALESSANDRA PESSÔA DA SILVA, 2011; ARNALDO RODRIGUES; JUNIA LA SCALA e MARÍLIA CENTURIÓN, 2011.

relacionado com a operação em estudo.

Nas avaliações oficiais, propostas para os estudantes desenvolverem, os problemas sobre as duas operações são apresentadas em uma mesma prova. E aí, os resultados são aqueles já amplamente divulgados pela mídia e que nos colocam nos últimos lugares no ranking internacional no que se refere a educação.

Pois, é no momento da avaliação que comumente o estudante é levado a fazer e a pensar, na maioria das vezes, individualmente sobre o conteúdo que deveria estar apropriado:

quando um estudante não consegue resolver um problema, geralmente o professor mostra como fazê-lo ou simplesmente aconselha-o a pensar melhor. Cumprir essa orientação nem sempre é possível porque a criança não sabe pensar sobre o problema, justamente por isso, não foi resolvido (TALIZINA, 1987 apud ROSA, 2012, p. 215).

Conseqüentemente, de acordo com Lorensatti (2009) os estudantes apresentam questões do tipo: “Esse é diferente dos que estou acostumado a resolver”; “É de mais, ou é de menos?”; “O que é pra fazer aqui professora?”; “O que é diferença?”; “É só uma conta que é para fazer aqui, ou tem mais de uma?”.

No presente capítulo apresentamos uma síntese das proposições brasileiras e davydovianas para o ensino de resolução de problemas sobre adição e subtração no primeiro ano do Ensino Fundamental. A delimitação pelos livros do primeiro ano deve-se ao fato de as proposições davydovianas também serem relacionadas ao primeiro ano. Porém, vale ressaltar que os subseqüentes, referentes às proposições brasileiras, adotam o mesmo teor conceitual do primeiro ano, ou seja, o empírico (ROSA et all, 2012)

2 O INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS E OS RESULTADOS QUANTITATIVOS

Nesse capítulo apresentamos os resultados quantitativos referente as respostas de trinta e seis estudantes ao resolverem quatorze problemas extraídos das proposições davydovianas para o primeiro ano do Ensino Fundamental. Concomitantemente, também apresentamos os problemas e como estes seriam resolvidos em Davydov.

Para procedermos à análise dos dados, foi necessário, organizá-los em quadros. Primeiro organizamos os dados em um quadro formado por três colunas, com base em três aspectos relacionados as ações dos estudantes: **1º) identificou a operação; 2º) resolveu o algoritmo 3º) respondeu o problema.** Em cada coluna do quadro foi necessário elaborarmos novas subcolunas.

Ao organizarmos os dados na primeira coluna, constatamos que alguns estudantes apresentavam algoritmo e outros estudantes apresentavam apenas resultado final, portanto, consideramos na subcoluna sim, aquelas respostas que apresentaram o algoritmo e também as que apresentaram apenas resultado final, ou seja, resolveram no plano mental, mas que nos possibilitassem a identificação da operação realizada.

Constatamos também, que os estudantes nem sempre **identificaram a operação** referente ao problema. Os estudantes, que não identificaram a operação correta, apresentaram outras operações, responderam ser impossível de resolver o problema ou deixaram em branco. Em cada problema apresentado aos estudantes havia a solicitação de que estes explicassem o pensamento adotado durante a resolução do problema, porém, houve aquelas que não explicaram e dentre os que explicaram, alguns responderam corretamente outros incorretamente.

Na segunda coluna consideramos aquelas respostas que apresentaram o algoritmo ou apenas resultado final realizado no plano mental, mas que nos possibilitou a identificação da operação realizada, mesmo que incorretamente. Constatamos também, que nem todos os estudantes apresentaram a resolução do **algoritmo**. Vale ressaltar que computamos como “apresentou o algoritmo” inclusive àqueles que apresentaram outras operações, não necessariamente relacionada ao problema. E, dentre os que apresentaram o procedimento algorítmico, alguns realizaram corretamente e outros incorretamente.

Na terceira coluna, constatamos que alguns estudantes não apresentaram **resposta ao problema**. Dentre os que responderam, alguns apresentaram apenas o resultado numérico, outros apresentaram também o resultado textual. Dentre os resultados numéricos e/ou textuais, também identificamos algumas questões corretas e outras incorretas. Após a categorização dos dados, procedemos os cálculos em termos percentuais.

Organizamos o presente capítulo com base na seguinte ordem de apresentação: problema apresentado aos estudantes; resultados quantitativos organizados em quadros; discussão dos resultados; e, resolução do problema com base nos pressupostos davydovianos. Essa mesma sequência se repete nos demais problemas.

Primeiro problema:

Uma dona de casa tinha 7 quilos de frutas na caixa e mais 5 na cesta. Ela resolveu fazer o doce, para isso é preciso comprar a mesma quantidade de açúcar. Quantos quilos de frutas no total a dona tem?

É possível resolver?_____

Se a resposta for não, explique o porquê:_____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:_____

Quadro 1 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudantes ao problema 1

Identificou a operação			Resolução do algoritmo			Resposta ao problema							
Sim	Não		Sim	Não	Sim				Não				
E1, E2, E4, E5, E6, E9, E10, E13, E14, E17, E19, E20, E21, E22, E24, E25, E26, E27, E28, E30, E32, E34, E36	E3, E7, E8, E11, E12, E15, E16, E18, E23, E29, E31, E33, E35,		E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E9, E10, E13, E14, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E30, E34, E35, E36	E8, E11, E12, E15, E18, E29, E31, E32, E33	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E9, E10, E12, E13, E14, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E30, E34, E35, E36				Resultado numérico		Resultado textual		E8, E11, E15, E18, E29, E31, E32, E33
	Outras operações	Não é possível											
	E3, E7, E12, E16, E23, E35	E11, E15, E18, E29, E31, E33			E8								
Explicou			E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E9, E10, E13, E14, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E30, E34, E35, E36	E8, E11, E12, E15, E18, E29, E31, E32, E33	Resultado numérico		Resultado textual		E6, E9, E10, E12, E13, E14, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E30, E36				
Sim		Não			Sim	Não	Sim	Não					
E2, E3, E4, E5, E6, E7, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E36			E1, E8, E19, E26, E28, E35		E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E9, E10, E12, E13, E14, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E30, E34, E35, E36,		E1, E2, E3, E4, E5, E7, E16, E17, E19, E26, E28, E34, E35						
Correto	Incorreto		Correto	Incorreto	Correta	Incorreta	Correta	Incorreta					
E2, E5, E17, E27, E30	E3, E4, E6, E7, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E29, E31, E32, E33, E34, E36		E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E10, E13, E14, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E24, E25, E26, E27, E28, E30, E34, E35, E36	E9, E23	E1, E2, E4, E5, E6, E10, E13, E14, E17, E19, E20, E21, E22, E24, E25, E26, E27, E28, E30, E34, E36	E3, E7, E9, E12, E16, E23, E35	E2, E3, E34, E35	E1, E4, E5, E7, E16, E17, E19, E26, E28					

Fonte: Elaboração nossa

Nenhum estudante questionou a falta de informação referente à grandeza considerada, se era massa ou a quantidade de frutas “mais 5 na cesta”, todos consideraram a massa, ou seja, calcularam a partir da unidade de medida apresentada no enunciado. No problema 1, dentre os trinta e seis estudantes investigados, apenas 2,8%, ou seja, apenas *um* (E2 - Ilustração 22 -), resolveu o problema corretamente:

Ilustração 22 – Problema 1: Resolução por E2

É possível resolver? É possível. Ela tem 12 quilos de frutas, $\frac{7}{5}$ $\frac{7}{5}$
 Se a resposta for não, explique o porquê: 12

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

Eu pensei que 7 quilos de frutas e mais 5 para fazer o doce

Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E2 identificou a operação a ser realizada, resolveu o algoritmo corretamente, respondeu o problema e explicitou, de modo correto, as razões que o levou a identificar a operação correspondente ao problema. Como o problema informa da necessidade de fazer o doce com a mesma quantidade de açúcar, o estudante E2 realizou a adição das quantidades de frutas para obter o total.

Os demais, ou acertaram parcialmente ou erraram totalmente a resolução do problema 1. Como E2, outros *vinte e dois* estudantes (E1, E4, E5, E6, E9, E10, E13, E14, E17, E19, E20, E21, E22, E24, E25, E26, E27, E28, E30, E32, E34 e E36), ou seja, 64% dos investigados identificaram a operação correta. E, *treze estudantes* (E3, E7, E8, E11, E12, E15, E16, E18, E23, E29, E31, E33 e E35 - 36%) não identificaram a operação correspondente ao problema. Desses, *seis* estudantes (E3, E7, E12, E16, E23 e E35 - 16,6%), realizaram outras operações não correspondentes ao problema, tais como, subtração, multiplicação. Além disso, também houve casos em que os estudantes apresentaram só a resposta final, o que não nos possibilitou a identificação da operação realizada. Os demais, *seis* estudantes (E11, E15, E18, E29, E31 e E33 - 16,6%) responderam não ser possível resolver o problema e *um* estudante 2,8% (E8) e deixou em branco.

No que diz respeito à explicação ao procedimento realizado durante a resolução do problema, *trinta* estudantes (E2, E3, E4, E5, E6, E7, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E34 e E36 - 83%) apresentaram a explicação. Entretanto, os dados apontam um elevado índice de estudantes que explicaram incorretamente. Isto é, entre os trinta estudantes que explicaram (83%), *vinte e cinco* (E3, E4, E6, E7, E9,

E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E29, E31, E32, E33, E34 e E36 - 69%), o fizeram incorretamente. E, apenas *cinco* estudantes (E2- Ilustração 22 -, E5 - Ilustração 23 -, E17 - Ilustração 24 -, E27 - Ilustração 25 - e E30 - Ilustração 26 - 14%), explicitaram corretamente as razões pelas quais optaram pela operação corresponde à resolução do problema.

Ilustração 23 – Problema 1: Resolução por E5

como você pensou para resolver o problema:

Eu pensei em somar 7 + 5 para conseguir ter o total de frutas.

$$\begin{array}{r} 7 \\ + 5 \\ \hline 12 \end{array}$$

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 24 – Problema 1: Resolução por E17

Se a resposta for sim, como resolveu? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

Bem, pensei em somar o 7 com o 5 do lado do qual ela colocou para ela fazer o total.

$$\begin{array}{r} + 7 \\ + 5 \\ \hline 12 \end{array}$$

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 25 – Problema 1: Resolução por E27

Ela entende que ela tem 7 coisas e mais 5 e aí tem que somar tudo pra ver quanto que tem. 12

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 26 – Problema 1: Resolução por E30

$$\begin{array}{r} + 7 \\ + 5 \\ \hline 12 \end{array}$$

Eu acho que sim e pensei resolver a Ta pedindo quantos quilos vai de açúcar com a mesma quantidade de frutas.

Fonte: Respostas dos estudantes

As razões explicitadas pelo estudante E5 para realização da operação de adição está relacionada à obtenção do total de frutas. Bem como o estudante E27.

Para este, a verificação da quantidade total está relacionada à operação da adição. As explicações dos estudantes E17 e E30 correspondem à explicação de E2, isto é, a necessidade de fazer o doce com a mesma quantidade de açúcar o fizeram realizar a adição para obtenção da quantidade de frutas.

As explicações incorretas, que sobrevêm também nos demais problemas, são prenúncios da nossa problemática de investigação: “Esse é diferente dos que estou acostumado a resolver”; “É de mais, ou é de menos?”; “O que é pra fazer aqui professora?”; “O que é diferença?”; “É só uma conta que é para fazer aqui, ou tem mais de uma?”. As explicações incorretas serão analisadas, com fundamentação teórica, no capítulo seguinte.

Vinte e sete estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E9, E10, E13, E14, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E30, E34, E35 e E36 - 75%) resolveram o algoritmo. E, *nove* estudantes (E8, E11, E12, E15, E18, E29, E31, E32 e E33 - 25%) não o resolveram. Entre os 75% dos estudantes que resolveram o algoritmo, *dois* (E9 e E23 - 5,6%) resolveram incorretamente.

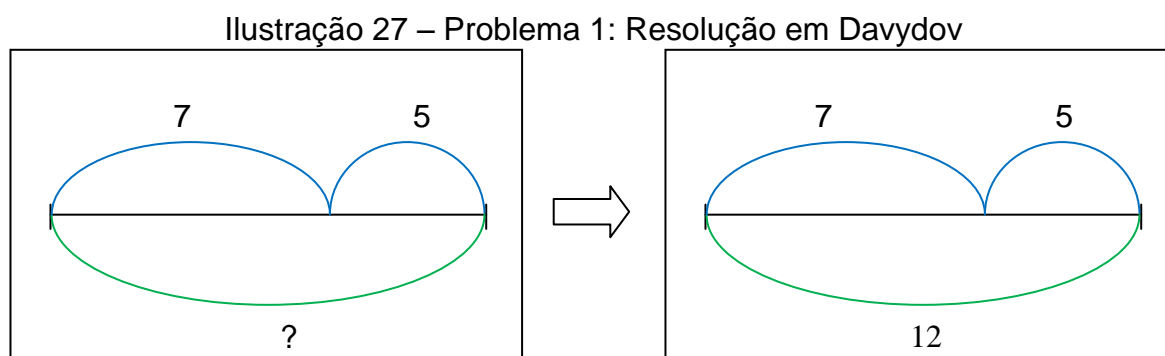
Vinte e oito estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E9, E10, E12, E13, E14, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E30, E34, E35, E36 - 77,8%) responderam o problema. Vale lembrar, que consideramos como resposta ao problema àquelas apresentadas numericamente ou textualmente, mesmo que incorretas. *Oito* estudantes (E8, E11, E15, E18, E29, E31, E32, E33 - 22,2%) não responderam ao problema. Todos, os *vinte e oito* estudantes que responderam, atribuíram resultado numérico. Contudo, desses 77,8%, quase 20% apresentaram resultados numéricos incorretos em decorrência de outras operações realizadas, não adequadas à resolução do problema, e, também, da resolução incorreta do algoritmo.

Dentre os *vinte e oito* estudantes que responderam o problema numericamente, apenas *treze* estudantes apresentaram o resultado textual (E1, E2, E3, E4, E5, E7, E16, E17, E19, E26, E28, E34 e E35 - 36,1%). E *quinze* estudantes (E6, E9, E10, E12, E13, E14, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E30 e E36 - 41,7%) não apresentaram o resultado textual. Entre os *treze* estudantes (36,1%) que responderam textualmente, apenas *quatro* (E2, E3, E34 e E35 - 11,1%) responderam corretamente. Os demais, *nove* estudantes (E1, E4, E5, E7, E16, E17, E19, E26 e E28 - 25%) responderam incorretamente.

Na sequência, apresentamos a resolução do problema em Davydov. Para

tanto, vale relembrar o enunciado do problema 1: **Uma dona de casa tinha 7 quilos de frutas na caixa e mais 5 na cesta. Ela resolveu fazer o doce, para isso é preciso comprar a mesma quantidade de açúcar. Quantos quilos de frutas no total a dona tem?**

Em Davydov, inicialmente se faz necessário analisar as informações apresentadas no problema, referentes a relação todo-partes, a grandeza e a unidade de medida considerada. Tal análise, referente ao problema 1, possibilita a seguinte constatação: os valores 7 e 5 são as partes, a grandeza é a massa, e a unidade de medida é o quilo. Se 7 representa uma parte e 5 a outra parte do total de quilos de frutas, isso significa dizer que as partes são conhecidas. O problema consiste na determinação do todo. O todo é sempre maior que as partes. Para determinar o todo soma-se as partes. Portanto, a operação adequada a resolução do problema é a de adição (Ilustração 27).



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Nesse caso, o todo será composto por 7 quilos de frutas, mais 5 quilos de frutas, independente da ordem em que os números são operados: $7 + 5 = 12$ ou $5 + 7 = 12$. Ou seja, 12 quilos de frutas.

Segundo problema:

Sacha tem 6 figurinhas, já a Maria tem 5 figurinhas a mais. Quantas figurinhas Maria têm?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

Quadro 2 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudantes ao problema 2.

Identificou a operação			Resolução do algoritmo		Resposta ao problema				
Sim	Não		Sim	Não	Sim		Não		
E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E33, E36	E2, E6, E27, E31, E32, E34, E35		E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E35, E36	E2, E6, E27, E28, E31, E32, E34	E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E29, E30, E32, E33, E34, E35, E36,				
	Outras operações	Não é possível			Em branco	Resultado numérico		Resultado textual	
	E27, E32, E34, E35,	E2, E6, E31				Sim	Não	Sim	Não
Explicou									E2, E6, E28, E31
Sim		Não			Sim	Não	Sim	Não	
E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E33, E31, E32, E34, E36		E1, E12, E19, E26, E30, E35		E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E29, E30, E32, E33, E34, E35, E36		E1, E3, E4, E8, E9, E11, E12, E17, E18, E19, E23, E26, E30, E32, E34, E35, E36		E5, E7, E10, E13, E14, E15, E16, E20, E21, E22, E24, E25, E27, E29, E33	
Correto	Incorreto		Correto	Incorreto	Correta	Incorreta	Correta	Incorreta	
E8, E14, E16,	E2, E3, E4, E5, E6, E9, E10, E11, E13, E15, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E31, E32, E33, E34, E36		E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E35, E36	E18	E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E35, E36,	E11, E18, E27, E30, E32, E34, E35, E36,	E1, E3, E4, E11, E17, E18, E23, E30, E32, E34, E36	E8, E9, E12, E19, E26, E35	

Fonte: Elaboração nossa

Nenhum estudante questionou em relação a quem Maria tem figurinhas a mais. Todos consideraram que Maria tem 5 figurinhas a mais que Sacha. Nesse problema, **nenhum** estudante **respondeu corretamente**. Ou seja, nenhum estudante identificou a operação, resolveu o algoritmo, respondeu o problema e explicitou corretamente as razões que o levou a identificar a operação correspondente ao problema, concomitantemente. Porém, a resolução de *três* estudantes (E8 - Ilustração 28 -, E14 - Ilustração 29 - e E16 - Ilustração 30 -) são as que mais se aproximam da resolução correta completa.

Ilustração 28 – Problema 2: Resolução por E8

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

Maria tem 7 figurinhas, pensei que ela tem 5 mais do que Sacha. Então Sacha tem 11 figurinhas a mais do que Sacha.

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 29 – Problema 2: Resolução por E14

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

Eu pensei que se Sacha tem 6 de Sacha e mais cinco a mais de Maria dá o resultado

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 5 \\ \hline 11 \end{array}$$

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 30 – Problema 2: Resolução por E16

Maria tem 5 figurinhas a mais do que Sacha.
 $6 + 5 = 11$

Fonte: Respostas dos estudantes

Estes estudantes (E8 - Ilustração 28 -, E14 - Ilustração 29 - e E16 - Ilustração 30 -) identificaram a operação correspondente, resolveram o algoritmo corretamente, porém, não responderam textualmente ao problema e/ou responderam de modo incorreto. Apesar disso, são os únicos que explicaram corretamente o procedimento realizado durante a resolução do problema. Os três estudantes realizaram a operação da adição por entender que as 6 figurinhas de Sacha **mais** as 5 figurinhas a mais de Maria daria o **total** de figurinhas que Maria tem.

Apenas 8,3% de todos os estudantes explicaram corretamente o procedimento adotado na determinação da operação correspondente ao problema. Este baixo índice pode ser expressão de que a aprendizagem dos conceitos científicos não tenha ocorrido pelos demais. E também, não significa que esses que conseguiram explicar corretamente (E8 - Ilustração 28 -, E14 - Ilustração 29 - e E16 - Ilustração 30), tenham de fato se apropriados dos conceitos científicos relacionados a resoluções de problemas sobre adição e subtração. Pois, estes também não explicaram corretamente o procedimento realizado nos demais problemas.

Os demais estudantes, ou erraram a resolução do problema ou acertaram

parcialmente. *Vinte e nove* estudantes (E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E33, E36 - 80,6%) identificaram com êxito a operação correspondente ao problema. No entanto, outros *sete* estudantes (E2, E6, E27, E31, E32, E34, E35 - 19,4%) não identificaram a operação correta. Desses, *quatro* estudantes (E27, E32, E34, e E35 - 11,1%) realizaram outras operações não correspondentes ao problema, como a multiplicação, por exemplo. Além disso, não realizaram nenhuma operação, apenas repetiram o número do enunciado e, outros estudantes apresentaram só resposta final, cuja solução não foi possível identificar a operação realizada. Dos demais envolvidos, que não identificaram a operação correta, *três* estudantes (E2, E6 e E31 - 8,3%) alegaram não ser possível resolver o problema.

Cerca de 80% dos estudantes, isto é, *trinta* (E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E31, E32, E33, E34 e E36) explicaram o procedimento realizado durante a resolução do problema. Porém, aproximadamente 20%, *seis* estudantes (E1, E12, E19, E26, E30 e E35) não apresentaram explicação do procedimento adotado. Entre os que explicaram (80%), *vinte e sete* estudantes (E2, E3, E4, E5, E6, E7, E9, E10, E11, E13, E15, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E31, E32, E33, E34 e E36 - 75%) o fizeram incorretamente. Novamente a incidência de elevado índice de estudantes que não explicaram corretamente o procedimento realizado durante a resolução do problema.

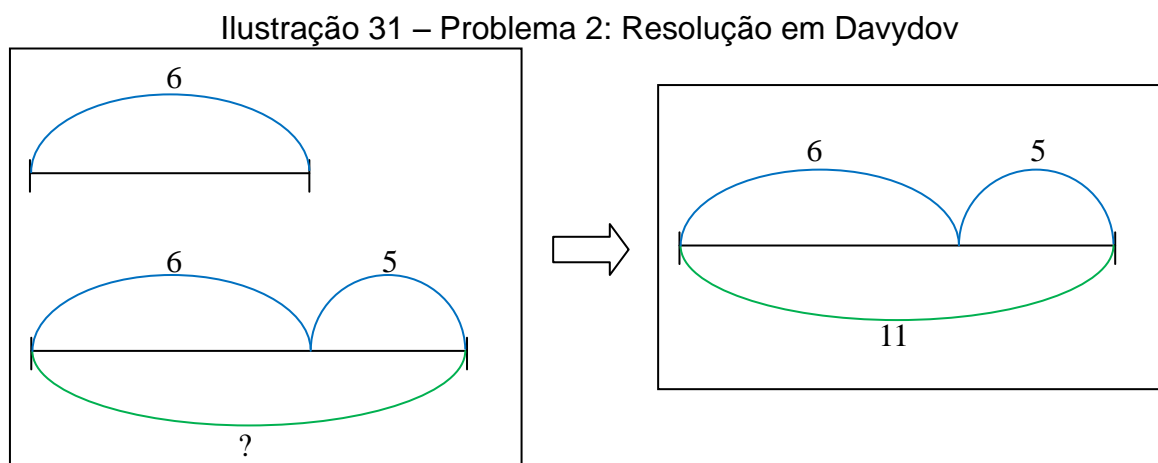
Vinte e nove estudantes (E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E35 e E36 - 80,6%) resolveram o algoritmo adotado, *sete* (E2, E6, E27, E28, E31, E32 e E34 - 19,4%) não o resolveram e *um* (E18) resolveu incorretamente.

Trinta e dois estudantes (E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E29, E30, E32, E33, E34, E35 e E36 - 88,9%) responderam o problema e *quatro* (E2, E6, E28 e E31 - 11,1%) não responderam. Todos os *trinta e dois* estudantes que responderam, apresentaram resultado numérico. *Vinte e quatro* estudantes (E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29 e E33 - 66,7%) apresentaram resultado numérico correto e *oito* (E11, E18, E27, E30, E32, E34, E35 e E36 - 22,2%) e resultado numérico incorreto. Entre os *trinta e dois* estudantes que responderam e apresentaram resultado

numérico, *dezessete* estudantes (E1, E3, E4, E8, E9, E11, E12, E17, E18, E19, E23, E26, E30, E32, E34, E35 e E36 - 47,2%) apresentaram também o resultado textual. Os demais, *quinze* estudantes (E5, E7, E10, E13, E14, E15, E16, E20, E21, E22, E24, E25, E27, E29 e E33 - 41,7%) não apresentaram. Entre os *dezessete* estudantes que apresentaram resultado textual, *onze* (E1, E3, E4, E11, E17, E18, E23, E30, E32, E34 e E36 - 30,5%) o fizeram corretamente e *seis* estudantes (E8, E9, E12, E19, E26 e E35 - 16,7%) incorretamente.

Na sequência, apresentamos a resolução do problema em Davydov. Vale lembrarmos o enunciado do problema 2: ***Sacha tem 6 figurinhas, já a Maria tem 5 figurinhas a mais. Quantas figurinhas Maria têm?***

Já sabemos que, em Davydov, a partir da análise das informações do problema 2, faz-se necessário a identificação da relação todo-partes, a grandeza e a unidade de medida considerada. Assim, a grandeza é a quantidade, a unidade de medida é uma figurinha (dada discretamente) e as partes: 6 figurinhas de Sacha e as 5 figurinhas a mais que Maria possui. Se conhecemos as partes, o problema consiste na determinação do todo. Logo, o todo (sempre maior que as partes) é encontrado ao somarmos suas partes. Portanto, a operação adequada a resolução do problema é a adição (Ilustração 31).



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Nesse caso, o todo será composto por 6 figurinhas, mais 5 figurinhas (independente da ordem). Ou seja, Maria tem 11 figurinhas.

Terceiro problema:

Vera colheu 7 morangos, já a Katya colheu 3 morangos a menos. Quantos morangos a Katya colheu?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

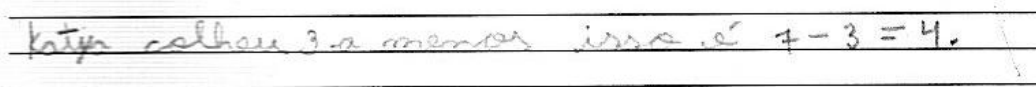
Quadro 3 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 3.

Identificou a operação				Resolução do algoritmo			Resposta ao problema							
Sim		Não		Sim		Não	Sim				Não			
E1, E3, E5, E7, E8, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E34, E36		E2, E4, E6, E9, E10, E18, E19, E20, E27, E28, E31, E32, E35		E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E34, E35, E36			E2, E6, E10, E19, E27, E28, E31, E32	E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E33, E34, E35, E36				E2, E6, E10, E19, E27, E31, E32		
Outras operações		Não é possível	Em branco					Resultado numérico		Resultado textual				
Explicou							Sim		Não					
E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E36		E1, E15, E26, E28, E35					E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E33, E34, E35, E36		E1, E3, E4, E5, E8, E11, E12, E18, E19, E21, E23, E26, E34, E35		E7, E9, E13, E14, E15, E16, E17, E20, E22, E24, E25, E28, E29, E30, E33, E36			
Correto	Incorreto			Correto	Incorreto		Correta	Incorreta		Correta	Incorreta			
E16	E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E36				E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E34, E36	E35	E1, E3, E5, E7, E8, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E34, E36	E4, E9, E18, E19, E20, E28, E35		E1, E3, E4, E5, E8, E11, E12, E18, E19, E21, E23, E35	E26, E34			

Fonte: Elaboração nossa

Bem como no problema anterior, não se questionou em relação a quem Katya colheu morangos a menos. Todos consideraram que Katya colheu morangos a menos que Vera. Igualmente ao problema 2, **nenhum** estudante **respondeu corretamente** ao problema 3. E, apenas um estudante (E16 - Ilustração 32 -) aproximou-se da resposta completa correta.

Ilustração 32 – Problema 3: Resolução por E16



katya escolheu 3 a menor isso é $7-3=4$.

Fonte: Respostas dos estudantes

Este estudante identificou a operação, resolveu o algoritmo correspondente ao problema, explicou corretamente o procedimento realizado durante a resolução e também respondeu o problema numericamente. Porém, apresentou apenas resultado numérico e não apresentou resultado textual.

Os demais estudantes, acertaram parcialmente ou erraram totalmente a resolução do problema 3. Quanto a identificação da operação, *vinte e três* estudantes (E1, E3, E5, E7, E8, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E34 e E36 - 63,9%) identificaram a operação correspondente ao problema. E, *treze* estudantes (E2, E4, E6, E9, E10, E18, E19, E20, E27, E28, E31, E32 e E35 - 36,1%) não identificaram a operação adequada. Entre esses, *oito* estudantes (E4, E9, E18, E19, E20, E28, E32 e E35 - 22,2%) identificaram outras operações, tais como, adição, divisão e outros que atribuíram apenas resultado final, que nos impossibilitaram a identificação da operação realizada. *Cinco* estudantes (E2, E6, E10, E27 e E31 - 13,9%) responderam não ser possível resolver o problema.

Entre os *trinta e um* estudantes (E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E34 e E36 - 86,1%) que explicitaram as razões que os levaram a identificar a operação realizada, apenas *um* estudante (E16 - 2,8%) explicou corretamente. Os demais, *trinta* estudantes (83,3%) explicaram incorretamente. *Cinco* estudantes (E1, E15, E26, E28 e E35 - 13,9%) não explicitaram as razões pelas quais o levaram à operação realizada.

No que se refere à resolução do algoritmo, *vinte e oito* estudantes (E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E34, E35 e E36 - 77,8%) resolveram. E, 75% o fizeram corretamente. *Um* estudante (E35 - 2,8%) resolveu incorretamente. *Oito* estudantes (E2, E6, E10, E19, E27, E28, E31 e E32 - 22,2%) não resolveram o algoritmo.

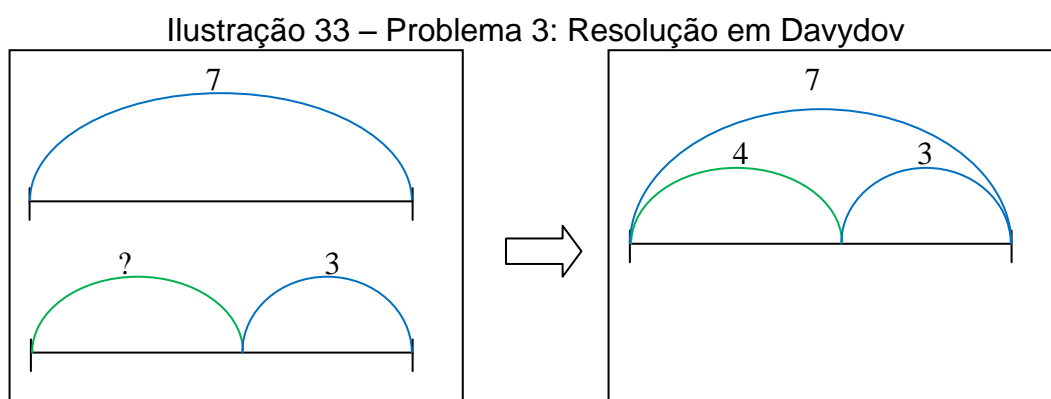
Seis estudantes (E2, E6, E10, E27, E31 e E32 - 16,7%) não apresentaram

resposta ao problema. O percentual dos que apresentaram resposta (E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E33, E34, E35 e E36 - 83,3%), foram os mesmos que atribuíram resultado numérico. Mas os que atribuíram resultado textual foram *catorze* estudantes (E1, E3, E4, E5, E8, E11, E12, E18, E19, E21, E23, E26, E34 e E35 - 38,9%) e *dezesesseis* estudantes (E7, E9, E13, E14, E15, E16, E17, E20, E22, E24, E25, E28, E29, E30, E33, E36 - 44,4%) não apresentaram resultado textual.

Entre os 83,3% que apresentaram resultado numérico, *vinte e três* estudantes (E1, E3, E5, E7, E8, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E34 e E36 - 63,9%) o fizeram corretamente e *sete* estudantes (E4, E9, E18, E19, E20, E28 e E35 - 19,4%) apresentaram o resultado numérico incorreto. E, entre os 38,9% que apresentaram resultado textual, *dois* estudantes (E26 e E34 - 5,6%) atribuíram resultado inadequado ao problema.

Para apresentação da resolução do problema em Davydov, vale relembrar o problema 3: ***Vera colheu 7 morangos, já a Katya colheu 3 morangos a menos. Quantos morangos a Katya colheu?***

A análise das informações do problema 3 nos possibilita identificar que, a grandeza refere-se a quantidades, a unidade de medida é um morango. Conhecemos o todo, 7 e uma das partes, 3. A quantidade 3 representa uma parte do todo (7), assim o valor desconhecido é a outra parte (a parte desconhecida). A parte é sempre menor que o todo. Para determinarem a parte desconhecida temos que diminuir do todo, a parte conhecida. Portanto, a operação adequada a resolução do problema é a subtração (Ilustração 33).



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Assim, a parte desconhecida será determinada ao diminuirmos de 7

morangos, 3 morangos. Ou seja, $7 - 3 = 4$ morangos.

Quarto problema, questão a:

Procure na reta numeral:



a) Qual o número que precisa ser acrescentado 3 unidades para chegar a 9?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

Quadro 4 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudantes ao problema 4a.

Identificou a operação			Resolução do algoritmo		Resposta ao problema			
Sim	Não		Sim	Não	Sim		Não	
E29, E33	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E30, E31, E32, E34, E35, E36		E1, E5, E10, E13, E14, E18, E20, E23, E25, E29, E33, E36	E2, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E11, E12, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E24, E26, E27, E28, E30, E31, E32, E34, E35	E1, E4, E5, E7, E10, E11, E13, E14, E16, E18, E20, E21, E23, E25, E26, E28, E29, E33, E34, E35, E36			
	Outras operações	Não é possível						Em branco
	E1, E4, E5, E6, E7, E10, E11, E13, E14, E16, E18, E20, E21, E22, E23, E25, E26, E28, E30, E32, E34, E35, E36	E2, E8, E9, E12, E15, E17, E19, E24, E27, E31						E3
Explicou								
Sim		Não						
E2, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E36		E1, E3, E10, E26, E28, E34, E35						
Correto	Incorreto		Correto	Incorreto		Correta	Incorreta	
E14	E2, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E36		E1, E5, E10, E13, E14, E18, E20, E23, E25, E29, E33, E36			E1, E5, E7, E10, E13, E14, E21, E23, E25, E26, E29, E33, E34, E36	E4, E11, E16, E18, E20, E28, E35	

Fonte: Elaboração nossa

Ao organizarmos os dados na primeira coluna (identificou a operação – quadro 4), mais especificamente na subcoluna **sim**, para os problemas 4a e 4b, constatamos que muitos estudantes encontraram o resultado numérico correto, porém, advindos de operações incorretas. Ou seja, a operação realizada pela maioria dos estudantes incidia na operação inversa a correta. Tal operação representava a “prova real” do resultado apontado. Como nosso foco não é apenas o resultado final, mas também o processo para tal, precisávamos identificar se o resultado correto adveio da operação correta. Para tanto, consideramos que identificaram a operação, aquelas respostas que apresentavam algoritmo ou

descreviam o processo pela utilização da reta numérica e não como nos outros problemas que considerávamos o resultado final correto, mesmo realizado no plano mental. Nesse caso, ao considerar apenas resultado final, não havia possibilidade de identificar a operação que originou tal resultado, se era a correta ou a inversa.

A consideração para a primeira coluna refletiu na organização da segunda coluna. Consideramos à resolução do algoritmo na subcoluna **sim** (quadro 4) aquela que apresentou cálculo aritmético correspondente ou não ao problema. E, na subcoluna **não** (quadro 4) aquela que apresentou apenas resultado final, correto ou incorreto.

Constatamos na terceira coluna, que alguns estudantes não apresentaram **resposta ao problema**. Dentre os que responderam, verificamos a desnecessidade de resultado textual, portanto, nos problemas 4a, 4b e 4c as subcolunas referentes ao resultado numérico e ao resultado textual foram extraídas. E, permanecem em resposta ao problema **sim** (quadro 4) as subcolunas correta e incorreta. Pois apenas o resultado numérico responde ao problema. Também consideramos, na resposta ao problema, aquela que apresentou somente a resposta final, isto é, não apresentou cálculo aritmético, mesmo que correta ou incorreta. Consideramos que não respondeu ao problema aquelas resoluções deixadas em branco ou apresentaram justificativa de impossibilidade de resolução.

Assim, os resultados obtidos nesse problema apontam a grande dificuldade pelos alunos no que diz respeito à identificação da operação. Para este problema, *trinta e quatro* estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E30, E31, E32, E34, E35 e E36 - 94,4%) não identificaram a operação correspondente, pois apresentaram operações inversas à correta. Isto não significa que suas respostas sejam incorretas. Mesmo ao apresentarem o cálculo aritmético inverso, compreendemos que os estudantes apresentaram literalmente a situação do problema. Assim, entendemos pela organização dos dados do cálculo aritmético, que a resposta esperada confere com tal apresentação.

Dentre os 94,4% que não identificaram a operação correta, *vinte e três* (E1, E4, E5, E6, E7, E10, E11, E13, E14, E16, E18, E20, E21, E22, E23, E25, E26, E28, E30, E32, E34, E35 e E36 - 63,8%) apresentaram outras operações, inclusive a operação inversa ao problema, ou apenas o resultado final incorreto sem possibilidade de identificação da operação realizada. *Dez* estudantes (E2, E8, E9

E12, E15, E17, E19, E24, E27, E31- 27,8%) alegaram impossibilidade de resolução. E, *um* estudante (E3 - 2,8%) não resolveu, ou seja, deixou o problema em branco.

Entre os *vinte e nove* estudantes (E2, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E36 - aproximadamente 80%) que explicaram o procedimento realizado durante a resolução do problema, apenas *um* (E14 - Ilustração 34 -) explicou corretamente. Os demais, explicaram incorretamente e *sete* estudantes (E1, E3, E10, E26, E28, E34 e E35 – aproximadamente 20%) não explicitaram as razões que os levaram a identificar a operação adotada.

Ilustração 34 – Problema 4a: Resolução por E14
como você pensou para resolver o problema:

*Eu abri na tabela e foi contando. Foi que foi
o número 6 para jogar até a marca.*

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 3 \\ \hline 9 \end{array}$$

Fonte: Respostas dos estudantes

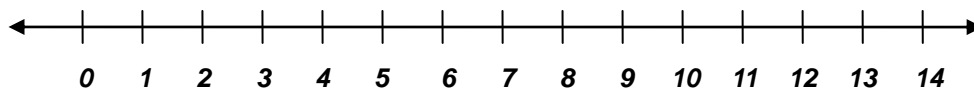
Este estudante (Ilustração 34) explicou pelo recurso da reta numérica e a denomina de tabela. Ao denominar a reta numérica por tabela, assim como o estudante E20 que a denominou por régua, surge as seguintes reflexões: estes estudantes conhecem a reta numérica, uma representação de suma importância para matemática?

Doze estudantes (E1, E5, E10, E13, E14, E18, E20, E23, E25, E29, E33 e E36) que apresentaram cálculo algoritmo adequado ou não ao problema, resolveram corretamente. Os demais, *vinte e quatro* estudantes (E2, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E11, E12, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E24, E26, E27, E28, E30, E31, E32, E34 e E35 - 66,7%) não resolveram. Decorrencia dos que apresentaram apenas resultado numérico, ou alegaram impossibilidade de resolução, ou deixaram em branco.

Pouco mais da metade dos estudantes, *vinte e um* (E1, E4, E5, E7, E10, E11, E13, E14, E16, E18, E20, E21, E23, E25, E26, E28, E29, E33, E34, E35 e E36 - 58,3%) apresentaram resposta ao problema. Desses, *catorze* estudantes (E1, E5, E7, E10, E13, E14, E21, E23, E25, E26, E29, E33, E34 e E36 – 38,9%) apresentaram resultado correto. E, outros *sete* (E4, E11, E16, E18, E20, E28, E35 - 19,4%) apresentaram resultado incorreto. Outros *quinze* estudantes (E2, E3, E6, E8,

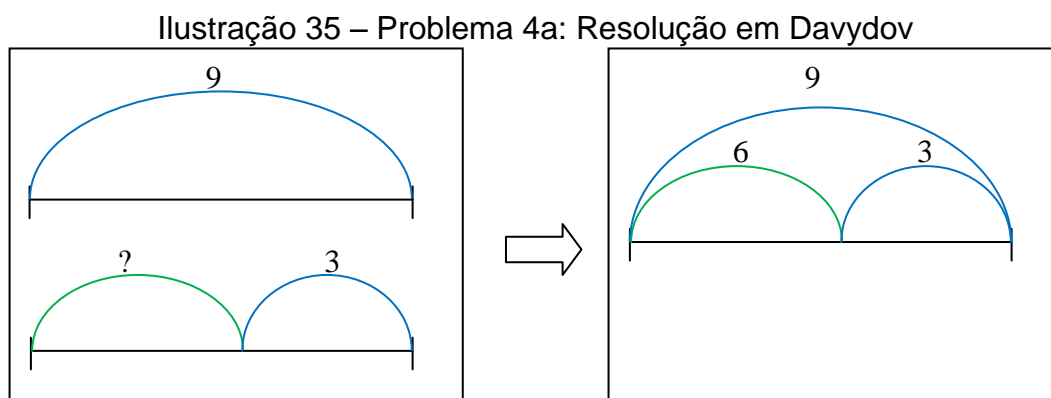
E9, E12, E15, E17, E19, E22, E24, E27, E30, E31 e E32 - 41,7%) não responderam.

Para apresentarmos a resolução do problema 4a em Davydov, relembremos seu enunciado. **Procure na reta numeral:**



Qual o número que precisa ser acrescentado 3 unidades para chegar a 9?

Davydov e seus colaboradores apresentam constantemente em seu sistema de tarefas para o primeiro ano, a reta numérica. Para Davydov, a reta numérica é o lugar geométrico dos números (ROSA, 2012). A interpretação davydoviana neste problema incide na determinação do valor que resulte em 9. Portanto, 9 é o nosso todo. Logo o valor desconhecido é a parte. A parte conhecida é o 3 (Ilustração 35).



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Temos que diminuir do todo a parte conhecida para determinar a outra parte desconhecida. Nesse caso: $9 - 3 = 6$. A operação da subtração é a correspondente ao problema e 6 é o resultado esperado.

Quarto problema, questão b:

b) Qual número que diminuído 4 unidades resulta em 5?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

Quadro 5 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 4b.

Identificou a operação				Resolução do algoritmo		Resposta ao problema			
Sim	Não			Sim	Não	Sim		Não	
E18, E20, E25, E29, E35	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E28, E30, E31, E32, E33, E34, E36			E1, E5, E10, E13, E16, E18, E20, E23, E25, E29, E33, E35, E36	E2, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E11, E12, E14, E15, E17, E19, E21, E22, E24, E26, E27, E28, E30, E31, E32, E34	E1, E4, E5, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E16, E18, E20, E21, E22, E23, E25, E26, E28, E29, E33, E35, E36	E2, E3, E6, E7, E8, E15, E17, E19, E24, E27, E30, E31, E32, E34		
	Outras operações	Não é possível	Em branco						
	E1, E4, E5, E6, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E16, E21, E22, E23, E26, E28, E31, E32, E33, E36	E2, E7 E8, E15, E17, E19, E24, E27, E34	E3, E30						
Explicou									
Sim			Não						
E2, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E31, E32, E33, E34, E36			E1, E3, E11, E12, E26, E28, E30, E35						
Correto	Incorreto			Correto	Incorreto	Correta	Incorreta		
	E2, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E31, E32, E33, E34, E36				E1, E5, E10, E13, E16, E18, E20, E23, E25, E29, E33, E35, E36		E1, E5, E10, E11, E13, E16, E18, E20, E23, E25, E29, E33, E35, E36	E4, E9, E12, E14, E21, E22, E26, E28	

Fonte: Elaboração nossa

Nenhum estudante acertou completamente o problema. Ou seja, nenhum estudante identificou a operação correspondente ao problema, resolveu corretamente o algoritmo, respondeu o problema e, explicou as razões pelas quais adotou tal procedimento realizado de modo correto. O percentual de estudantes que não **identificaram a operação** também é alto nesse problema, pois, *trinta e um* estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E28, E30, E31, E32, E33, E34 e E36 - 86,1%) não identificaram a operação correspondente ao problema. Apenas *cinco* (E18, E20, E25, E29 e E35 - 13,9%) identificaram a operação correta ao problema. Entre os que não identificaram a operação correspondente ao problema, *dois* estudantes (E3 e E30 - 5,6%) deixaram em branco, *nove* estudantes (E2, E7 E8, E15, E17, E19, E24, E27 e E34 - 25%) alegaram não ser possível respondê-lo e *vinte* estudantes (E1, E4, E5, E6, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E16, E21, E22, E23, E26, E28, E31, E32, E33 e E36 - 55,5%) realizaram outras operações. Bem como no

problema 4a, a operação apresentada era a inversa à correta.

E, quando apresentavam a operação correta, consideravam esta como a “prova real”, assim como aponta o estudante E25 (Ilustração 36):

Ilustração 36 – Problema 4b: Resolução por E25

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

4+5=9) eu usei a adição numa subtração que vinha assim; tipo uma prova real.

Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E25 respondeu: “ $4 + 5 = 9$. Eu usei a adição numa subtração que vinha assim; tipo uma prova real” (Ilustração 36). Esta explicação está relacionada a operação correspondente ao problema e não a “prova real”, como exposto pelo estudante. Isto significa que embora apresente a operação correta, este estudante não tem consciência das características essenciais do problema.

Vinte e oito estudantes (E2, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E31, E32, E33, E34, E36 - 77,8%) explicaram o procedimento realizado durante a resolução do problema. E nenhum estudante o fez corretamente. Todos relataram como fizeram em detrimento do porque fizeram. Oito estudantes (E1, E3, E11, E12, E26, E28, E30 e E35 – 22,2%) não explicaram.

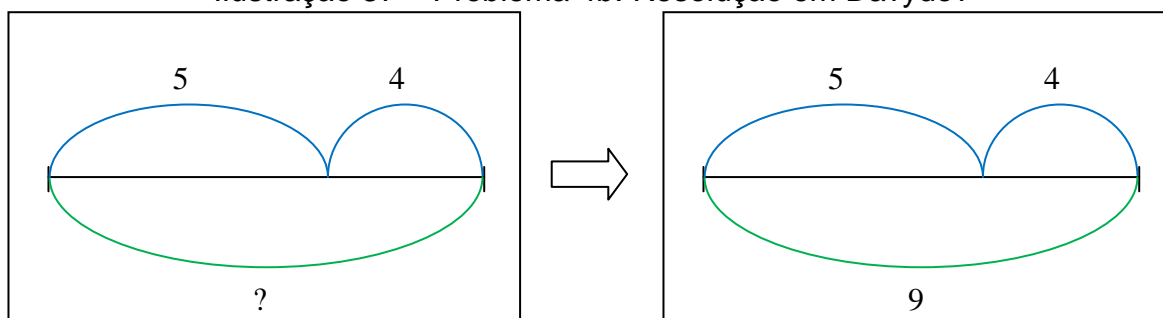
No que se refere à resolução do algoritmo, os treze estudantes (E1, E5, E10, E13, E16, E18, E20, E23, E25, E29, E33, E35 e E36 – 36,1%) que apresentaram cálculo aritmético correspondente ou não ao problema, o resolveram corretamente. Os demais, vinte e três estudantes (E2, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E11, E12, E14, E15, E17, E19, E21, E22, E24, E26, E27, E28, E30, E31, E32 e E34 - 63,9%) apresentaram apenas resultado numérico, ou alegaram impossibilidade de resolução, ou, ainda, deixaram em branco.

Vinte e dois estudantes (E1, E4, E5, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E16, E18, E20, E21, E22, E23, E25, E26, E28, E29, E33, E35 e E36 - 61,1%) apresentaram resposta ao problema. Entre esses, catorze estudantes (E1, E5, E10, E11, E13, E16, E18, E20, E23, E25, E29, E33, E35 e E36 - 38,9%) apresentaram resultado numérico correto. E, oito estudantes (E4, E9, E12, E14, E21, E22, E26, E28 – 22,2%) apresentaram resultados incorretos.

Lembremos o problema 4b: **Qual número que diminuído 4 unidades resulta em 5?**

O que representa a resolução do problema 4b em Davydov segue na ilustração 37. De acordo com o enunciado do problema, é dado o resultado do cálculo, o número 5. Portanto, o número desconhecido é maior que 5. E, diminuído 4, significa que o número desconhecido é maior que 5 em 4 unidades (Ilustração 37).

Ilustração 37 – Problema 4b: Resolução em Davydov



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Portanto, 4 e 5 são as partes conhecidas, o valor desconhecido refere-se ao todo. Conforme já mencionados, o todo se obtém pela soma das partes conhecidas. Nesse caso: $4 + 5 = 9$. A operação é adição e 9 é a resposta correta.

Quarto problema, questão c:

Quanto fica ao diminuirmos 6 de 6?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

Quadro 6 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 4c.

Identificou a operação			Resolução do algoritmo			Resposta ao problema		
Sim	Não		Sim	Não	Sim	Não		
E1, E5, E6, E7, E8, E10, E13, E14, E16, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E32, E33, E34, E35, E36	E2, E3, E4, E9, E11, E12, E15, E17, E18, E19, E20, E26, E31		E1, E5, E6, E7, E8, E10, E13, E16, E18, E21, E22, E23, E24, E25, E29, E30, E33, E34, E35, E36	E2, E3, E4, E9, E11, E12, E14, E15, E17, E19, E20, E26, E27, E28, E31, E32	E1, E5, E6, E7, E8, E10, E12, E13, E14, E16, E18, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35, E36		E2, E3, E4, E9, E11, E15, E17, E19, E20, E26, E32	
	Outras operações	Não é possível						Em branco
	E12, E18, E31	E2, E4, E9, E11, E15, E17, E19, E20, E26						E3
Explicou								
Sim		Não						
E1, E2, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E36		E3, E12, E28, E34, E35						
Correto	Incorreto		Correto	Incorreto		Correta	Incorreta	
E1, E5, E6, E8, E10, E13, E16, E25	E2, E4, E7, E9, E11, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E36		E1, E5, E6, E7, E8, E10, E13, E16, E18, E21, E22, E23, E24, E25, E29, E30, E33, E34, E35, E36			E1, E5, E6, E7, E8, E10, E13, E14, E16, E18, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E34, E35, E36	E12, E31, E33	

Fonte: Elaboração nossa

Nas questões **4a** e **4b**, considerávamos, na identificação da operação **sim** (quadro 6), apenas os que apresentavam o algoritmo. Já neste problema, consideramos sem a apresentação do algoritmo, isto é, apenas o resultado, mas que estivessem corretos. Pois entendemos que o estudante que não apresentou cálculo e colocou apenas o resultado numérico correto, o fez no plano mental.

Nesse problema, *vinte e três* estudantes (E1, E5, E6, E7, E8, E10, E13, E14, E16, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E32, E33, E34, E35 e E36 - aproximadamente 60%) identificaram a operação correspondente ao problema. E, treze estudantes (E2, E3, E4, E9, E11, E12, E15, E17, E18, E19, E20, E26 e E31 - cerca de 40%) não identificaram a operação correspondente. Entre esses, três (E12, E18 e E31 - 8,3%) realizaram outras operações como a adição, por exemplo. Também apresentaram como resposta o número imediatamente anterior a 6 na reta numérica, o 5. E, outros resultados que não nos possibilitaram a identificação da operação realizada. *Nove* estudantes (E2, E4, E9, E11, E15, E17, E19, E20 e E26 - 25%) alegaram impossibilidade de resolução e *um* (E3 - 2,8%) deixou o problema

em branco.

Entre os *trinta e um* estudantes (E1, E2, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E33 e E36 – 86,1%) que explicaram o procedimento realizado, apenas oito (E1, E5, E6, E8, E10, E13, E16 e E25 - 22,2%), o fizeram corretamente. Como por exemplo, o estudante E1 (Ilustração 38):

Ilustração 38 – Problema 4c: Resolução por E1

16

= 6

0

B = Bom poro de 6 em 6 poro e = 0 porque os dois tem o mesmo valor

Fonte: Respostas dos estudantes

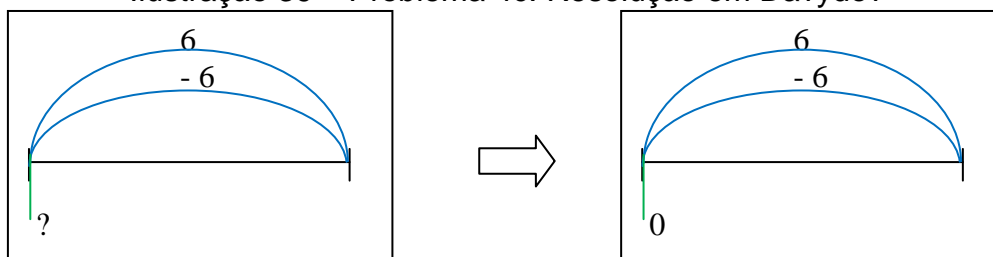
Vinte estudantes (E1, E5, E6, E7, E8, E10, E13, E16, E18, E21, E22, E23, E24, E25, E29, E30, E33, E34, E35 e E36 – 55,6%) resolveram o algoritmo corretamente. Os demais, *dezesseis* estudantes (E2, E3, E4, E9, E11, E12, E14, E15, E17, E19, E20, E26, E27, E28, E31, E32 - 44,4%) não resolveram o algoritmo.

Vinte e cinco estudantes (E1, E5, E6, E7, E8, E10, E12, E13, E14, E16, E18, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35 e E36 - aproximadamente 70%) responderam o problema. Entre esses, *três* (E12, E31 e E33 - 8,3%) apresentaram resposta incorreta.

Lembremos do problema 4c: **Quanto fica ao diminuirmos 6 de 6?**

Nesse problema, os dados numéricos incidem no ponto de partida representado pelo número 6, o todo. E, uma parte conhecida também 6. Pelos pressupostos davydovianos, a operação que requer determinar a outra parte, menor que o todo, é a subtração (Ilustração 39).

Ilustração 39 – Problema 4c: Resolução em Davydov

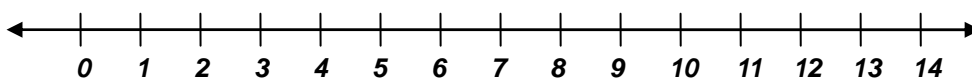


Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Logo: $6 - 6 = 0$. Ou seja, a partir do todo temos que diminuir uma parte e assim atingirmos na reta numérica na reta numérica o ponto referente ao valor da outra parte.

Quinto problema, questão a:

Procure na reta numeral:



a) A irmã tem 5 anos e o irmão tem 9. Quantos anos o irmão é mais velho que a irmã?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

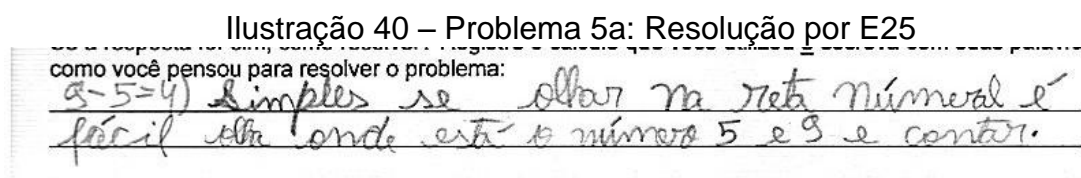
Quadro 7 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 5a.

Identificou a operação			Resolução do algoritmo			Resposta ao problema			
Sim	Não		Sim	Não		Sim		Não	
E2, E3, E5, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E33, E34, E35, E36	E1, E4, E6, E11, E14, E15, E18, E20, E31, E32					E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E33, E34, E35, E36			
	Outras operações	Não é possível							
	E1, E4, E6, E14, E18, E20, E32	E11, E15, E31							
Explicou						Resultado numérico		Resultado textual	
Sim		Não				Sim	Não	Sim	Não
E2, E4, E5, E7, E11, E14, E15, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E28, E29, E32, E33, E36		E1, E3, E6, E8, E9, E10, E12, E13, E16, E18, E26, E27, E30, E31, E34, E35				E1, E2 E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E33, E34, E35, E36		E1, E2, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E26, E27, E28, E30, E34, E35	E5, E20, E23, E24, E25, E29, E33, E36
Correto	Incorreto		Correto	Incorreto		Correta	Incorreta	Correta	Incorreta
E25	E2, E4, E5, E7, E11, E14, E15, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E28, E29, E32, E33, E36		E1, E2, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E33, E34, E35, E36	E18		E1, E2, E3, E5, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E33, E34, E35, E36	E4, E6, E14, E18, E20	E1, E2, E3, E6, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E16, E17, E19, E21, E22, E26, E27, E28, E30, E34	E4, E18, E35

Fonte: Elaboração nossa

Embora este problema não tenha muita incidência de erros relacionados ao resultado numérico, *nenhum* estudante apresentou completamente a resolução e

correta do problema. Os estudantes ou acertaram parcialmente ou erraram totalmente a resolução do problema. O estudante E25 (Ilustração 40) não apresentou resultado textual, contudo, somente este explicitou, de modo correto, as razões que o levou a identificar a operação correspondente ao problema.



Fonte: Respostas dos estudantes

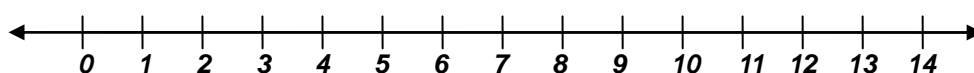
A razão pelas quais o estudante E25 realizou o procedimento incide na utilização da reta numérica. *Vinte* estudantes (E2, E4, E5, E7, E11, E14, E15, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E28, E29, E32, E33 e E36 – 55,6%) explicaram o procedimento realizado e, como mencionado anteriormente, apenas *um* explicou corretamente. *Dezesseis* estudantes (E1, E3, E6, E8, E9, E10, E12, E13, E16, E18, E26, E27, E30, E31, E34 e E35) não explicaram o procedimento realizado. *Vinte e seis* estudantes (E2, E3, E5, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E33, E34, E35 e E36 - 72,2%) identificaram a operação correspondente ao problema. *Dez* estudantes (E1, E4, E6, E11, E14, E15, E18, E20, E31 e E32 - 27,8%) não identificaram a operação correta. Entre esses, *sete* (E1, E4, E6, E14, E18, E20 e E32 - 19,5%) realizaram outras operações e *três* (E11, E15 e E31 - 8,3%) apresentaram nas respostas, impossibilidade de resolução.

Trinta e um estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E33, E34, E35 e E36 - 86%) resolveram o algoritmo. Desses, *um* estudante (E18) realizou o cálculo incorretamente. E, *cinco* estudantes (E6, E11, E15, E31 e E32 - 14%) não resolveram algoritmo.

Apresentaram resposta ao problema, *trinta e dois* estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E33, E34, E35 e E36 - 88,9%). Todos esses apresentaram resultado numérico. *Vinte e sete* estudantes (E1, E2, E3, E5, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E33, E34, E35 e E36 - 75%) apresentaram resultado numérico correto,

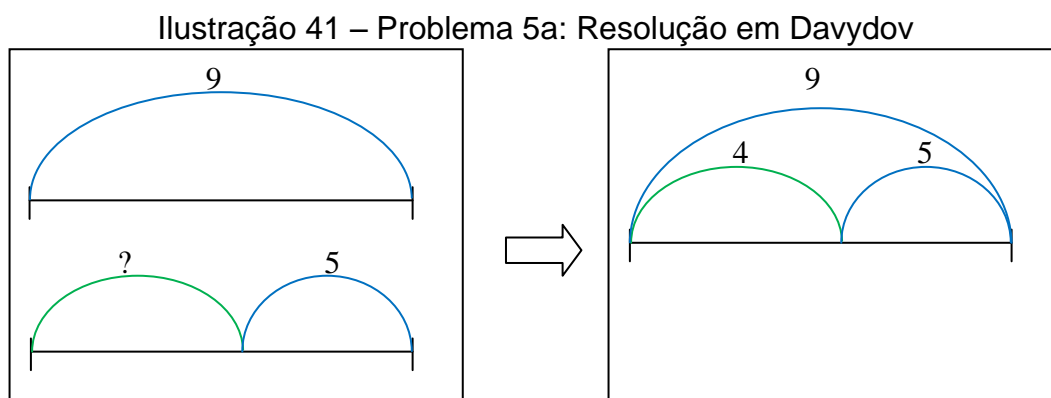
porém, *cinco* (E4, E6, E14, E18 e E20 - 13,9%) erraram no resultado numérico apresentado. Entre os trinta e dois que responderam o problema e apresentaram o resultado numérico, *vinte e quatro* estudantes (E1, E2, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E26, E27, E28, E30, E34 e E35 - 66,7%) apresentaram também o resultado textual. Entre esses, *vinte e um* estudantes (E1, E2, E3, E6, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E16, E17, E19, E21, E22, E26, E27, E28, E30 e E34 - 58,4%) apresentaram resultado textual corretos. E, três (E4, E18 e E35 - 8,3%) incorretos.

Lembremos do problema: ***Procure na reta numeral:***



a) A irmã tem 5 anos e o irmão tem 9. Quantos anos o irmão é mais velho que a irmã?

Lembremos do problema 5a, em Davydov, a partir da análise das informações apresentadas no problema, constatamos que, é necessário encontrar a diferença, portanto, a parte desconhecida. O todo é representado pelo número 9 e uma das partes é representada pelo número 5. Sabemos que para determinar a parte desconhecida é preciso subtrair a parte conhecida do todo (Ilustração 41).



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Nesse caso, a parte desconhecida será obtida ao subtrair a parte conhecida 5 do todo 9. Desse modo, $9 - 5 = 4$. Ou seja, o irmão é quatro anos mais velho que a irmã.

Quinto problema, questão b:

b) Marco tem 10 anos, a sua irmã é 3 anos mais nova que ele. Quantos anos têm a irmã?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

Quadro 8 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 5b.

Identificou a operação			Resolução do algoritmo			Resposta ao problema					
Sim	Não		Sim	Não		Sim		Não			
E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E15, E17, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E29, E30, E33, E35, E36	E2, E6, E11, E16, E18, E19, E20, E24, E28, E31, E32, E34		E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E29, E30, E33, E35, E36	E2, E6, E11, E16, E20, E24, E28, E30, E31, E32, E34	E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E28, E29, E31, E33, E34, E35, E36				E2, E20, E24, E30, E32		
	Outras operações	Não é possível			Em branco	Resultado numérico		Resultado textual			
	E6, E11, E16, E18, E19, E28, E31, E32, E34	E2, E20, E24				Sim	Não	Sim		Não	
Explicou					Resultado numérico		Resultado textual				
Sim	Não				Sim	Não	Sim	Não			
E2, E4, E5, E7, E14, E17, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E32, E33, E34, E36			E1, E3, E6, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E15, E16, E18, E19, E26, E28, E31, E35		E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E25, E23, E26, E27, E28, E29, E31, E33, E34, E35, E36		E1, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E26, E27, E31, E34, E35		E5, E14, E28, E23, E25, E29, E33, E36		
Correto	Incorreto		Correto	Incorreto		Correta	Incorreta		Correta	Incorreta	
	E2, E4, E5, E7, E14, E17, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E32, E33, E34, E36		E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E29, E33, E35, E36		E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E29, E30, E33, E35, E36	E6, E11, E16, E18, E19, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E29, E30, E33, E35, E36	E3, E4, E6, E7, E8, E10, E12, E13, E15, E17, E18, E19, E21, E22, E27, E31, E34		E1, E9, E11, E26, E35		

Fonte: Elaboração nossa

Nenhum estudante, nesse problema, o respondeu correto por completo. Apenas respostas parcialmente corretas ou erros na totalidade da resolução do problema. Identificaram a operação *vinte e quatro* estudantes (E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E15, E17, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E29, E30, E33, E35 e E36 - 66,7%). E, entre os *doze* estudantes que não identificaram a operação (E2, E6, E11, E16, E18, E19, E20, E24, E28, E31, E32 e E34 - 33,3%), *nove* (E6, E11, E16, E18, E19, E28, E31, E32 e E34 - 25%) realizaram outras operações e *três* (E2, E20 e E24 - 8,3%) responderam não ser possível resolver o problema. Aproximadamente metade dos estudantes, explicaram as razões que os

levaram a identificar a operação adotada na resolução, porém, *todos* o fizeram incorretamente.

Todos os *vinte e cinco* estudantes (E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E29, E33, E35 e E36 - 69,4%) que resolveram o algoritmo realizaram os cálculos corretamente. *Onze* estudantes (E2, E6, E11, E16, E20, E24, E28, E30, E31, E32 e E34 - 30,6%) não realizaram operação algorítmica.

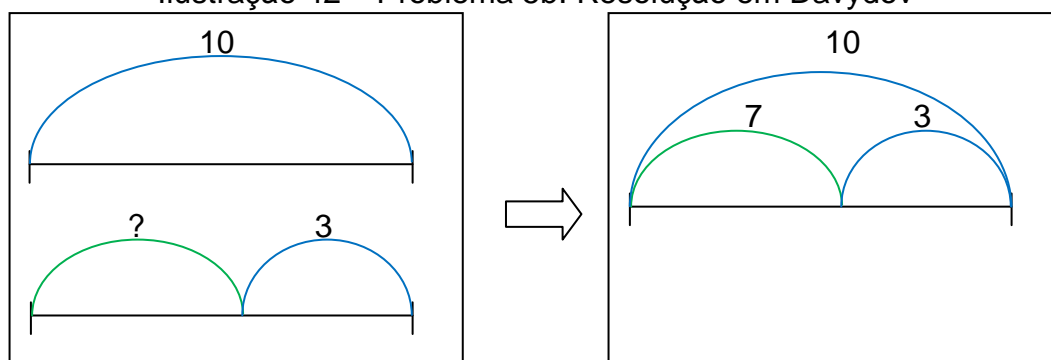
Trinta e um estudantes (E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E28, E29, E31, E33, E34, E35 e E36 - 86,1%) apresentaram resposta ao problema. Também foram os mesmos a apresentarem resultado numérico, em que, *vinte e três* estudantes (E1, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E12, E13, E14, E15, E17, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E29, E33, E35, E36 - 63,9%) o fizeram corretamente. E, *oito* (E6, E11, E16, E18 E19, E28, E31 e E34 - 22,2%) incorretamente.

Entre os estudantes que apresentaram resultado numérico, *vinte e três* (E1, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E26, E27, E31, E34 e E35 - 63,9%) apresentaram também, o resultado textual. E, *oito* (E5, E14, E28, E23, E25, E29, E33 e E36 - 22,2%) não apresentaram. O total de estudantes que apresentaram resultado textual corretamente foram *dezoito* (E3, E4, E6, E7, E8, E10, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E27, E31 e E34 - 50%) e incorretamente, *cinco* (E1, E9, E11, E26 e E35 - 13,9%).

Lembremos do problema: ***b) Marco tem 10 anos, a sua irmã é 3 anos mais nova que ele. Quantos anos têm a irmã?***

A idade de Marco é 10 anos. Consideramos ainda o fato que a irmã é mais nova que ele, então, o número desconhecido é menor que 10 em três unidades (diferença). O ponto de partida é o número 10, que representa o todo, e, a parte conhecida é 3. O valor desconhecido refere-se a outra parte. Então, em Davydov, a operação correta é a subtração (Ilustração 42).

Ilustração 42 – Problema 5b: Resolução em Davydov



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Nesse problema, determinamos a parte desconhecida ao diminuirmos 3 de 10. Assim, a resolução é $10 - 3 = 7$. Ou seja, a irmã de Marco tem 7 anos.

Sexto problema:

Júlia tinha 5 maçãs, Sílvia tinha 4 maçãs. Quantas maçãs tinha Vitor?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

Quadro 9 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 6.

Apresentou operação			Resolução do algoritmo			Resposta ao problema		
Sim	Não	Em branco	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Não
E1, E3, E4, E5, E7, E9, E10, E11, E12, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E31, E33, E34, E35, E36	E2, E6, E8, E13, E14, E15, E24, E29, E30, E32	E20, E28	E1, E3, E4, E5, E7, E10, E11, E12, E17, E18, E22, E23, E25, E26, E31, E33, E34, E35, E36	E2, E6, E8, E9, E13, E14, E15, E16, E19, E20, E21, E24, E27, E28, E29, E30, E32	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36	E20, E28	Explicou	
Sim		Não						
E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E13, E14, E15, E17, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E32, E33, E34, E36		E1, E9, E11, E12, E16, E18, E19, E20, E26, E28, E31, E35						
Correto	Incorreto		Correto	Incorreto		Correta	Incorreta	
E6, E14, E30	E2, E3, E4, E5, E7, E8, E10, E13, E15, E17, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E32, E33, E34, E36		E1, E3, E4, E5, E7, E10, E11, E12, E17, E22, E23, E25, E26, E31, E33, E34, E35, E36	E18		E6, E14, E30	E1, E2, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E29, E31, E32, E33, E34, E36	

Fonte: Elaboração nossa

O problema é do tipo impossível de resolver por falta de informação. Ao analisarmos as respostas, sentimos a necessidade de alterar o quadro inicial em alguns critérios. Ao organizarmos os dados na primeira coluna (identificou a operação), identificamos a necessidade de modificar a estrutura de análise. Desse modo, alteramos a nomenclatura da primeira coluna para apresentou operação. Alguns estudantes interpretaram incorretamente o problema, pois atribuíram resultado.

Assim, consideramos, no quadro 9, em subcoluna *sim*, aquelas respostas incorretas, pois, identificaram solução numérica ao apresentarem, por exemplo, resultados aleatórios, repetição dos dados numéricos do enunciado e, apresentaram quantidade nula, possivelmente, por não detectarem dados aritméticos para

responder ao questionamento do problema.

E, na subcoluna **não** (quadro 9), não houve a necessidade de outras subcolunas como nos demais quadros. Consideramos nesta, aquelas respostas (nem todas corretas) tais como: declararam incompreensão do problema sem explicitar as razões pelas quais não entenderam, ou explicitaram, porém, incorretamente. No caso de correta, afirmaram impossibilidade de resolução por falta de informações.

Acrescentamos uma terceira subcoluna **em branco** (quadro 9), na hipótese de que poderia haver estudantes que não resolvessem o problema. A explicação é entendida ainda, do mesmo modo que os demais quadros. Contudo, a explicação incorreta deveria ser aquela que expressa a impossibilidade de resolução por falta de informações.

Não houve necessidade de alterar a nomenclatura da segunda coluna (resolução do algoritmo). Consideramos na subcoluna **sim** (quadro 9), aquelas respostas que apresentavam qualquer solução algorítmica, obtida por cálculo escrito ou mental, mas que nos possibilitasse a identificação da operação realizada. Por consequência, analisamo-los quanto à resolução correta ou incorreta do processo de cálculo. E, na subcoluna **não** (quadro 9), aquelas que apresentaram apenas resultado final, sem deixar pistas sobre a operação realizada e também, quando não apresentou solução, por qualquer razão ou ainda, quando deixaram o problema em branco.

Na terceira coluna (resposta ao problema), especificamente na subcoluna **não** (quadro 9), consideramos aquelas respostas deixadas em branco, apenas. Na subcoluna **sim** (quadro 9), aquelas respostas que apresentaram quaisquer resultados numéricos, ou aquelas com quaisquer justificativas de impossibilidade de resolução. Porém, conforme já mencionamos, a única resposta considerada correta seria aquela justificativa de impossibilidade de resolução com indícios de falta de informação. Transcorridas às possíveis elucidações sobre organização dos dados, passamos à apresentação quantitativa destes.

Apresentaram quaisquer tipos de solução numérica, *vinte e quatro* estudantes (E1, E3, E4, E5, E7, E9, E10, E11, E12, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E25, E26, E27, E31, E33, E34, E35 e E36 -66,7%). Nesta coluna, alguns apresentaram operação algorítmica (operação da adição ou subtração) com os dados numéricos do problema, outros apresentaram resultado numérico

aleatoriamente, dentre eles, o zero. Como se o zero representasse o vazio provocado pela falta informações. Ou, ainda, apenas repetiram os numéricos do enunciado do problema. Dez estudantes (E2, E6, E8, E13, E14, E15, E24, E29, E30 e E32 - 27,8%) não apresentaram operações. E, dois estudantes (E20 e E28 - 5,5%) deixaram o problema em branco.

Explicitaram as razões, pelas quais levaram a determinar a operação adotada ou que levaram a determinar impossibilidade de resolução, vinte e quatro estudantes (E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E13, E14, E15, E17, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E32, E33, E34 e E36 - 66,7%). Os demais, doze estudantes (E1, E9, E11, E12, E16, E18, E19, E20, E26, E28, E31 e E35 - 33,3%) não explicitaram.

Entre os que explicitaram as razões (66,7%) apenas três (8,3%)

É possível resolver? não
 Se a resposta for não, explique o porquê: Porque não marca quantos
marcas o vitor tem.

estudantes, (E6 - Ilustração 43 -, E14 - Ilustração 44 - e E30 - Ilustração 45 -), apresentaram a falta de informações para resolução do problema. Ou seja, entre os trinta e seis estudantes investigados, apenas três apresentaram solução completa correta: não apresentaram operação, logo não resolveram algoritmo algum, explicaram corretamente o raciocínio que impossibilita a resolução, e responderam corretamente.

Ilustração 43 – Problema 6: Resolução por E6

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 44 – Problema 6: Resolução por E14

É possível resolver? não
 Se a resposta for não, explique o porquê: não porque não tem a julia
e sibilvia então não tem como contar

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 45 – Problema 6: Resolução por E30

É possível resolver? não
 Se a resposta for não, explique o porquê: na pergunta não está
lha falando quantas marcas tem kitor mas com
resposta na meu jeito de pensar.
 10

Fonte: Respostas dos estudantes

Embora E6 e E30 apontem que o problema não apresenta quantas maçãs teria Vítor e essa seja exatamente a pergunta apresentada no enunciado do problema, consideramos suas posições para impossibilidade de resposta como correta.

Os demais, *vinte e um* estudantes (E2, E3, E4, E5, E7, E8, E10, E13, E15, E17, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E32, E33, E34 e E36 – 58,4%), que explicaram as razões e fizeram incorretamente.

Dezenove estudantes (E1, E3, E4, E5, E7, E10, E11, E12, E17, E18, E22, E23, E25, E26, E31, E33, E34, E35 e E36 - 52,8%) apresentaram resolução algorítmica. Ou seja, apresentaram escrita ou mentalmente, mas que nos possibilitou identificar operações (adição ou subtração) com os números do enunciado. Os demais, *dezesete* estudantes (E2, E6, E8, E9, E13, E14, E15, E16, E19, E20, E21, E24, E27, E28, E29, E30 e E32 - 47,2%) apresentaram resultados sem deixar pistas sobre a operação realizada ou não apresentaram resultado algum. Entre os que apresentaram resolução algorítmica (52,8%), realizaram os cálculos corretamente, *dezoito* estudantes (E1, E3, E4, E5, E7, E10, E11, E12, E17, E22, E23, E25, E26, E31, E33, E34, E35 e E36 - 50%). E, *um* estudante (E18 - 2,8%) operacionalizou incorretamente.

Trinta e quatro estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35 e E36 - 94,4%) responderam o problema. Outros *dois* (E20 e E28 - 5,6%) não. Como já mencionamos, apenas *três* estudantes (E6, E14 e E30 – 8,3%), entre os *trinta e quatro* que responderam, o fizeram corretamente. Os demais, *trinta e um* estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E29, E31, E32, E33, E34, E35 e E36 - 86,1%) apresentaram respostas incorretas.

Relembremos o problema para procedermos a apresentação da resolução em Davydov: ***Júlia tinha 5 maçãs, Sílvia tinha 4 maçãs. Quantas maçãs tinha Vítor?***

Não existe possibilidade de resolução neste problema. A atenção, pelos estudantes, à resolução deste, dever-se-ia voltar, para o fato de que não é possível resolvê-lo, porque faltam informações. As proposições davydovianas apresentam tarefas que subsidiam a determinação, pelos estudantes, que um problema deste tipo não existe solução numérica.

Nos três livros didáticos brasileiros investigados, no capítulo destinado a adição e a subtração, não detectamos nenhum problema semelhante a este. Ou seja, tais livros didáticos enfocam apenas naqueles passíveis de existir solução numérica.

Sétimo problema:

Aninha tinha 5 balões, ganhou mais 2. Com quantos balões ela ficou?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

Quadro 10 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudantes ao problema 7.

Identificou a operação			Resolução do algoritmo		Resposta ao problema								
Sim	Não		Sim	Não	Sim				Não				
E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36	E2, E18, E20, E27		E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35, E36	E2, E18, E20, E27, E32	E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35, E36						E2, E20, E27, E32		
	Outras operações	Não é possível											Em branco
	E18, E27	E2, E20											
Explicou					Resultado numérico		Resultado textual						
Sim		Não			Sim	Não	Sim	Não					
E2, E4, E5, E7, E10, E13, E14, E17, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E32, E33, E36		E1, E3, E6, E8, E9, E11, E12, E15, E16, E18, E19, E26, E28, E31, E34, E35			E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35, E36		E1, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E15, E16, E19, E21, E22, E26, E30, E31, E34, E35, E36	E5, E10, E14, E17, E18, E23, E24, E25, E28, E29, E33					
Correto	Incorreto		Correto	Incorreto	Correta	Incorreta		Correta	Incorreta				
E25	E2, E4, E5, E7, E10, E13, E14, E17, E20, E21, E22, E23, E24, E27, E29, E30, E32, E33, E36		E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35, E36		E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35, E36	E18		E1, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E15, E19, E21, E22, E26, E30, E31, E34, E35, E36	E16				

Fonte: Elaboração nossa

Neste problema os estudantes apresentam facilidade quanto a resolução aritmética. Contudo, nenhum estudante apresentou a resposta completa corretamente. Assim, apenas o estudante E25 (Ilustração 46) explicou corretamente as razões que o levou a identificar a operação correspondente ao problema:

Ilustração 46 – Problema 7: Resolução por E25

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

$5+2=7$ simples sem o tanto que ela tinha antes e os que ela ganhou e pronto.

Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E25 não acertou completamente por não apresentar resultado textual ao problema. Ao longo dos problemas, até aqui, analisados constatamos que alguns estudantes não acertaram completamente por não apresentarem, na maioria das vezes, apenas o resultado textual.

Identificaram a operação correspondente ao problema, *trinta e dois* estudantes (E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35 e E36 - 88,9%). Entre os *quatro* estudantes (11,1%) que não identificaram, *dois* (E18 e E27) realizaram outras operações e *dois* (E2 e E20) apresentaram impossibilidade de resolução do problema.

Vinte estudantes (E2, E4, E5, E7, E10, E13, E14, E17, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E32, E33 e E36 - 55,6%) explicitaram as razões que os levaram a identificar a operação adotada na resolução. Apenas *um* estudante E25 (Ilustração 46) explicou corretamente. Os demais, incorretamente. *Dezesseis* estudantes (E1, E3, E6, E8, E9, E11, E12, E15, E16, E18, E19, E26, E28, E31, E34 e E35 - 44,4%) não explicitaram as razões.

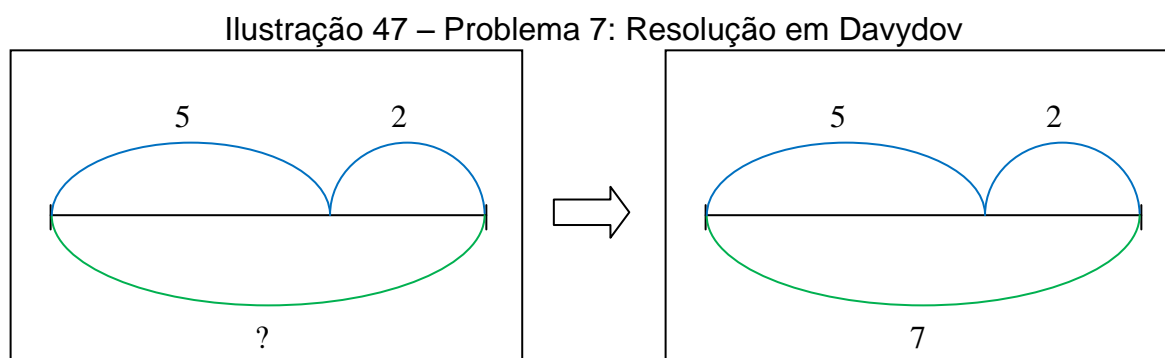
Todos os *trinta e um* estudantes (E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35 e E36 - 86,1%) que resolveram o algoritmo utilizado na resolução, realizaram os cálculos corretamente. Os demais, *cinco* estudantes (E2, E18, E20, E27 e E32 - 11,1%) não resolveram o algoritmo.

Trinta e dois estudantes (E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35 e E36 - 88,9%) responderam o problema e também atribuíram resultado numérico. Entre eles, apenas *um* estudante (E18) errou no resultado. Os demais acertaram. Entre os *trinta e dois* que responderam e apresentaram resultado numérico, *vinte e um* estudantes (E1, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E15,

E16, E19, E21, E22, E26, E30, E31, E34, E35 e E36 - 58,3%) apresentaram também o resultado textual. Desses, apenas *um*(E16) errou. *Onze* estudantes (E5, E10, E14, E17, E18, E23, E24, E25, E28, E29, E33 - 41,7%) não apresentaram resultado textual.

Lembremos do problema: ***Aninha tinha 5 balões, ganhou mais 2. Com quantos balões ela ficou?***

Nesse caso, a partir da análise do enunciado, concluímos que os números 5 e 2 representam as partes conhecidas, portanto, precisamos determinar o todo. A operação para determiná-lo é a adição das partes conhecidas apresentadas no enunciado do problema (Ilustração 47).



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Nesse caso, pela adição das partes conhecidas ($5 + 2$) obtemos o todo (7). Ou seja, $5 + 2 = 7$ balões.

Oitavo problema:

Os estudantes plantaram no parque araucárias e ipês, 45 mudas no total. Os ipês eram 16. Quantas araucárias foram plantadas?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

Quadro 11 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 8.

Identificou a operação			Resolução do algoritmo		Resposta ao problema						
Sim	Não		Sim	Não	Sim		Não				
E5, E10, E12, E13, E21, E22, E23, E25, E29, E30, E34	E1, E2, E3, E4, E6, E8, E7, E9, E11, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E24, E26, E27, E28, E31, E32, E33, E35, E36		E1, E3, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E18, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E34, E33, E36	E2, E4, E6, E14, E15, E16, E17, E19, E20, E27, E28, E31, E32, E35	E1, E3, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E18, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E34, E36				E2, E4, E6, E14, E15, E16, E17, E19, E20, E27, E28, E31, E32, E35		
	Outras operações	Não é possível									Em branco
	E1, E3, E7, E8, E9, E11, E18, E20, E24, E26, E32, E33, E36	E2, E4, E6, E14, E15, E16, E17, E19, E27, E31, E35									E28
Explicou					Resultado numérico		Resultado textual				
Sim		Não			Sim	Não	Sim	Não			
E2, E4, E5, E6, E7, E10, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E35, E36		E1, E3, E8, E9, E11, E12, E18, E26, E28, E34			E1, E3, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E18, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E34, E36		E1, E3, E7, E8, E9, E11, E12, E21, E22, E24, E26, E30, E34	E5, E10, E13, E18, E23, E25, E29, E33, E36			
Correto	Incorreto		Correto	Incorreto	Correta	Incorreta	Correta	Incorreta			
	E2, E4, E5, E6, E7, E10, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E35, E36		E1, E5, E8, E10, E12, E13, E18, E21, E22, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E34, E36	E3, E7, E9, E11, E23,		E5, E10, E12, E13, E21, E22, E25, E29, E30, E34	E1, E3, E9, E7, E8, E11, E18, E23, E24, E26, E33, E36	E1, E3, E7, E9, E22, E30, E34,	E8, E11, E12, E21, E24, E26		

Fonte: Elaboração nossa

Neste problema, não houve explicação correta sobre as razões que determinaram a realização da operação adotada. Assim, nenhum estudante atingiu com êxito à resolução deste problema. Apenas *onze* estudantes (E5, E10, E12, E13, E21, E22, E23, E25, E29, E30 e E34 - 30,6%) identificaram a operação correspondente ao problema. Ou seja, *vinte e cinco* estudantes (E1, E2, E3, E4, E6, E8, E7, E9, E11, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E24, E26, E27, E28, E31, E32, E33, E35 e E36 - 69,4%) não determinaram a operação adequada à resolução do problema.

Entre a maioria que não conseguiram identificar a operação: *treze* estudantes (E1, E3, E7, E8, E9, E11, E18, E20, E24, E26, E32, E33 e E36 - 36,1%) realizaram outras operações, como a adição e a ideia de repartir; *onze* estudantes (E2, E4, E6, E14, E15, E16, E17, E19, E27, E31 e E35 - 30,5%) responderam não

ser possível resolver por motivos como: a falta de entendimento do enunciado, problema complexo e falta de informações. *Um* estudante (E28 - 2,8%) deixou o problema em branco.

Vinte e seis estudantes (E2, E4, E5, E6, E7, E10, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E35 e E36 - 72,2%) explicaram o pensamento utilizado para resolver o problema e **todos** o fizeram incorretamente. *Dez* estudantes (E1, E3, E8, E9, E11, E12, E18, E26, E28 e E34 - 27,8%) não explicaram.

Vinte e dois estudantes (E1, E3, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E18, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E34, E33 e E36 - 61,1%) resolveram o algoritmo. Os demais, *catorze* estudantes (E2, E4, E6, E14, E15, E16, E17, E19, E20, E27, E28, E31, E32 e E35 - 38,9%) não resolveram. Entre os *vinte e dois* estudantes que resolveram, *dezessete* (E1, E5, E8, E10, E12, E13, E18, E21, E22, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E34 e E36 - 47,2%) apresentaram resoluções corretas e *cinco* (E3, E7, E9, E11 e E23 - 13,9%) incorretas.

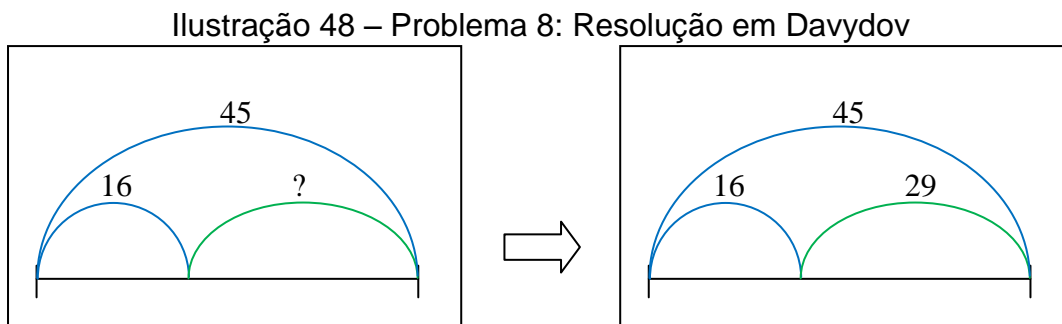
Vinte e dois estudantes (E1, E3, E5, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E18, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E29, E30, E33, E34 e E36 - 61,1%) responderam o problema, inclusive apresentaram resultado numérico. Desses, corretamente foram *dez* (E5, E10, E12, E13, E21, E22, E25, E29, E30 e E34 - 27,8%) e incorretamente foram *doze* estudantes (E1, E3, E9, E7, E8, E11, E18, E23, E24, E26, E33 e E36 - 33,3%).

Apresentaram resultado textual, *treze* estudantes (E1, E3, E7, E8, E9, E11, E12, E21, E22, E24, E26, E30 e E34 - 36,1%) entre os *vinte e dois* que responderam. Entre os 22 estudantes que responderam, *nove* (E5, E10, E13, E18, E23, E25, E29, E33 e E36 - 25%) não atribuíram resultado textual. Entre os que registraram resultado textual, *sete* estudantes (E1, E3, E7, E9, E22, E30 e E34 - 19,4%) realizaram corretamente e *seis* (E8, E11, E12, E21, E24 e E26 - 16,7%) incorretamente. Não responderam o problema, *catorze* estudantes (E2, E4, E6, E14, E15, E16, E17, E19, E20, E27, E28, E31, E32 e E35 - 38,9%).

Relembremos o problema: ***Os estudantes plantaram no parque araucárias e ipês, 45 mudas no total. Os ipês eram 16. Quantas araucárias foram plantadas?***

Em Davydov, a quantidade de mudas de araucárias e os ipês representam as partes e o todo representa a quantidade de mudas que foram

plantadas no total. Assim, neste problema, conhecemos uma das partes (16 mudas de ipês) e o todo (45 mudas no total). A parte é sempre menor que o todo, portanto para determinar a parte desconhecida, subtrai-se do todo, a outra parte conhecida. Logo, trata-se da subtração (Ilustração 48).



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Portanto, o todo menos a parte conhecida resulta na parte desconhecida:
 $45 - 16 = 29$. Ou seja, 29 mudas de araucárias.

Nono problema:

Construíram 8 andares do prédio, faltam ainda 3. Quantos andares vai ter este prédio?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

Quadro 12 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 9.

Identificou a operação			Resolução do algoritmo		Resposta ao problema						
Sim	Não		Sim	Não	Sim		Não				
E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36	E2, E9, E26		E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35, E36	E2, E9, E32	E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35, E36				E2, E32		
	Outras operações	Não é possível									Em branco
	E9, E26	E2									
Explicou					Resultado numérico		Resultado textual				
Sim		Não			Sim	Não	Sim	Não			
E2, E5, E7, E10, E13, E14, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E27, E29, E30, E32, E33, E36		E1, E3, E4, E6, E8, E9, E11, E12, E15, E16, E19, E25, E26, E28, E31, E34, E35			E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35, E36		E1, E3, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E14, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E30, E31, E34, E35	E4, E5, E13, E18, E20, E25, E28, E29, E33, E36			
Correto	Incorreto		Correto	Incorreto	Correta	Incorreta	Correta	Incorreta			
E14, E17, E22	E2, E5, E7, E10, E13, E18, E20, E21, E23, E24, E27, E29, E30, E32, E33, E36		E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E17, E16, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35, E36		E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35, E36	E9, E26	E1, E3, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E30, E31, E35,	E14, E21, E30, E34			

Fonte: Elaboração nossa

Este problema acarretou em muitas dificuldades para os estudantes resolvê-lo, como revela o quadro 12. Porém, apenas *dois* estudantes (E17 e E22 - 5,6%) resolveram corretamente, ou seja, identificaram a operação correspondente,

explicaram corretamente o pensamento para determiná-la. Resolveram o algoritmo e responderam o problema, também corretamente.

Os demais acertaram parcialmente ou erraram totalmente a resolução. Identificaram a operação correspondente ao problema, *trinta e três* estudantes (E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35 e E36 - 91,7%), enquanto *três* (E2, E9 e E26 - 8,3%) não identificaram.

Porém, entre os *dezenove* estudantes (E2, E5, E7, E10, E13, E14, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E27, E29, E30, E32, E33 e E36 - 52,8%) que explicitaram as razões que os levaram a identificar a operação adotada na resolução, somente *três* (E14, E17 e E22 - 8,3%) explicaram corretamente. Os demais, incorretamente. E, *dezessete* estudantes não explicitaram as razões (E2, E5, E7, E10, E13, E14, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E27, E29, E30, E32, E33 e E36 - 52,8%).

Trinta e três estudantes (E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35 e E36 - 91,7%) resolveram o algoritmo. Todos, corretamente.

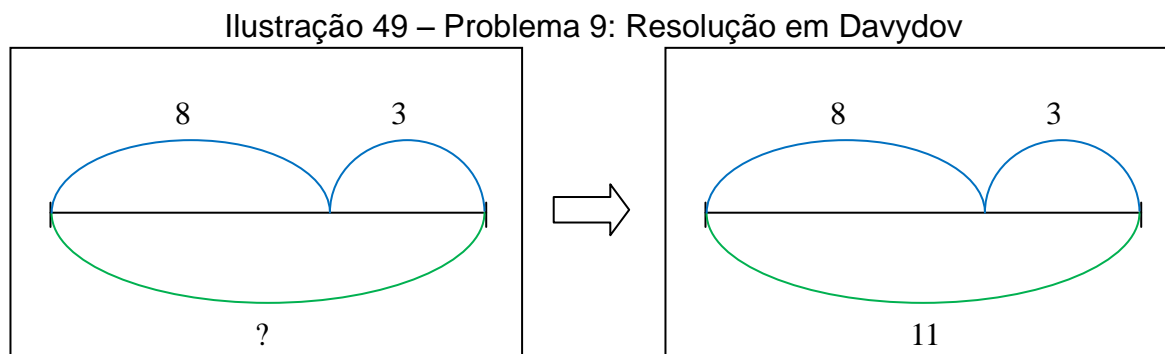
Trinta e quatro estudantes (E1, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35 e E36 - 94,4%) responderam o problema. Destes, *dois* estudantes (E9 e E26 - 5,5%) apresentaram o resultado numérico incorreto.

Entre os *trinta e quatro* que responderam o problema, *vinte e quatro* estudantes (E1, E3, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E14, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E30, E31, E34 e E35 - 66,7%) apresentaram resultado textual. Outros *dez* (E4, E5, E13, E18, E20, E25, E28, E29, E33 e E36 - 27,7%) não apresentaram. Entre os que apresentaram, *vinte* estudantes (E1, E3, E6, E7, E17, E8, E9, E10, E11, E12, E15, E16, E19, E22, E23, E24, E26, E27, E31 e E35 - 55,6%) responderam corretamente. E, *quatro* incorretamente (E14, E21, E30 e E34 - 11,1%).

Relembremos o problema: ***Construíram 8 andares do prédio, faltam ainda 3. Quantos andares vai ter este prédio?***

Em Davydov, o processo de resolução consiste na identificação dos

números 8 e 3 como partes. Portanto, a partir das partes conhecidas, é necessário determinar o número maior, o todo (Ilustração 49).



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Assim, a adição é a operação correspondente ao problema. A resposta esperada é $8 + 3 = 11$ andares.

Décimo problema:

Se o Jaime der 5 figurinhas para o amigo, ele ficará com 11 figurinhas. Quantas figurinhas o Jaime tem agora?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

Quadro 13 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 10.

Identificou a operação			Resolução do algoritmo			Resposta ao problema				
Sim	Não		Sim	Não		Sim		Não		
E5, E8, E10, E12, E18, E19, E28, E29, E34, E36	E1, E2, E3, E4, E6, E7, E9, E11, E13, E14, E15, E16, E17, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E30, E31, E32, E33, E35		E1, E5, E8, E9, E10, E12, E18, E19, E20, E21, E24, E26, E28, E29, E30, E33, E34, E35, E36	E2, E3, E4, E6, E7, E11, E13, E14, E15, E16, E17, E22, E23, E25, E27, E31, E32	E1, E3, E4, E5, E8, E9, E10, E11, E12, E15, E16, E18, E19, E20, E21, E24, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35, E36					
	Outras operações	Não é possível			Em branco	Resultado numérico		Resultado textual		
	E1, E3, E4, E9, E11, E15, E16, E20, E21, E24, E26, E27, E30, E31, E32, E33, E35	E2, E6, E7, E13, E14, E17, E23			E22, E25	Sim	Não	Sim	Não	
Explicou										
Sim	Não					Sim	Não	Sim	Não	
E2, E4, E5, E6, E7, E10, E13, E14, E17, E18, E20, E21, E23, E27, E29, E30, E32, E33, E36		E1, E3, E9, E8, E11, E12, E15, E16, E19, E22, E24, E25, E26, E28, E31, E34, E35				E1, E3, E4, E5, E8, E9, E10, E11, E12, E15, E16, E18, E19, E20, E21, E24, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35, E36,	E1, E3, E8, E9, E11, E12, E15, E16, E19, E24, E26, E27, E30, E34, E35	E4, E5, E10, E18, E20, E21, E28, E29, E31, E33, E36		
Correto	Incorreto		Correto	Incorreto		Correta	Incorreta	Correta	Incorreta	
	E2, E4, E5, E6, E7, E10, E13, E14, E17, E18, E20, E21, E23, E27, E29, E30, E32, E33, E36		E1, E5, E8, E9, E12, E18, E19, E20, E21, E24, E26, E28, E29, E30, E33, E34, E35, E36	E10		E5, E8, E12, E18, E19, E20, E21, E24, E26, E27, E30, E31, E33, E35	E1, E3, E4, E9, E10, E11, E15, E16, E20, E21, E24, E26, E27, E30, E31, E33, E35	E1, E3, E8, E9, E11, E12, E15, E16, E19, E24, E26, E27, E30, E34, E35		

Fonte: Elaboração nossa

Nenhum estudante conseguiu completamente, estabelecer as condições necessárias para resolução do problema. Sem considerarmos a explicação do pensamento que determinou a operação adotada, apenas *quatro* estudantes (E8, E12, E19, E34 - 11,1%) identificaram a operação, resolveram o algoritmo bem como, responderam numericamente e textualmente, corretamente.

Apenas *dez* estudantes (E5, E8, E10, E12, E18, E19, E28, E29, E34 e E36 - 27,8%) identificaram a operação correspondente ao problema. Os demais, *vinte e seis* estudantes (E1, E2, E3, E4, E6, E7, E9, E11, E13, E14, E15, E16, E17, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E30, E31, E32, E33 e E35 - 72,2%), não

identificaram a operação correta. Entre esses, *dezessete* (E1, E3, E4, E9, E11, E15, E16, E20, E21, E24, E26, E27, E30, E31, E32, E33 e E35 - 47,2%) realizaram outras operações. *Sete* (E2, E6, E7, E13, E14, E17 e E23 - 19,4%) alegaram impossibilidade de resolução. E, *dois* (E22 e E25 - 5,6%) deixaram o problema em branco.

Dezenove estudantes (E2, E4, E5, E6, E7, E10, E13, E14, E17, E18, E20, E21, E23, E27, E29, E30, E32, E33 e E36 - 52,8%) explicaram o pensamento para resolução do problema e, todos fizeram incorretamente. *Dezessete* (E1, E3, E9, E8, E11, E12, E15, E16, E19, E22, E24, E25, E26, E28, E31, E34 e E35 - 47,2%) não explicitaram as razões. *Dezenove* (E1, E5, E8, E9, E10, E12, E18, E19, E20, E21, E24, E26, E28, E29, E30, E33, E34, E35 e E36 - 52,8%) resolveram os algoritmos apresentados. Entre eles, *um* estudante (E10 - 2,8%) resolveu incorretamente. Não resolveram o algoritmo, *dezessete* estudantes (E2, E3, E4, E6, E7, E11, E13, E14, E15, E16, E17, E22, E23, E25, E27, E31 e E32 - 47,2%).

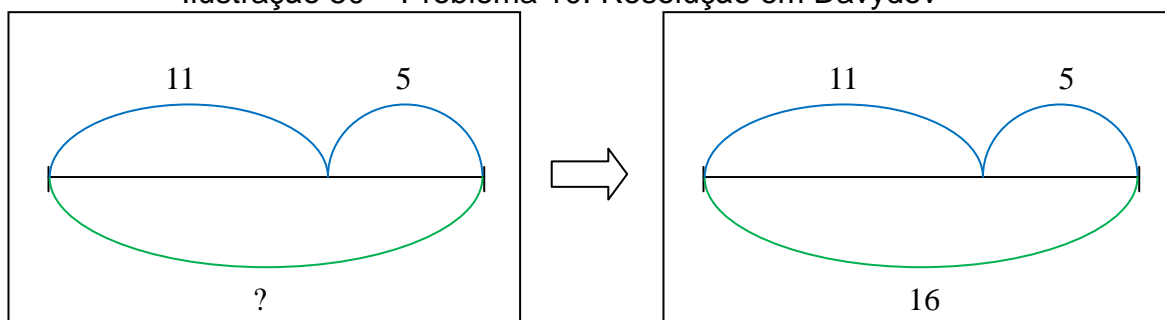
Vinte e seis estudantes (E1, E3, E4, E5, E8, E9, E10, E11, E12, E15, E16, E18, E19, E20, E21, E24, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E33, E34, E35 e E36 - 72,2%) responderam o problema. Os demais, outros *dez* (E2, E6, E7, E17, E13, E14, E22, E23, E25 e E32 - 27,8%) não responderam. Entre os que responderam, apenas *nove* (E5, E8, E12, E18, E19, E28, E29, E34 e E36 - 25%) apresentaram resultado numérico correto. E, *dezessete* (E1, E3, E4, E9, E10, E11, E15, E16, E20, E21, E24, E26, E27, E30, E31, E33 e E35 - 47,2%) incorretamente.

Quanto ao resultado textual, entre os que responderam o problema, *quinze* estudantes (E1, E3, E8, E9, E11, E12, E15, E16, E19, E24, E26, E27, E30, E34 e E35 - 41,7%), entre os que responderam o problema, apresentaram o resultado textual corretamente. Outros, *onze* estudantes (E4, E5, E10, E18, E20, E21, E28, E29, E31, E33 e E36 - 30,5%) não responderam textualmente.

Relembremos do problema: ***Se o Jaime der 5 figurinhas para o amigo, ele ficará com 11 figurinhas. Quantas figurinhas o Jaime tem agora?***

No processo de resolução do problema, o devemos nos ater, entre outros elementos, também o tempo verbal da frase: se o Jaime *der...*, ou seja, não deu. A pergunta é para o quanto ele tem *agora*. Portanto, 5 e 11 são as partes conhecidas e o todo o valor desconhecido. A operação que possibilita determinar o número maior que as partes (o todo) é a adição (Ilustração 50).

Ilustração 50 – Problema 10: Resolução em Davydov



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Assim, o todo será composto por 11 figurinhas que restaria, mais 5 figurinhas que o Jaime daria: $11 + 5 = 16$ figurinhas.

Décimo primeiro problema:

Sáiram a passageiros do avião, ficaram ainda k passageiros.

Quantas pessoas estavam no avião inicialmente?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

Quadro 14 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 11.

Identificou a operação					Resolução do algoritmo			Resposta ao problema							
Sim	Não				Sim	Não		Sim		Não					
E5	E1, E2, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36				E5, E10, E23, E36	E1 E2 E3 E4 E6 E7 E8 E9 E11 E12 E13 E14 E15 E16 E17 E18 E19 E20 E21 E22 E24 E25 E26 E27 E28 E29 E30 E31 E32 E33 E34 E35	E4, E5, E10, E11, E12, E16, E23, E28, E34, E36	E1 E2 E3 E6 E7 E8 E9 E13 E14 E15 E17 E18 E19 E20 E21 E22 E24 E25 E26 E27 E29 E30 E31 E32 E33 E35	Outras operações		Não é possível		Em branco		
	Atribuiu valor aleatório		Adotou a sequência do Alfabeto	Necessidade dos números					Não entendeu						
	E4, E10, E11, E12, E16, E23, E28, E34		E36	E6, E13, E17, E22, E24, E30					E1, E2, E7, E8, E9, E14, E15, E18, E19, E20, E21, E26, E27, E29, E31, E32, E33, E35.	E3, E25	Resultado algébrico/numérico		Resultado textual		
	Explicou		Sim						Não		Sim	Não	Sim	Não	
	E1, E2, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E35, E36		E3, E11, E12, E16, E25, E28, E34						E4, E5, E10, E11, E12, E16, E23, E28, E34, E36.	E4, E10, E11, E12, E16, E34, E36	E5, E23, E28, E36				
	Correto	Incorreto							Correto	Incorreto	Correta	Incorreta	Correto	Incorreto	
		E1, E2, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E35, E36							E10, E23, E36	E5	E5, E4, E10, E11, E12, E16, E23, E28, E34, E36	E4, E10, E11, E12, E16, E34,			

Fonte: Elaboração nossa

Os critérios estabelecidos para organização dos dados das respostas também se modificam neste problema. E, são os mesmos para o problema 13, pois estes dois são parecidos em sua composição do enunciado, isto é, possuem letras. Vale mencionar, que problemas deste tipo, genérico, não foram encontrados nos livros didáticos brasileiros analisados nessa investigação. Em Davydov, as proposições apresentadas no sistema de tarefas para o ensino de resolução de problemas, revelam já no primeiro ano escolar, o significado das letras, como

representação genérica dos números.

No quadro 14, em identificação da operação **sim**, o critério de análise das respostas incide na operação correta das letras envolvidas no enunciado, nesse caso a adição de $a + k$. Apenas *um* estudante (E5 – 2,8%) apresentou $a + k$, embora tenha atribuído resultado numérico. Apesar disso, a atenção é pela correta apresentação da operação com as letras referente ao enunciado do problema. Alguns estudantes também apresentaram adição, todavia, os dados envolvidos no algoritmo não eram as letras e sim números quaisquer.

Dito isto, *trinta e cinco* estudantes (E1, E2, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35 e E36 - 97,2%) não identificaram a operação correspondente ao problema. Entre esses: *oito* estudantes (E4, E10, E11, E12, E16, E23, E28 e E34 - 22,2%) apresentaram valores aleatórios; *um* estudante (E36 - 2,8%) explicitou a utilização da sequência do alfabeto; *seis* estudantes (E6, E13, E17, E22, E24 e E30 - 16,7%) alegaram impossibilidade de resolução devido a necessidade de números no problema para operar; *dezoito* estudantes (E1, E2, E7, E8, E9, E14, E15, E18, E19, E20, E21, E26, E27, E29, E31, E32, E33 e E35 - 50%) também alegaram impossibilidade de resolução, porém, com a justificativa de incompreensão do problema, ou seja, a maioria dos estudantes disseram não entender as letras. *Dois* estudantes (E3 e E25 - 5,5%) deixaram o problema em branco.

Vinte e nove estudantes (E1, E2, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E35 e E36 - 80,5%) explicitaram as razões pela determinação da operação realizada. Porém, todos explicaram de modo incorreto.

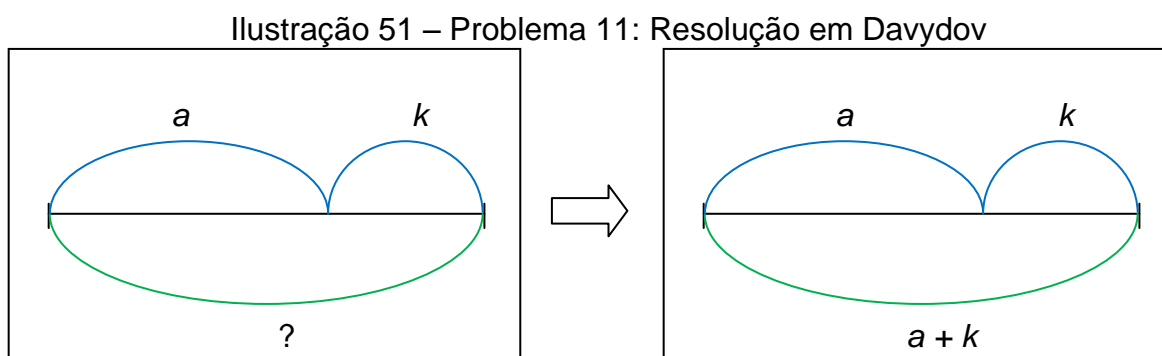
No quadro 14, em resolução do algoritmo **sim**, a atenção de análise voltava-se para as respostas que apresentaram, obrigatoriamente, o algoritmo (apresentou, no algoritmo, resultado aritmético ou algébrico). Nesse sentido, apenas *quatro* estudantes (E5, E10, E23 e E36 - 11,1%) apresentaram o algoritmo utilizados. Desses, *três* estudantes (E10, E23 e E36 - 8,3%) resolveram corretamente o algoritmo, embora não correspondam a correta resolução do problema. O outro estudante (E5 – 2,8%), embora obteve êxito na identificação da operação, atribuiu resultado aritmético. Sua explicação para determinação de tal resultado incide na utilização da sequência do alfabeto. Em **não** (quadro 14), consideramos aqueles que

não resolveram o algoritmo ou apresentou apenas resultado final. Assim, *trinta e dois* estudantes (E1, E2, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34 e E35 - 88,9%) não apresentaram o algoritmo.

Responderam o problema, *dez* estudantes (E4, E5, E10, E11, E12, E16, E23, E28, E34 e E36 - 27,8%). Todos atribuíram valor numérico, o que acarretou em resposta incorreta. *Vinte e seis* estudantes (E1, E2, E3, E6, E7, E8, E9, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E24, E25, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E33 e E35 - 72,2%) não responderam o problema. Dentre os *dez* que responderam, *seis* (E4, E10, E11, E12, E16 e E34 - 16,7%) apresentaram resultado textual correto. Os outros *quatro* (E5, E23, E28 e E36 - 11,1%) não responderam textualmente.

Relembremos o problema: ***Saíram a passageiros do avião, ficaram ainda k passageiros. Quantas pessoas estavam no avião inicialmente?***

Davydov apresenta as letras às crianças, como representação genérica dos números. As letras em problemas não modificam o significado da relação entre o todo e das partes. As partes são conhecidas: a e k . Logo, é necessário determinar o todo, a partir das partes conhecidas apresentadas no enunciado do problema (Ilustração 51).



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Portanto é $a + k$. Não podemos determinar um valor aritmético para o todo, porque não conhecemos o valor aritmético das partes. A resposta incide em $a + k$ passageiros.

Décimo segundo problema:

Barbara tinha 12 contas para fazer. Passado 5 minutos sobrou apenas 2 contas para fazer. Quantas contas a Barbara fez em 5 minutos?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

Quadro 15 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 12.

Identificou a operação				Resolução do algoritmo				Resposta ao problema									
Sim		Não		Sim		Não		Sim		Não							
E1, E2, E3, E5, E6, E7, E9, E12, E13, E14, E15, E17, E21, E23, E26, E29, E30, E32		E4, E8, E10, E11, E16, E18, E19, E20, E22, E24, E25, E27, E28, E31, E33, E34, E35, E36		E1, E2, E3, E5, E6, E7, E9, E12, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E23, E24, E26, E29, E30, E35, E36				E4, E8, E10, E11, E16, E22, E25, E27, E28, E31, E32, E33, E34				E1, E2, E3, E6, E7, E9, E10, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E28, E29, E30, E34, E35, E36				E4, E5, E8, E11, E25, E27, E31, E32, E33	
		Outras operações	Não é possível														
		E10, E16, E18, E19, E20, E22, E24, E27, E28, E31, E34, E35, E36	E4, E8, E11, E33	E25													
Explicou								Resultado numérico		Resultado textual							
Sim		Não						Sim		Não							
E2, E4, E5, E7, E8, E11, E14, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E36		E1, E3, E6, E9, E10, E12, E13, E15, E16, E19, E25, E26, E28, E34, E35						E1, E2, E3, E6, E7, E9, E10, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E28, E29, E30, E34, E35, E36				E14, E15, E18, E20, E21, E23, E24, E28, E29, E36					
Correto		Incorreto				Correto		Incorreto				Correta		Incorreta			
		E2, E4, E5, E7, E8, E11, E14, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E36				E1, E2, E3, E5, E6, E7, E9, E12, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E23, E24, E26, E29, E30, E35, E36				E2, E3, E6, E7, E9, E12, E13, E15, E17, E18, E19, E21, E22, E23, E24, E26, E29, E30, E35, E36		E1, E10, E14, E16, E18, E19, E20, E17, E22, E19, E24, E22, E28, E34, E35, E36		E1, E2, E3, E6, E7, E9, E10, E12, E13, E16, E19, E20, E17, E22, E19, E24, E22, E26, E30, E34			

Fonte: Elaboração nossa

Nenhum estudante respondeu completamente correto. O problema apresenta vários elementos aritméticos. É preciso identificar, entre os vários elementos, àquele adequado para resolução do problema. A partir disso, identificaram a operação correspondente ao problema, *dezoito* estudantes (E1, E2, E3, E5, E6, E7, E9, E12, E13, E14, E15, E17, E21, E23, E26, E29, E30 e E32 - 50%). E, outra metade, *dezoito* estudantes (E4, E8, E10, E11, E16, E18, E19, E20, E22, E24, E25, E27, E28, E31, E33, E34, E35 e E36 - 50%) não identificaram a operação correspondente ao problema. Entre estes, *treze* estudantes (E10, E16, E18, E19, E20, E22, E24, E27, E28, E31, E34, E35 e E36 - 36,1%) realizaram outras operações; *quatro* (E4, E8, E11 e E33 - 11,1%) declararam impossibilidade de resolução e *um* (E25 - 2,8%) deixou o problema em branco.

Vinte e um estudantes (E2, E4, E5, E7, E8, E11, E14, E17, E18, E20, E21, E22, E23, E24, E27, E29, E30, E31, E32, E33 e E36 - 58,3%) explicaram o pensamento adotado para resolução do problema. Porém **todos** o fizeram incorretamente. *Quinze* estudantes (E1, E3, E6, E9, E10, E12, E13, E15, E16, E19, E25, E26, E28, E34 e E35 - 41,7%) não explicaram.

Vinte e três estudantes (E1, E2, E3, E5, E6, E7, E9, E12, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E23, E24, E26, E29, E30, E35 e E36 - 63,9%) resolveram os algoritmos adotados. Desses, todos realizaram os cálculos corretamente. *Treze* estudantes (E4, E8, E10, E11, E16, E22, E25, E27, E28, E31, E32, E33 e E34 - 36,1%) não resolveram o algoritmo.

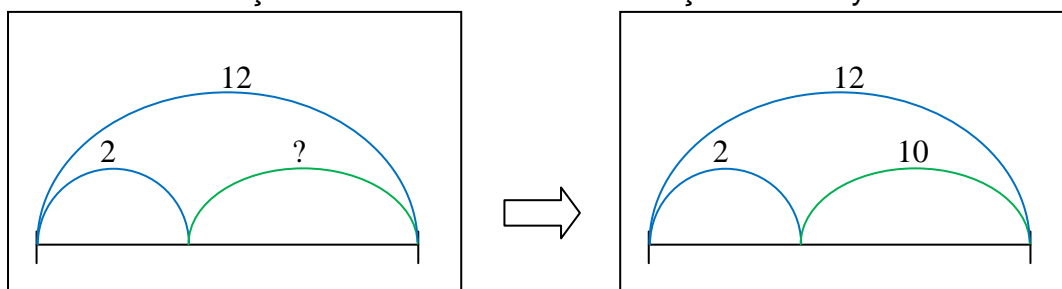
Nove estudantes (E4, E5, E8, E11, E25, E27, E31, E32 e E33 - 25%) não responderam o problema. *Vinte e sete* (E1, E2, E3, E6, E7, E9, E10, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E28, E29, E30, E34, E35 e E36 - 75%) responderam. Desses, apresentaram resultado numérico correto *catorze* estudantes (E2, E3, E6, E7, E9, E12, E13, E15, E17, E21, E23, E26, E29 e E30 - 38,9%) e incorreto *treze* (E1, E10, E14, E16, E18, E19, E20, E22, E24, E28, E34, E35 e E36 - 36,1%).

Entre os *vinte e sete* estudantes que responderam o problema, *dezessete* apresentaram resultado textual (E1, E2, E3, E6, E7, E9, E10, E12, E13, E16, E17, E19, E22, E26, E30, E34 e E35 - 47,2%), dos quais, *quinze* (E1, E2, E3, E6, E7, E9, E10, E12, E16, E17, E19, E22, E26, E30 e E34 - 41,7%) responderam corretamente e *dois* (E13 e E15 - 5,5%) incorretamente. *Dez* estudantes (E14, E15, E18, E20, E21, E23, E24, E28, E29 e E36 - 27,8%) não apresentaram resultado textual.

Relembremos o problema: ***Barbara tinha 12 contas para fazer. Passado 5 minutos sobrou apenas 2 contas para fazer. Quantas contas a Barbara fez em 5 minutos?***

A análise correta dos elementos do problema incide na quantidade de contas que Barbara fez num determinado limite de tempo (5 minutos). Conhecemos o todo (12 contas) e uma das partes (2 contas). Precisamos então, determinar a outra parte (Ilustração 52):

Ilustração 52 – Problema 12: Resolução em Davydov



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Portanto, a operação correta é a subtração ($12 - 2$) que resulta em 10 ($12 - 2 = 10$). A resposta esperada é: Barbara fez 10 contas em 5 minutos.

Décimo terceiro problema:

Mamãe comprou as maçãs e as peras – n unidades no total. Tinha b maçãs, quantas peras a mamãe comprou?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

Quadro 16 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudantes ao problema 13.

Identificou a operação					Resolução do algoritmo			Resposta ao problema			
Sim	Não				Sim	Não	Sim		Não		
	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36										
	Outras operações		Não é possível								
	Atribuiu valores aleatórios	Adotou a sequência do Alfabético	Necessidade dos números	Não entendeu							
	E4, E9, E12, E18, E23	E5, E10, E16, E34, E36	E2, E6, E19, E22, E30	E1, E7, E8, E11, E14, E15, E17, E20, E21, E24, E26, E27, E29, E31, E32, E33, E35	E3, E25, E28	E5, E10, E16, E23, E36			E4, E5, E9, E10, E12, E16, E23, E34, E36		
	Explicou						Resultado algébrico/númerico		Resultado textual		
	Sim		Não				Sim	Não	Sim	Não	
	E1, E2, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E35, E36		E3, E9, E12, E16, E25, E28, E34				E4, E5, E9, E10, E12, E16, E23, E34, E36		E4, E9, E10, E16, E34	E5, E23, E36	
	Correto	Incorreto			Correta	Incorreta			Correta	Incorreta	
		E1, E2, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E35, E36			E5, E10, E16, E23, E36			E4, E5, E9, E10, E16, E23, E34, E36	E4, E9, E10, E16, E34		

Fonte: Elaboração nossa

Nenhum estudante apresentou a resolução do problema a partir da operação correspondente (subtração com as letras envolvidas no enunciado). Ou seja, todos os *trinta e seis* estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35 e E36 - 100%) não identificaram a operação adequada. Desses, *cinco* estudantes (E4, E9, E12, E18 e E23 - 13,9%)

atribuíram valores numéricos aleatórios; outros *cinco* (E5, E10, E16, E34 e E36 - 13,9%) atribuíram valores em conformidade com a sequência do alfabeto. *Seis* estudantes (E2, E6, E13, E19, E22 e E30 - 16,6%) alegaram impossibilidade de resolução, devido a falta de números no enunciado do problema. Outros *dezesete* (E1, E7, E8, E11, E14, E15, E17, E20, E21, E24, E26, E27, E29, E31, E32, E33 e E35 - 47,3%) alegaram incompreensão do problema. *Três* estudantes (E3, E25 e E28 - 8,3%) deixaram o problema em branco.

Todos os *vinte e nove* estudantes (E1, E2, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E29, E30, E31, E32, E33, E35 e E36 - 80,6%) que explicitaram as razões pelas quais levaram a determinar a operação adotada, o fizeram incorretamente. *Sete* estudantes (E3, E9, E12, E16, E25, E28 e E34 - 19,4%) não explicitaram as razões.

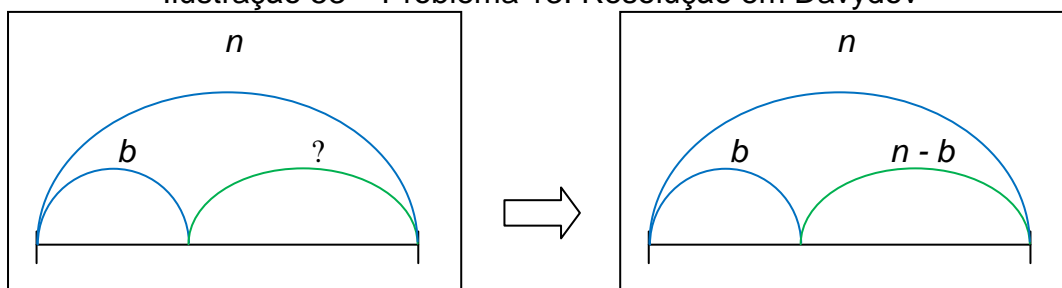
Trinta e um estudantes (E1, E2, E3, E4, E6, E7, E8, E9, E11, E12, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34 e E35 - 86,1%) não apresentaram resolução do algoritmo. E, apenas *cinco* (E5, E10, E16, E23 e E36 - 13,9%) apresentaram e resolveram corretamente.

Vinte e sete estudantes (E1, E2, E3, E6, E7, E8, E11, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E24, E25, E26, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33 e E35 - 75%) não responderam o problema. Apenas *nove* (E4, E5, E9, E10, E12, E16, E23, E34 e E36 - 25%) responderam. Estes, apresentaram resultados numéricos inadequados ao problema. *Seis* estudantes (E4, E9, E10, E16 e E34 - 16,6%) responderam textualmente, de modo correto.

Relembremos o problema 13: ***Mamãe comprou as maçãs e as peras – n unidades no total. Tinha b maçãs, quantas peras a mamãe comprou?***

A resposta em Davydov consiste na identificação da relação todo-parte com as letras apresentadas no enunciado. Assim, a letra *n* representa o todo e conhecemos também uma das partes desse todo(*b*). É necessário determinar a parte desconhecida, portanto a operação a ser realizada é a subtração (Ilustração 53).

Ilustração 53 – Problema 13: Resolução em Davydov



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

A subtração da parte conhecida (b) do todo (n) resulta em: $n - b$ peras.

Décimo quarto problema:

Estavam brincando num banco 4 meninas e 3 meninos. Na hora do almoço todas as 7 crianças foram para casa. Quantas crianças estavam brincando antes do almoço?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema: _____

Quadro 17 – Organização quantitativa das respostas apresentadas pelos estudante ao problema 14.

Identificou a operação			Resolução do algoritmo		Resposta ao problema					
Sim	Não		Sim	Não	Sim		Não			
E1, E2, E3, E4, E5, E6, E10, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E31, E30, E32, E33, E34, E35, E36	E7, E8, E9, E11, E18, E25, E28, E29		E1, E4, E5, E8, E10, E13, E16, E17, E19, E20, E23, E24, E26, E30, E31, E33, E35, E36	E2, E3, E6, E7, E9, E11, E12, E14, E15, E18, E21, E22, E25, E27, E28, E29, E32, E34	E1, E2, E3, E4, E5, E6, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E28, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36				E7, E14, E18, E25, E29	
	Outras operações	Não é possível			Em branco	Resultado numérico		Resultado textual		
	E8, E9, E11, E18, E28	E7, E29			E25	Sim	Não	Sim		Não
Explicou										
Sim		Não								
E2, E4, E5, E7, E9, E10, E14, E17, E18, E20, E21, E23, E24, E27, E29, E32, E33, E34, E36		E1, E3, E6, E8, E11, E12, E13, E15, E16, E19, E22, E25, E26, E28, E30, E31, E35			E1, E2, E3, E4, E5, E6, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E28, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36		E1, E2, E3, E4, E6, E9, E11, E12, E13, E15, E17, E19, E21, E22, E26, E27, E28, E30, E31, E32, E34, E35		E5, E8, E10, E16, E20, E23, E24, E33, E36	
Correto	Incorreto		Correto	Incorreto	Correta	Incorreta	Correta	Incorreta		
E14, E27, E34	E2, E4, E5, E7, E9, E10, E17, E18, E20, E21, E23, E24, E29, E32, E33, E36		E1, E4, E5, E8, E10, E13, E16, E17, E19, E20, E23, E24, E26, E30, E31, E33, E35, E36		E1, E2, E3, E4, E5, E6, E10, E12, E13, E15, E16, E17, E19, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E30, E32, E33, E34	E8, E9, E11, E19, E20, E28, E31, E35, E36	E1, E2, E3, E4, E6, E9, E11, E12, E13, E15, E17, E19, E21, E22, E26, E27, E28, E30, E34, E35	E31, E32		

Fonte: Elaboração nossa

Vinte e oito estudantes (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E10, E12, E13, E14, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E30, E31, E32, E33, E34, E35 e E36 – 77,8%) identificaram a operação adequada ao problema, caso este fosse realmente um problema. Entre os oito estudantes (E7, E8, E9, E11, E18, E25, E28 e E29– 22,2%) que não identificaram a operação correspondente, dois (E7 e E29– 5,6%) apresentaram incompreensão do problema, um (E25 -2,8%) deixou em branco e cinco (E8, E9, E11, E18 e E28 –13,8%) fizeram outras operações com algoritmos não pertinentes ao enunciado.

Dezenove estudantes (E2, E4, E5, E7, E9, E10, E14, E17, E18, E20, E21, E23, E24, E27, E29, E32, E33, E34 e E36 - 52,8%) explicitaram as razões que lavaram a determinar a operação adotada. Entre esses, apenas *três* estudantes (E14, E27 e E34 - 8,3%) explicaram que as informações já constavam no enunciado. Dezesete estudantes (E1, E3, E6, E8, E11, E12, E13, E15, E16, E19, E22, E25, E26, E28, E30, E31 e E35 - 47,2%) não explicitaram as razões.

No quadro 17, em resolução do algoritmo *sim*, consideramos àqueles que registraram cálculo algoritmo. E, em *não*, àqueles que apresentaram apenas o resultado final. Já que este problema não necessitava de registro do procedimento algoritmo, em função da resposta estar dada no enunciado. Nesse sentido, *dezoito* estudantes (E1, E4, E5, E8, E10, E13, E16, E17, E19, E20, E23, E24, E26, E30, E31, E33, E35 e E36 - 50%) resolveram corretamente o algoritmo. E, *dezoito* (E2, E3, E6, E7, E9, E11, E12, E14, E15, E18, E21, E22, E25, E27, E28, E29, E32 e E34 - 50%) não resolveram.

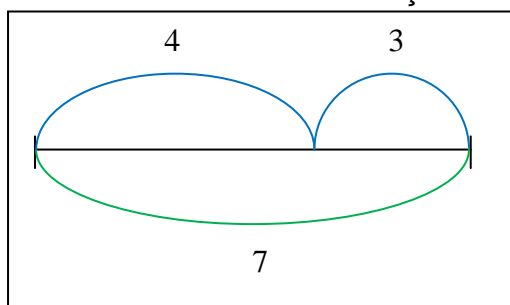
Cinco estudantes (E7, E14, E18, E25 e E29 - 13,9%) não responderam o problema. E, *trinta e um* (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E15, E16, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E28, E30, E31, E32, E33, E34, E35 e E36 - 86,1%) responderam e apresentaram resultado numérico. Destes, *vinte e dois* (E1, E2, E3, E4, E5, E6, E10, E12, E13, E15, E16, E17, E21, E22, E23, E24, E26, E27, E30, E32, E33 e E34 - 61,1%) apresentaram resultado numérico correto. E, *nove* (E8, E9, E11, E19, E20, E28, E31, E35 e E36 - 25%) incorretamente.

Entre os que responderam o problema, *vinte e dois* estudantes (E1, E2, E3, E4, E6, E9, E11, E12, E13, E15, E17, E19, E21, E22, E26, E27, E28, E30, E31, E32, E34 e E35 - 61,1%) apresentaram resultado textual, nos quais apenas *dois* (E31 e E32 - 5,5%) o fizeram incorretamente. Nove estudantes (E5, E8, E10, E16, E20, E23, E24, E33 e E36 - 25%) não responderam textualmente.

Relembremos o enunciado do problema: ***Estavam brincando num banco 4 meninas e 3 meninos. Na hora do almoço todas as 7 crianças foram para casa. Quantas crianças estavam brincando antes do almoço?***

Em Davydov, a estrutura do enunciado não se caracteriza como um problema, pois, todos os números são dados (o valor das duas partes e o todo). Quando isso acontece, trata-se de uma história. Portanto, não há um valor desconhecido e nem a necessidade de resolução (Ilustração 54). A resposta já está dada: 7 crianças brincavam antes do almoço.

Ilustração 54 – Problema 14: Resolução em Davydov



Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

O presente capítulo foi fundamental para o processo de categorização dos dados, cuja análise, com base nos dados que determinaram sua origem, apresentaremos no terceiro capítulo. A apresentação deste se fez necessária para explicitarmos a totalidade dos resultados do ponto de vista quantitativo. Tais resultados revelam a precariedade de desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes sujeitos da investigação. Uma vez que, dentre os *seiscentas e doze* problemas apresentados aos estudantes, apenas *dezesseis* (2,6%) foram resolvidos corretamente, em sua totalidade (identificou a operação correspondente ao problema, explicou o pensamento para resolver o problema, resolveu o algoritmo e, respondeu o problema).

3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Para situar o leitor sobre o movimento de constituição da presente investigação, relatamos, na sequência, desde as nossas pretensões iniciais até as delimitações que culminaram na presente monografia. Nossa intencionalidade, na versão preliminar do projeto, consistia em desenvolver as proposições davydovianas para o ensino de resolução de problemas com estudantes de duas turmas do sexto ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual de Santa Catarina. O objetivo consistia em analisar as possibilidades de apropriação de tais proposições por estudantes brasileiros. A investigação seria desenvolvida em três momentos distintos, mas inter-relacionados.

No primeiro momento, os estudantes resolveriam problemas sobre as operações de adição e subtração extraídos do livro didático e do caderno de tarefas de Davydov para o primeiro ano do Ensino Fundamental (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al, 2012). Para tanto, os estudantes se fundamentariam no conhecimento prévio⁴ dos mesmos. Isto é, sem que o (a) professor (a) titular e/ou a pesquisadora orientasse-os previamente ou durante o processo. Esse primeiro momento foi desenvolvido nos primeiros três primeiros dias de aula referentes ao conteúdo resolução de problemas sobre adição e subtração.

O segundo momento, que não foi realizado, consistia no desenvolvimento das proposições davydovianas relacionadas a resolução de problemas sobre adição e subtração, para o primeiro ano do Ensino Fundamental, com os estudantes das duas turmas investigadas. Ou seja, desenvolveríamos, o mais fielmente possível, o sistema de tarefas para o ensino de resolução de problemas sobre adição e subtração apresentado por Davydov e seus colaboradores.

E, por fim, no terceiro momento, que também não ocorreu, apresentaríamos novos problemas extraídos do caderno de tarefas davydoviano e dos livros didáticos brasileiros do sexto ano, adotado pelo (a) professor (a) titular das duas turmas, para que os estudantes resolvessem. Pretendíamos investigar a apropriação ou não das proposições davydovianas com base na análise das relações entre o primeiro e o terceiro momento, mediadas pelo segundo momento.

Porém, após desenvolvermos o primeiro momento da investigação

⁴ Referimo-nos aqui a conhecimento prévio àquele supostamente apropriado pelos estudantes durante a primeira fase do Ensino Fundamental (primeiro ao quinto ano).

detectamos um elevado índice de erros (97,4%). Constatamos tais índices durante a elaboração dos quadros (apresentados no capítulo anterior) para organização dos dados. Ao nos depararmos com os erros apresentados por estudantes de sexto ano do Ensino Fundamental algumas questões surgiram: Por que os estudantes cometem tantos erros e apresentam tantas dificuldades básicas ainda no sexto ano do Ensino Fundamental? Quais as experiências prévias dessas crianças com a resolução de problemas? Qual o conteúdo e os métodos de ensino que prevaleceram durante a formação escolar inicial desses estudantes? Os resultados produzidos pela educação escolar catarinense (objetivados em uma singularidade - as respostas apresentadas pelos estudantes sujeitos da investigação) refletem os pressupostos da Teoria Histórico-Cultural ou do ensino tradicional?

Tais questões nos levaram a repensar o direcionamento da investigação. Os dados eram reveladores de problemas que apontavam para a necessidade de investigarmos a sua gênese, antes de pensarmos as possibilidades de superação.

Em função das necessidades de delimitação de uma investigação com prazo pré-determinado para seu término, como é o caso de uma pesquisa de monografia, optamos pelo primeiro momento previsto no projeto⁵. Ou seja, analisamos os erros apresentados por estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental ao resolverem problemas sobre adição e subtração oriundos das proposições davydovianas para o primeiro ano escolar.

Durante a análise dos erros dos estudantes se fez necessário, em concernência com os princípios do método, (analisar processos e não objetos, explicação versus descrição, e comportamento fossilizado), foi necessário buscarmos explicações referentes ao processo de consolidação das respostas apresentadas pelos estudantes. Para tanto, entrevistamos os profissionais que foram professores dos estudantes sujeitos da investigação nos anos anteriores (roteiro da entrevista no apêndice C). Na conversa com os professores detectamos os principais livros didáticos por eles adotados (analisados no primeiro capítulo na relação com as proposições davydovianas). Fundamentamo-nos, teoricamente em Davydov (1982), Davídov (1987), Davidov (1988) Kalmykova (1991) e Talízina (1988).

⁵ Vale ressaltar que não descartamos, em definitivo, o desenvolvimento do segundo e terceiro momento previsto no projeto. Ou seja, trata-se de uma delimitação para a pesquisa desenvolvida durante o curso de Especialização em Educação Matemática, mas com previsão de continuidade.

Participaram da investigação *trinta e seis* estudantes. O instrumento de coleta de dados era composto por *catorze* problemas, um subdividido em três novos problemas e outro em dois, ou seja, ao todo, foram *dezessete* questões. Desse modo, os dados foram constituídos por *seiscentas e doze* respostas dos estudantes. Detectamos *nove* categorias de análise, conforme apresentamos, aleatoriamente, na sequência: 1) outras operações; 2) resolução incorreta dos algoritmos; 3) manifestações de dúvidas; 4) impossibilidade de resolução com justificativa de incompreensão do problema; 5) transposições para situações particulares já conhecidas; 6) Resposta textual incompatível com o solicitado no enunciado do problema; 7) identificaram a operação correspondente ao problema porém, elaboraram incorretamente o algoritmo; 8) orientaram-se por palavras-chave; 9) Não identificação dos elementos essenciais para a resolução do problema composto. Vale ressaltar que as categorias não são excludentes, mas estão inter-relacionadas e, em alguns momentos se complementam.

3.1 Outras operações

Antes de apresentarmos os problemas para os estudantes desenvolverem, explicamos o objetivo da investigação e enfatizamos, conforme estava escrito no enunciado da primeira folha, que se tratava de problemas referentes as operações de adição e subtração. Porém, mesmo com este alerta, vários estudantes realizaram **outras operações** para resolverem os problemas, conforme apresentamos na sequência alguns exemplos (Ilustrações 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63 e 64):

Ilustração 55 – Problema 1: Resolução por E7

Eu pensei e fiz tranquilo porque é só pensar que
 não consegue resolver tudo.
 Eu pensei assim, a é de matemática não é de algo.
 Eu tirei minha dúvida e tá fazendo, é legal não é.

Cálculo = 7
 x 5
 35 foi trinta e cinco no total.

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 56 – Problema 1: Resolução por E12

Sim, é no page a conta qui da direita.
14130

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 57 – Problema 2: Resolução por E27

Cu pensei que é assim Sacha tem 6 figurinha
a maria tem 5 figurinha a mais tanto e cinco
Cu entendi isto

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 58 – Problema 3: Resolução por E19

como você pensou para resolver o problema:

2 marangas foi difícil mais tem que
tentar.

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 59 – Problema 3: Resolução por E35

713 7
021 x 2

Vera colheu 21 marangas

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 60 – Problema 4b: Resolução por E9

b) Qual número que diminuído 4 unidades resulta em 5?

É possível resolver? Sim ^{3 unidades}

Se a resposta for não, explique o porquê: 3 unidades

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

o Diminutivo de 4 o o 3, resultado 5 e antes dele
é 04.

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 61 – Problema 8: Resolução por E7

como você pensou para resolver o problema:

colho como as estudantes plantaram araucárias e ipês
quarenta e cinco mudas entre as araucárias,

Cálculo = 45

Mudas de araucárias tem 23.

Mudas de ipês 22.

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 62 – Problema 10: Resolução por E4

É possível resolver? Sim.

Se a resposta for não, explique o porquê:

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

o meu resultado deu 1 que veio no cálculo

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 63 – Problema 10: Resolução por E20

$\frac{115}{102}$ Foi muito facio para conta.
106

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 64 – Problema 12: Resolução por E24

$\frac{1219}{126}$
00
Eu pensei nos conta de charl

Fonte: Respostas dos estudantes

Alguns estudantes apresentaram a operação de multiplicação, outros a de divisão e, outros ainda, apenas registraram resultados numéricos incorretos que impossibilitou a identificação da operação realizada. Estes (E7, E12, E27, E19, E35, E9, E20, E24 e E4) não souberam interpretar o problema, pois não apresentaram a operação correspondente ao problema.

A resposta apresentada pelo estudante E7 deveria estar respaldada no

seguinte raciocínio: $7 + 5 = 12$, portanto são *doze* quilos de frutas. E7 mencionou que o problema é de matemática e que não é de vezes. No entanto apresentou justamente o algoritmo da operação de multiplicação. Ou seja, estudante não concebe a operação de multiplicação como de vezes.

Os estudantes E12, E19 e E4 apresentam apenas o resultado final, o que impossibilitou a identificação da operação realizada. Atribuem resultados aleatórios, sem evidências sobre a relação com o problema. A resposta de E9 é expressão de interpretação equivocada do enunciado do problema. E9 interpretou “diminuído 4”, como o número imediatamente anterior ao número *quatro*, na sequência dos naturais (\mathbb{N}), ou seja, o número *três*.

A resolução do problema por E27 deveria estar respaldada no seguinte raciocínio: $6 + 5 = 11$, Portanto Maria tem *onze* figurinhas. No entanto, E27 apresenta um resultado numérico incorreto que se aproxima do produto dos números apresentados no enunciado. Bem como o estudante E35 que além de realizar a operação de divisão, o resultado corresponde a operação de multiplicação.

Essas operações incompatíveis ao problema poderiam ser evitadas se os problemas fossem interpretados. Porém, os estudantes apenas operam com os números apresentados no enunciado sem relacionar com a situação apresentada no problema. Davydov e seus colaboradores propõem algumas possibilidades de superação de tais erros. Dentre elas destacamos a ênfase ao ensino sobre interpretação de problemas. Em Davydov os problemas são interpretados com base em esquemas universais para posterior identificação da operação. Ou seja, há um modo universal de interpretação de problemas tanto para as operações de multiplicação e divisão (MADEIRA, 2012; CRESTANI, 2013), quanto para as operações de adição e subtração, conforme apresentamos no primeiro capítulo. Com base no esquema davydoviano, os estudantes teriam identificado a relação todo-partes e, conseqüentemente, identificarem a operação correspondente ao problema (adição ou subtração).

Como diz Lúria (1990, p. 157), a resolução de problemas é uma capacidade que envolve processos intelectuais complexos.

Cada problema escolar conhecido se resume a uma estrutura psicológica complexa na qual o objetivo final (formulado como o problema da questão) é determinado por condições específicas. Somente através da análise dessas condições é que o estudante pode estabelecer as relações necessárias entre os componentes da estrutura em questão; ele isola as essenciais e

despreza as que não são essenciais. Através do arranjo preliminar das condições do problema, o estudante formula uma estratégia geral [universal] para a solução do mesmo; em outras palavras, o estudante cria um esquema geral [universal] lógico que determina o rumo para a próxima investigação. Tal esquema, por sua vez, determina a tática de raciocínio e a escolha das operações que podem levar à tomada de decisão (LURIA, 1990, p. 157).

Porém, os processos intelectuais complexos envolvidos na resolução de problemas não são inatos, por isso, os sujeitos da nossa investigação não adotaram tais processos ao desenvolverem os problemas. Ou seja, cabe a educação escolar promover o desenvolvimento da estrutura de pensamento necessária para resolução de problemas. E esta não se resume na escolha aleatória de uma operação a ser realizada.

Não prevíamos em nossas hipóteses de pesquisa erros dessa magnitude, uma vez que são problemas simples, propostos por Davydov e seus colaboradores para o primeiro ano escolar. Além disso, problemas sobre adição e subtração são apresentados no sistema educacional brasileiro desde o primeiro ano escolar. Ou seja, os sujeitos da presente pesquisa tiveram contato com resolução de problemas sobre adição e subtração nos cinco anos escolares precedentes. Tal afirmação está respaldada na análise das respostas dos (as) professores (as) durante as entrevistas e dos livros didáticos por eles utilizados.

3.2 Resolução incorreta dos algoritmos

Muitos estudantes cometeram erros durante a resolução das operações. Tal constatação também pode ser evidenciada nas demais categorias. Porém, consideramos relevante destacar, em uma categoria a parte, devido a gravidade dos erros cometidos. Na sequência apresentamos alguns erros relacionados às operações de adição e subtração (E23 - Ilustração 65 -, E9 - Ilustração 66 -, E18 - Ilustração 67 -, E10 - Ilustração 68 -).

Ilustração 65 – Problema 1: Resolução por E23

5 - Eu pensei que para fazer um doce
3 vai ser preciso 3 quilos e menos
para fazer um doce

Fonte: Respostas dos estudantes

A resolução de E23 refere-se ao primeiro problema, cujo raciocínio correto deveria incidir na adição dos valores 7 quilos de frutas, mais 5 quilos de fruta, o que resultaria em 12 quilos de frutas. Porém, a operação adotada pelo estudante foi a inversa, ou seja, a de subtração. Além desta não ser a operação correspondente ao problema, a resolução também foi incorreta, pois, $7 - 5 = 2$ e não 3, conforme apresentou E23.

Ilustração 66 – Problema 1: Resolução por E9

eu pensei que a demanda era tinha 7 quilos de fruta e 5 mais esta.

$$\begin{array}{r}
 75 \\
 + 5 \\
 \hline
 93
 \end{array}$$

Fonte: Respostas dos estudantes

A resolução apresentada por E9 refere-se ao mesmo problema analisado anteriormente (Ilustração 65). Ou seja, o que deveria ser $7 + 5 = 12$ quilos de frutas, culminou em $7 + 5 + 7 + 5 = 23$. Além da incorreta organização dos valores no algoritmo, E9 também resolveu o cálculo incorretamente, pois $7 + 5 + 7 + 5$ resultariam em 24 e não em 23 como apresentou E9.

Ilustração 67 – Problema 2: Resolução por E18

Porque ela 6 pode comer mais mais
figuinha 5 paralelas.

$$\begin{array}{r}
 6 \\
 + 5 \\
 + 4 \\
 \hline
 21 \text{ figuinha}
 \end{array}$$

Fonte: Respostas dos estudantes

A resolução do problema anterior (Ilustração 67) seria com base na operação de adição dos números 6 e 5, o que resultaria em 11. Porém, embora o estudante E18 tenha identificado a operação correta, a adição, acrescentou um novo valor inexistente no enunciado do problema (4), ou seja, fez $6 + 5 + 4$. Além disso, realizou incorretamente o processo de resolução do algoritmo adotado, apresentou como resultado o número 21 em vez de 15, que seria o resultado correto para a operação por ele elaborada.

Ilustração 68 – Problema 10: Resolução por E10

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

Se entendi que se a resposta for 5 figurinhas ele ficou com 11 mais de ele mais 5 ele ficou com 15

Cálculo: $11 + 5 = 15$

Fonte: Respostas dos estudantes

O décimo problema resolvido por E10 consistia na realização da adição dos números 11 e 5, cujo resultado correto seria 16 figurinhas. Embora E10 tenha determinado corretamente a operação correspondente ao problema, realizou resolução incorreta do algoritmo. Ou seja, fez $11 + 5 = 15$ e não $11 + 5 = 16$.

Os dados da investigação propiciaram-nos constatar que os estudantes cometem erros na identificação da operação correspondente ao problema. E quando identificam corretamente, as vezes erram na resolução do algoritmo.

Durante a resolução dos problemas, alguns estudantes, tais como E9, E23 e E18 utilizavam os dedos das mãos para realizarem os cálculos. Os estudantes E9, E10 e E23 erraram o processo de cálculo algorítmico por uma unidade apenas, enquanto E18 errou em seis unidades. Ou seja, a realização das operações com o apoio dos dedos, uma metodologia herdada dos povos primitivos, não é garantia para que o cálculo seja desenvolvido com êxito. Vale ressaltar, novamente, que são estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental e que os números operados representavam quantidades relativamente pequenas de dedos.

A orientação para a utilização dos dedos é frequentemente apresentada nos livros didáticos adotados pelos professores dos anos anteriores. Além disso, não é exclusividade apenas destes. Conforme constatou Alves (2013), essa é uma metodologia de ensino frequentemente adotada nos livros didáticos brasileiros. Tal metodologia é antagônica aos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural.

[...] a orientação teórica das proposições davydovianas não é desenvolver o pensamento do homem primitivo nas crianças de hoje, mas o contemporâneo, as tarefas sugerem que a utilização dos dedos e de riscos soltos seja substituída pela reta numérica (ROSA, 2012, p. 192).

Como já mencionamos, a reta numérica é o lugar geométrico do número. Esta proporciona alguns elementos teóricos do conceito de número para o correspondente desenvolvimento do pensamento, também em nível teórico. A

utilização dos dedos e riscos são artifícios empíricos e a reta numérica é objetivação do conceito científico de número. E, o contexto matemático no qual Davydov e seus colaboradores introduzem o ensino de interpretação de problemas sobre adição e subtração a partir da análise da relação todo-partes.

Kalmykova (1991), seguidora de Vygotski e, conseqüentemente, dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural, diz que “para resolver bem um problema, têm que existir sínteses a nível de análise complexa”. Conforme Kalmykova (1991, p. 09) há:

diferenças – do ponto de vista psicológico – entre solução de problemas e operações com algarismos. Tal como todo o pensamento, tanto somar como resolver problemas implicam processos de análise e síntese, com diversos graus de dificuldades; a solução dos problemas requer um nível consideravelmente superior de atividade analítico-sintético.

De acordo com KALMYKOVA (1991), para realizar as quatro operações “é necessário aprender os números”. Mas a resolução de problemas exige, além disso, “o conhecimento de uma vasta gama de conceitos concretos e abstratos, que refletem as relações quantitativas entre objetos” (KALMYKOVA, 1991, p. 09). Ou seja, que reflitam tanto as relações entre as significações aritméticas, dadas concretamente, quanto as algébricas em seu teor mais abstrato, ambas inter-relacionadas pelas significações geométricas.

As resoluções incorretas apresentadas pelos estudantes, como, por exemplo, $7 - 5 = 3$ (E23), indicam insuficiência na aprendizagem dos números. Uma vez que este é o conceito científico basilar para todo o Ensino de Matemática na educação básica (DAVYDOV, 1982 e KALMYKOVA, 1991).

3.3 Manifestações de dúvidas

Também identificamos algumas manifestações de dúvidas quanto a operação relativa ao problema (E10 – Ilustração 69 -, E14 – Ilustração 70 – e E4 – Ilustração 71):

Ilustração 69 – Problema 1: Resolução por E10

Eu pensei em $7+5$ para saber a resposta!
 Depois disse eu não.

calculei 7
 15
 10

Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E10 deixa em aberto a resposta na expectativa que a pesquisadora confirme ou não seu raciocínio. Ou seja, a resposta de E10 indica que as bases das características essenciais do conteúdo não estão efetivamente apropriadas.

Ilustração 70 – Problema 1: Resolução por E14

É possível resolver? É possível fazer e eu fiz 7 mais 5

Se a resposta for não, explique o porquê:

4
 + 5
 12

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

Eu pensei que sete mais cinco daria o resultado mais eu não sei se é de mais não tenho a certeza.

Fonte: Respostas dos estudantes

Este estudante (Ilustração 70) deixa explícita sua incerteza quanto a opção pela operação da adição: “não sei se é de mais, não tenho a certeza” (E14). E, ao tentar explicar como pensou para resolver o problema, apenas descreve o cálculo algoritmo, isto é, não especifica as razões pelas quais optou por tal operação.

Ilustração 71 – Problema 3: Resolução por E4

É possível resolver? A Maria colheu 10 maçãs.

Se a resposta for não, explique o porquê:

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

Eu fiz $10 - 3 = 4$, $4 + 3 = 8$, $8 + 3 = 11$. Então eu coloquei 10 maçãs porque eu fiz o resto e entendi isto.

Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E4 resolveu três operações distintas (adição, subtração e multiplicação) e escolheu, aleatoriamente, o resultado da operação da adição para responder o problema ($7 + 3 = 10$) em vez de ($7 - 3 = 4$). Ou seja, E4 não tem clareza sobre qual operação utilizar. Vale lembrar, que vários estudantes também apresentaram outras operações não relativas ao problema, conforme apresentamos na primeira categoria de análise.

As dúvidas em relação a operação correspondente a resolução do problema é consequência, segundo Davydov (1982) de um ensino direcionado a resolução de problemas particulares. O foco incide em classificá-los em problemas de mais, menos, vezes e de dividir em detrimento da interpretação dos mesmos.

3.4 Impossibilidade de resolução com justificativa de incompreensão do problema

Alguns estudantes também afirmaram sobre impossibilidade de resolução com justificativa de incompreensão do problema (E15 – Ilustração 72 -, E27 – Ilustração 73 -, E16 – Ilustração 74 -, E4 – Ilustração 75 -, E23 – Ilustração 76 -, E17 – Ilustração 77 -, E8 – Ilustração 78 – e E34 – Ilustração 79 -):

Ilustração 72 – Problema 1: Resolução por E15

É possível resolver? _____
 Se a resposta for não, explique o porquê: Eu não entendi porque muito difícil. eu não estudei.

Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E15 mencionou que não estudou, por isso não o entendeu. Ou seja, precisava ter estudado o conteúdo dos problemas antes da realização dos mesmos. Vale reafirmar que todos os problemas foram extraídos do livro didático de Davydov e seus colaboradores para o primeiro ano escolar. Os estudantes que resolveram os problemas, sujeitos da presente investigação, são do sexto ano do Ensino Fundamental. E que resolução de problemas sobre adição e subtração faz parte do rol dos conteúdos dos anos escolares anteriores (do primeiro ao quinto). Ou seja, E15 estudou, mas foi nos anos anteriores.

Quando E15 diz que não estudou refere-se as aulas imediatamente anteriores a resolução dos problemas para a presente investigação. Tal conduta é expressão do ensino tradicional no qual logo após “esgotar” um determinado conceito aplica-se a prova e um novo conceito é iniciado sem relação alguma com o

anterior. Só após o estudo do novo conceito particular é que se desenvolve uma nova prova (DAVYDOV, 1982).

Ilustração 73 – Problema 3: Resolução por E27

3. Vera colheu 7 morangos, já a Katya colheu 3 morangos a menos. Quantos morangos a Katya colheu?

É possível resolver? não
 Se a resposta for não, explique o porquê: porque eu não entendi a pergunta e não sei
Resolvi.

Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E27 diz que não entendeu o problema e que não sabe resolvê-lo. A reflexão que surge é: como um estudante do sexto ano pode não compreender um problema extraído de livro didático destinado ao primeiro ano escolar? Vale ressaltar que a pesquisadora e o (a) professor (a) titular das turmas não interferiram em nenhum momento durante a realização dos problemas pelos estudantes, como por exemplo, informar dicas, enfatizar palavras, orientar a interpretação, entre outros. Todos os problemas foram resolvidos individualmente e as respostas expressam o pensamento individual dos estudantes.

Então, surge-nos outra reflexão: será que se houvesse nossa interferência (“ajuda”) ou do (a) professor (a) titular, ao destacar alguns fatores do problema, os estudantes compreenderiam tais problemas? E, se, ao compreenderem, a partir de nossa interferência, apresentassem uma resolução correta, poderíamos afirmar que tal resultado é decorrente de efetiva apropriação do conteúdo? Vygotski (2000) nos autoriza responder negativamente a essa última questão com base no conceito de zona de desenvolvimento proximal. Ou seja, o estudante ainda não consegue resolver sozinho, ainda não se apropriou do conceito, precisa de ajuda do outro.

Ilustração 74 – Problema 8: Resolução por E16

É possível resolver? _____
 Se a resposta for não, explique o porquê: não entendi pois está
juntas e não mostra a quantidade das operações e
após.
 Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:
não entendi explicação acima.

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 75 – Problema 8: Resolução por E4

É possível resolver? _____
 Se a resposta for não, explique o porquê: Eu não entendi porque
16 + 45 em mão daí fazer a conta muito difícil

Fonte: Respostas dos estudantes

Para analisar as respostas dos estudantes E16 e E4, vale relembrarmos o problema em questão: Os estudantes plantaram no parque araucárias e ipês, 45 mudas no total. Os ipês eram 16. Quantas araucárias foram plantadas?

O estudante E16 respondeu o seguinte: “não entendi, pois estão juntos e não marca a quantidade de araucárias e ipês”. O enunciado do problema informa a quantidade de ipês e quantidade de araucárias é desconhecida. Por isso é um problema matemático passível de ser resolvido. Se todos os valores fossem dados seria apenas uma história.

Ilustração 76 – Problema 10: Resolução por E23

É possível resolver? Não
 Se a resposta for não, explique o porquê: Porque eu não entendi e eu li muito.

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 77 – Problema 4c: Resolução por E17

c) Quanto fica ao diminuirmos 6 de 6?

É possível resolver? Não sei
 Se a resposta for não, explique o porquê: By não sei porque 6 diminui 6 ou até arrisquei no rascunho mas não consegui

Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E17 apresenta a seguinte explicação: “Eu não sei por que 6 diminui 6 eu até arrisquei no rascunho, mas não consegui”. Porém, a questão apresentada ao estudante no enunciado do problema não incidia no *por que*, mas no *quanto*. Ou a dificuldade do estudante consistia em admitir o zero como resposta? Não temos elementos para responder essa questão. Ficará em aberto para pesquisas posteriores.

Ilustração 78 – Problema 4a: Resolução por E8

a) Qual o número que precisa ser acrescentado 3 unidades para chegar a 9?

É possível resolver? não

Se a resposta for não, explique o porquê: Eu não entendi porque acrescentado 3 unidades para chegar a 9, não entendi por isto que está escrito.

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 79 – Problema 4b: Resolução por E34

b) Qual número que diminuído 4 unidades resulta em 5?

É possível resolver? Não

Se a resposta for não, explique o porquê: Por que eu não entendi se é fazer 5 x 4 ou outra coisa

Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E34 diz: “Por que eu não entendi se é fazer 5 x 4 ou outra coisa”. Ao apresentar tal justificativa E34 indica que apresentaria um resultado qualquer, inclusive a operação da multiplicação. O “chute” na operação de multiplicação evidencia a incompreensão do problema, para o qual a operação correta seria: $4 + 5 = 9$.

É importante mencionar que as respostas apresentadas nesta categoria (impossibilidade de resolução com justificativa de incompreensão do problema) são respostas para problemas com solução. Portanto, as respostas refletem a *não interpretação* das informações apresentadas no enunciado do problema. Tal interpretação exige uma análise complexa do problema.

No caso de um problema, [...], o valor procurado, a informação dada no conteúdo do problema e a relação entre eles não podem ser determinados através da análise separada dos diversos elementos, mas apenas através da sua combinação (que constitui um determinado conjunto); por outras, palavras, para resolver bem um problema, têm que existir sínteses a nível de análise complexa (KALMYKOVA, 1991, p. 10).

Porém, a maioria dos estudantes investigados não identificaram o valor desconhecido, as informações dadas no enunciado do problema e,

conseqüentemente, não os inter-relacionaram, o que resultou na impossibilidade de resolução.

3.5 Transposições para situações particulares já conhecidas

A presente categoria revela que alguns estudantes relacionam o procedimento de resolução de problemas à fatos cotidianos. Ou seja, desenvolvem os problemas em nível empírico. Mas, conforme já pronunciamos neste capítulo, a aprendizagem é expressão da atividade de ensino, organizada e orientada pelo professor, na escola. Nesse sentido, quando questionamos aos professores (as) participantes da investigação, sobre como ensinam seus estudantes a resolverem problemas matemáticos, responderam: “usando exemplos concretos do dia-a-dia, como compras em supermercados, etc.” (PROFESSOR (a) A);

Possibilitando que os alunos desenvolvam sua curiosidade criem estratégias para resolver situações problemas. Os jogos e brincadeiras permitem a eles a aprender conhecer e dominar a realidade, permite o erro e a exploração de novas maneiras para se resolver um mesmo problema em clima de colaboração, pesquisa, coleta de dados, contagens, tabulação, registros em tabelas e gráficos, desenvolvimento de estratégias, (Diferentes formas de resolver) (PROFESSOR (a) C).

Os (as) professores (as), com o propósito de oferecer melhores condições de aprendizagem pelos alunos, adotam como método de ensino, situações do dia-a-dia, jogos e brincadeiras. Com a confiança de que esses interferem positivamente no processo de apropriação dos conceitos pelos estudantes. Tais métodos vão ao encontro das orientações apresentadas na Proposta Curricular de Santa Catarina (1998), sobre a aproximação entre as ações empíricas com os conceitos científicos. Retomaremos essa questão mais adiante. Por hora, vale afirmar que a prática pedagógica dos (das) professores (as) vai ao encontro das orientações apresentadas pela Proposta curricular da rede de ensino na qual atuam.

Na sequência, apresentamos alguns exemplos de explicação dos estudantes, sobre o procedimento que os levaram a adotar determinada operação. As explicações são relacionadas com a experiência empírica das crianças (E13 - Ilustração 80 -, E28 – Ilustração 81 -, E31 – Ilustração 82 -, E11, Ilustração 83 – e E23 – Ilustração 84):

Ilustração 80 – Problema 2: Resolução por E13

Esta pergunta foi com uma pequeninha ajuda dos dedos e da mente.
 $6+5=11$

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 81 – Problema 5a: Resolução por E28

É possível resolver? Quatro ou mais vezes.
 Se a resposta for não, explique o porquê:

 Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:
Eu pensei em contar nos dedos

Fonte: Respostas dos estudantes

Os estudantes E13 e E28 explicitaram que efetuaram o cálculo com o auxílio dos dedos: “esta pergunta foi com uma pequeninha ajuda dos dedos e da mente” (E13); “eu pensei em contar nos dedos” (E28). Conforme já mencionamos, vários outros estudantes utilizaram o mesmo recurso dos estudantes anteriores, isto é, os dedos.

Ilustração 82 – Problema 1: Resolução por E31

É possível resolver? não porque às vezes é fácil de mais
 Se a resposta for não, explique o porquê: e porque a gente não deixa estragar.

 Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:
até amanhã e tomara que você fim 3

Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E31 diz: “não porque às vezes é fácil de mais. É porque a gente não deixa estragar. Até amanhã tomara que você fim 3”. O problema envolvia frutas, porém não havia relação alguma com o processo de conservação das mesmas. No primeiro momento respondeu não ser possível responder, mas depois, apresentou um resultado aleatório (3) na resolução do problema, sem deixar pistas sobre a operação realizada.

Ilustração 83 – Problema 3: Resolução por E11

É possível resolver? Sim

Se a resposta for não, explique o porquê: sim porque Vera tinha 7 a mais e Katya tinha três a menos onde ficou 4 para Katya.

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

Vera tinha 7 e Katya tinha 3. Vera deu uma onde deu 4 morangos.

Fonte: Respostas dos estudantes

A resolução apresentada anteriormente por E11 refere-se ao seguinte problema: Vera colheu 7 morangos, já a Katya colheu 3 morangos a menos. Quantos morangos Katya colheu? O estudante E11 respondeu quase corretamente no primeiro momento, apenas errou ao colocar “7 a mais”: “sim porque Vera tinha 7 a mais e Katya tinha três a menos onde ficou 4 para Katya”. Mas no segundo momento, ao explicar o pensamento utilizado para responder, disse que Vera deu um (morango) para Katya, por isso resultou em 4. Ou seja, E11 explicita que o resultado foi obtido empiricamente por meio da inserção de fatos novos, alheios ao problema.

Ilustração 84 – Problema 12: Resolução por E23

como você pensou para resolver o problema:

12
2
10

Eu pensei que ter doze laranjas e como duas e eu vou ficar com dez.

Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E23 explicou as razões pela operação adota por analogia a outra situação particular. O problema 12 referia-se a quantidade de contas (Barbara tinha 12 contas para fazer. Passado 5 minutos sobrou apenas 2 contas para fazer. Quantas contas a Barbara fez em 5 minutos?) e o estudante falou de laranjas. Ou seja, a situação fica mais “visível” para o estudante se pensar que tinha uma quantidade de laranjas e comeu algumas (Eu pensei que ter doze laranjas e como duas e eu vou ficar com dez).

Tal conduta resulta da metodologia adotada no ensino tradicional

(DAVYDOV, 1982). São ensinadas apenas resoluções de problemas particulares e não o modo universal de resolução para todo e qualquer problema. Assim, se o estudante já resolveu anteriormente um problema particular sobre laranjas irá se orientar por este para resolver outros semelhantes. Caso não seja possível estabelecer tal relação o problema fica sem solução.

Além de atribuírem fatos alheios ao enunciado dos problemas, as resoluções e a explicação do procedimento que os levaram a determinar as operações adotadas, também incidem em características casuais, espontâneas, cotidianas. Ou seja, a base que fundamenta o raciocínio dos estudantes incide na experiência empírica, consolidada e legitimada pela educação escolar, conforme constatamos nos depoimentos dos (as) professores (as), nas proposições apresentadas nos livros didáticos por eles utilizados e na orientação da Proposta Curricular.

Quando questionamos os (as) professores (as) sobre quais os materiais didáticos que consideram que mais contribuem para a aprendizagem de matemática dos seus alunos, responderam: Professor (a) A: “Material dourado, jogos educativos, bingos, folhetos de supermercado etc.”; Professor (a) B: “Material dourado, quadro de ordens, palitos de picolé, barbante, régua, tampinhas, material concreto”; Professor (a) C: “o conhecimento do próprio aluno, jogos e brincadeiras, material concreto, meio ambiente, sala de aula, resolução de problemas com ou sem calculadora, jornais, livros, rótulos, dinheirinho”.

Nessa direção, a proposta curricular apresenta a seguinte orientação: O contexto escolar

é o espaço privilegiado para que se faça a **aproximação** dos conceitos espontâneos – entendidos como os conceitos derivados das ações empíricas, da prática cotidiana em situações não escolares – com os conceitos científicos, que são sistematizados em situações de aprendizagem no processo educativo (SC, 1998, p. 100, negrito nosso)

De acordo com os princípios da Teoria Histórico-Cultural a escola não é o lugar de **aproximar** os conceitos espontâneos e os científicos, mas, de superar as significações conceituais apropriadas espontaneamente pelas científicas, apreendidas na escola.

Conforme Brunelli (2012, p. 32)

a escola é lugar de apropriações de conhecimento científico, em vez dos saberes populares, ou como denomina Vigotski (2000) conceitos cotidianos. Para Saviani (2008), a escola não pode perder de vista o clássico, tanto em sua base antiga quanto moderna. Desse modo, contempla o clássico/essencial em vez do secundário/extracurricular e não corre o risco de considerar questões secundárias como principais.

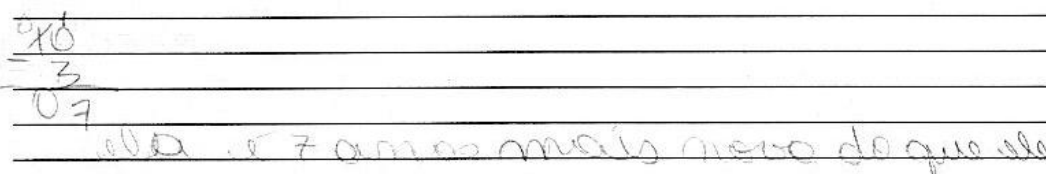
Cabe a educação escolar oferecer as condições de efetiva apropriação dos conceitos científicos pelos estudantes. Estes, ao permanecerem no campo dos conceitos espontâneos por meio da prática cotidiana não desenvolvem o pensamento teórico. Mesmo que os conceitos empíricos e teóricos tenham sido produzidos historicamente pela humanidade, é função da escola promover a aprendizagem sistematizada dos conceitos científicos em detrimento dos conceitos empíricos (DAVYDOV, 1982).

Quando questionamos os (as) professores (as) sobre as fontes utilizadas para organizar suas aulas de matemática, apresentaram algumas situações que indicam a ênfase nas significações conceituais empíricas: “situações do dia-a-dia, internet, pesquisas em vários livros” (PROFESSOR (a) A); “Jornais, revistas, embalagens, rótulos, histórias, músicas, receitas, sistema monetário” (PROFESSOR (a) C). Conforme Saviani (2003, p. 14) “escola diz respeito ao conhecimento elaborado e não ao conhecimento espontâneo; ao saber sistematizado e não ao saber fragmentado; à cultura erudita e não à cultura popular”. Tal afirmação de Saviani vai ao encontro dos fundamentos davydovianos.

3.6 Resposta textual incompatível com o solicitado no enunciado do problema

Na presente categoria selecionamos aquelas respostas referentes a incompatibilidade entre o solicitado no enunciado do problema e a resposta textual (E26 - Ilustração 85 -, E11 – Ilustração 86 – e E30 – Ilustração 87):

Ilustração 85 – Problema 5b: Resolução por E26



Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E26 apresentou o procedimento de resolução do algorítmico $(10 - 3)$ pelo processo de “pedir emprestado”. Embora o resultado numérico esteja correto, vale a seguinte questão: em que alterou, no processo de cálculo, o fato de o estudante ter pedido *um* emprestado? Afinal, resultou em $10 - 3$ novamente. Além disso, E26 apresentou resultado textual incorreto. Pois o valor desconhecido no problema não era referente a diferença de idade entre os irmãos, mas a idade da irmã (Marco tem 10 anos, a sua irmã é 3 anos mais nova que ele. Quantos anos têm a irmã?), ou seja, a resposta textual correta é: A irmã de Marco tem *sete* anos. Ou seja, o estudante E26 não interpretou corretamente o problema, apenas operou com os números apresentados no enunciado.

Ilustração 86 – Problema 5b: Resolução por E11

como você pensou para resolver o problema:

Ela é 2 anos mais nova do que ele

Fonte: Respostas dos estudantes

A resposta apresentada pelo estudante E11, para o mesmo problema analisado anteriormente (Ilustração 85) foi: “ela é 2 anos mais nova do que ele”. Porém, deveriam estar respaldados no seguinte raciocínio: $10 - 3 = 7$, portanto, a idade da irmã é de 7 anos. O estudante E11 apresentou tanto resultado numérico quanto o textual incorretos. E11 não registrou o cálculo e não foi possível identificar a operação por ele realizada. Pois, em nenhuma das quatro operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) realizadas a partir dos valores apresentados no enunciado do problema resultam em 2. Além disso, vale ressaltar que já constava no problema a informação de que a irmã é três anos mais nova que o irmão e, mesmo assim, ele respondeu que “ela é 2 anos mais nova do que ele”.

Ilustração 87 – Problema 9: Resolução por E30

+8
3
11 *e possível resolver somando e mais 3*
11 *eles com fazer 11 Prédios*

Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E30 também não apresenta com êxito a resposta textual. O valor desconhecido do problema era referente a andares (Construíram 8 andares do prédio, faltam ainda 3. Quantos andares vai ter este prédio?). O estudante E30 considerou a quantidade de prédios (É possível resolver. 8 andares e mais 3 e eles vão fazer 11 prédios). Porém, a resposta correta seria com base na seguinte afirmação: Este prédio vai ter 11 andares.

Constatamos, a partir da análise da presente categoria, que a resposta numérica correta, assim como apresentou E26 e E30 não é garantia de interpretação correta do problema. Pois estes estudantes apresentaram respostas numéricas correspondentes ao valor desconhecido, mas sem relação com a informação solicitada no enunciado. Tratava-se da idade da irmã e não da diferença de idades entre ambos, como escreveu E26. E, da quantidade de andares em vez da quantidade de prédios, conforme apresentou E30.

3.7 Identificaram a operação correspondente ao problema, porém elaboraram incorretamente o algoritmo

Nesta categoria apresentamos algumas respostas dos estudantes que identificaram corretamente a operação, porém elaboraram incorretamente o algoritmo (E5 – Ilustração 88 - e E33 – Ilustração 89 -):

Ilustração 88 – Problema 12: Resolução por E5

como você pensou para resolver o problema:

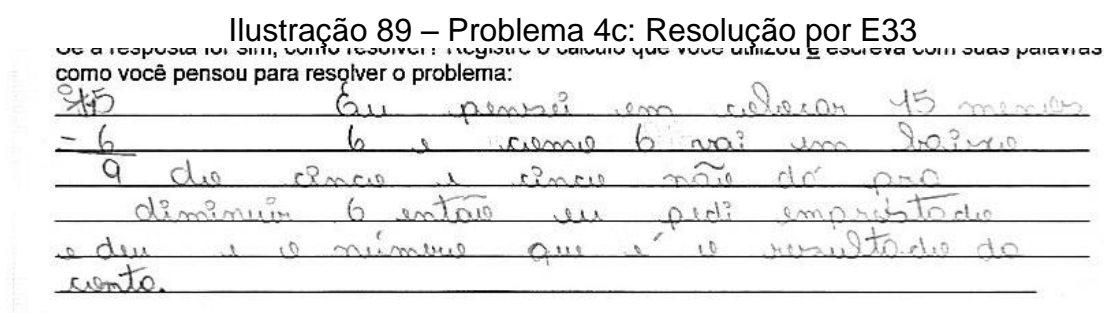
De eu fiz as 12 duas unidades ficou apenas com 2

$$\begin{array}{r}
 12 \\
 - 10 \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

Fonte: Respostas dos estudantes

A resolução de E5 (Ilustração 88) referente ao problema em questão (12) deveria respaldar-se no algoritmo correspondente a $12 - 2 = 10$, cuja resposta textual seria: Barbara fez 10 contas em 5 minutos. O estudante E5 identificou a operação correspondente (subtração) e resolveu corretamente o algoritmo. Porém, a ordem dos números apresentados no algoritmo ($12 - 10 = 2$) não corresponde ao problema, pois neste, o valor desconhecido é 10, e não 2 como sugere a resolução

apresentada por E5. Do modo como E5 apresentou o algoritmo, mais se aproxima da prova real do que do cálculo utilizado para determinar o valor desconhecido apresentado no enunciado do problema. A resposta textual não coincide com a resolução numérica apresentada. Além disso, a explicação de E5 sobre o cálculo utilizado está equivocada, pois esta diz: “se eu tirar do número 12 duas unidades, fico apenas com dois”. O erro de E5 incide no resultado, pois $12 - 2 = 10$ e não 2 como afirma o estudante.



Fonte: Respostas dos estudantes

A resposta de E33 refere-se ao problema 4c (Quanto fica ao diminuirmos 6 de 6?) cujo resultado correto seria é zero ($6 - 6 = 0$).

Embora o estudante E33 tenha identificado a operação correspondente (subtração), acrescentou no algoritmo um número (15), que não consta no problema. Ou seja, operou corretamente, porém, com não que não correspondem ao problema.

A análise dos dados correspondentes a presente categoria possibilitam-nos afirmar que, a identificação da operação correspondente ao problema não é garantia da elaboração correta do algoritmo e, conseqüentemente, da resolução correspondente ao problema.

3.8 Orientaram-se por palavras-chave

Kalmykova (1991) nos alerta sobre identificação de palavras-chave no enunciado do problema para resolvê-lo. Como, por exemplo, a relação da expressão *a mais* com a operação de adição e *a menos*, com a operação de subtração. Porém, nem sempre que tais expressões são apresentadas no enunciado do problema estão relacionadas, respectivamente, com a operação da adição ou subtração.

A mesma palavra pode estar ligada num problema a determinada operação aritmética e noutro problema, com uma operação diferente. Se

o aluno se habitua a usar uma determinada palavra como critério para a escolha de uma operação aritmética, cometerá erros (KALMYKOVA, 1991, p. 12).

Nesta categoria apresentamos algumas respostas que apoiaram-se em palavras-chave para resolução dos problemas (E24 - Ilustração 90 -, E30 - Ilustração 91 - e E20 - Ilustração 92):

Ilustração 90 – Problema 2: Resolução por E24

É possível resolver? Sim

Se a resposta for não, explique o porquê: Porque quando eu li tinha a mais e daí foi o que eu percebi que podia resolver a conta

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

6
+5
11

Eu resolvi o problema quando eu li a pergunta que tinha a mais e daí e resolvi resolver o problema.

Fonte: Respostas dos estudantes

O problema a que se refere o estudante E24 é o seguinte: Sacha tem 6 figurinhas, já a Maria tem 5 figurinhas a mais. Quantas figurinhas Maria têm?

A resolução do problema pelo estudante E24 foi fundamentada em palavras-chave, explicou: “Porque quando eu li tinha o *mais* e daí foi o que eu percebi que podia resolver a conta. Eu resolvi o problema quando eu li a pergunta que tinha o *mais* e daí e resolvi resolver o problema”. Ou seja, a palavra *mais* apresentada no enunciado do problema interferiu na resolução apresentada por E24.

Ilustração 91 – Problema 3: Resolução por E30

7
-3
4

ali diz Vera escolheu 7 morangos Katya 3 morangos a menos então ali já diz a menos conta de menos.

Fonte: Respostas dos estudantes

A resolução de E30 refere-se ao problema: Vera colheu 7 morangos, já a Katya colheu 3 morangos a menos. Quantos morangos a Katya colheu?

E30 respondeu: “Alí diz, Vera escolheu 7 morangos, Katya 3 morangos a

menos então ali *já diz, a menos, conta de menos*".

As explicações apresentadas pelos estudantes explicitam orientação por palavras-chaves contidas nos enunciados dos problemas, como, "a menos" (E30), "mais" (E24).

Observa-se um caso de análise insuficiente nas tentativas de resolver problemas mediante uma análise complexa incompleta, isto é, quando se elegem combinações incompletas de elementos e se deixam outros a um lado, facto com o qual se altera o conteúdo do problema (KALMYKOVA, 1991, p. 12 grifo nosso).

Ao seleccionar palavras-chave no enunciado do problema, os estudantes E30 e E24 fizeram relação direta entre a palavra e a operação correspondente. Ao desprezar as demais informações, a análise do problema torna-se insuficiente e corre-se o risco de resolvê-lo incorretamente.

Para a autora supracitada, a análise e a síntese se conectam numa relação dialética, não existe separação entre uma e outra. Ao determinar os elementos norteadores em busca da resposta esperada, mediante a análise completa, logo se estabelecem relações entre a análise e a síntese.

O isolamento de determinados conjuntos pressupõe uma combinação de elementos em conjunto, numa certa síntese; a síntese realiza-se rapidamente quando a análise está suficientemente desenvolvida. A nova-realidade obtida através da síntese é submetida à análise; cria-se uma nova conexão entre esta e os factos anteriormente conhecidos. Por conseguinte, as tentativas de isolar artificialmente a análise e a síntese no processo de ensino estão condenadas ao fracasso (KALMYKOVA, 1991, p.12).

Ainda que as respostas analisadas anteriormente estavam corretas (Ilustrações 90 e 91), detectamos também respostas que apresentaram a operação não ao problema. Embora não esteja explícito tal orientação, E20 utilizou a operação de adição em detrimento da operação de subtração (Ilustração 92).

Ilustração 92 – Problema 5a: Resolução por E20

Porque a resposta tem que olhar
nessa regra e quando for preciso usar
tem que suspender

$$\begin{array}{r} 9 \\ + 5 \\ \hline 14 \end{array}$$

Fonte: Respostas dos estudantes

Embora conste no enunciado do problema (5b) a palavra *mais* (Marco tem 10 anos, a sua irmã é 3 anos *mais* nova que ele. Quantos anos têm a irmã?) a operação correspondente é a da subtração. Porém, E20 realizou a operação da adição. Ou seja, as palavras apresentadas no enunciado do problema nem sempre coincidem com a operação a ser realizada para resolvê-los.

3.9 Não identificação dos elementos essenciais para a resolução do problema composto

A referente categoria foi elaborada a partir das respostas apresentadas ao décimo segundo problema em função do grande número de erros ocasionados pelo número de dados numéricos ser maior que os demais problemas (Barbara tinha 12 contas para fazer. Passado 5 minutos sobrou apenas 2 contas para fazer. Quantas contas a Barbara fez em 5 minutos?)

A resposta ao problema 12 deveria estar respaldada no seguinte raciocínio: $12 - 2 = 10$, portanto, Barbara fez 10 contas em 5 minutos. O número 5 apresentado no problema não deve ser operado, para determinar o número de contas realizadas. No entanto, o número 5 foi operado por diversos estudantes ao resolverem o problema 12 (E1 - Ilustração 93 -, E18 - Ilustração 94 -, E19 - Ilustração 95 - e E35 - Ilustração 96).

Kalmykova (1991) expõe aspectos de análise existentes em problemas **simples** e **compostos**. No caso do problema simples, “os dados podem estar enlaçados de maneiras diversas, de acordo com a formulação do problema” (KALMYKOVA, 1991, p. 10). E no problema composto,

a escolha das operações torna-se mais difícil; o estudante deve escolher dois números entre muitos, e combiná-los de determinado modo, deve escolher no contexto os elementos para determinar a primeira operação e as seguintes; isto é, deve dividir o problema em vários problemas, definir as suas possíveis combinações, escolher apenas as que possam servir de base às operações posteriores e dar uma resposta (KALMYKOVA, 1991, p. 10 - 11).

O problema 12 refere-se é um problema composto, porém, simples. Pois para resolvê-lo é necessário apenas com uma operação, a de subtração. O

consideramos composto pelo fato de este apresentar em seu enunciado três valores numéricos e sua resolução incidir na operação de somente dois valores numéricos.

Kalmykova (1991) faz referência também aos problemas de natureza conhecida e problemas novos. Quando o estudante resolve problemas de mesma ordem, consegue distinguir as informações necessárias a resolução, daqueles detalhes pequenos contidos no conteúdo do problema.

Estas relações, isoladas no processo de análise, estão repetidamente ligadas a determinado sistema de operações aritméticas e esta conexão ajuda a encontrar os valores procurados. A base psicológica, neste caso, é a formação de um sistema específico de conexões temporais (reflexos condicionados) que progressivamente se torna mais estável, colocando o aluno em situação de actuar mais facilmente, de modo mais automático; é o que Pavlov chamava um estereótipo dinâmico. Para criar uma capacidade para a resolução dos problemas é necessário formar vários sistemas de conexões temporais ou estereótipo. A solução de problemas de estrutura conhecida baseia-se portanto, na reprodução de conexões precedentes. A solução dos novos problemas pressupõe, em contrapartida, a formação de novas conexões, facto que introduz uma análise muito concreta (KALMYKOVA, 1991, p. 10).

Desse modo, pode-se inferir que, após a apropriação de determinado problema, a partir das capacidades formadas durante a resolução desse problema, desenvolvem-se novas capacidades, outras novas apropriações. Num problema novo, os dados parecem caóticos, para operar com os dados, a fim de obter a resposta esperada, faz-se necessária a análise do enunciado do problema para detectar os elementos essenciais para a resolução do problema.

Buscam-se nos elementos essenciais, regularidades que elucidem as relações entre os dados do problema e o que se pede (KALMYKOVA, 1991). “A análise dos diversos factos e da relação funcional existente entre eles permite descobrir algumas relações entre factos e eleger, para isso, a operação necessária” (KALMYKOVA, 1991, p. 11). Para a autora, somente as sínteses e as operações que direccionam para a resposta esperada são produtivas.

Na presente categoria seleccionamos as respostas que não convergem com o resultado esperado a partir do enunciado do problema. Isso ocorreu por que os estudantes não identificaram os elementos essenciais para a resolução do problema composto (E1 - Ilustração 93 -, E18 – Ilustração 94 -, E19 – Ilustração 95 – e E35 – Ilustração 96).

Ilustração 93 – Problema 12: Resolução por E1

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 5 \\ \hline 7 \end{array} \quad R = \text{Barbara fez 7 contas}$$

Fonte: Respostas dos estudantes

Embora tenha identificado a operação correta, o estudante E1 não operou com os números correspondentes a resolução do problema. Ou seja, fez $12 - 5 = 7$ em vez de $12 - 2 = 10$.

Ilustração 94 – Problema 12: Resolução por E18

fazer. Quantas contas a Barbara fez em 5 minutos?

É possível resolver? *Barbara minutos 24.*

Se a resposta for não, explique o porquê:

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 3 \\ + 2 \\ + 5 \\ \hline 24 \end{array}$$

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

Porque de 12 horas 2 contas.

Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E18 além de não identificar a operação e os números correspondentes, operou com todos os números ($12 + 5 + 2 + 5$) na mesma ordem em que são apresentados no enunciado.

Ilustração 95 – Problema 12: Resolução por E19

$$\begin{array}{r} 12 \\ + 5 \\ + 2 \\ \hline 19 \end{array} \quad \text{Barbara fez 19 contas em 5 minutos}$$

Fonte: Respostas dos estudantes

Ilustração 96 – Problema 12: Resolução por E35

como você pensou para resolver o problema:

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 3 \\ \hline 30 \end{array} \quad \text{Barbara ficou com 30 minutos.}$$

Fonte: Respostas dos estudantes

O estudante E35 revela incoerência entre resposta operacional (60) e textual (30). Não selecionou os elementos essenciais para a resolução do problema, ou seja, operou com os números 12 e 5 e vez de 12 e 2. Além de, também, não realizar a operação adequada à resolução do problema. Desenvolveu a operação de multiplicação em detrimento da operação de subtração.

As respostas apresentadas nessa categoria revelam que os estudantes apenas operam com os números sem identificar os elementos essenciais no contexto do enunciado. Quando o estudante registra operações que não direcionam à resposta, “significa que o estudante realiza uma análise isolada dos vários elementos do problema” (KALMYKOVA, 1991, p.11 grifo nosso). Desse modo, podemos concluir que as respostas dos estudantes, analisadas na presente categoria, foram realizadas sem se considerar a totalidade dos elementos apresentados no enunciado do problema.

Uma das preocupações dos professores e pesquisadores, no cenário nacional e internacional, sobre o Ensino da Matemática, refere-se a efetiva a apropriação dos conceitos. Um dos focos de tal discussão incide na resolução de problemas que “tem ocupado lugar central no currículo de matemática escolar desde a Antiguidade” (ONUCHIC, 1999 p. 199).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) no que se refere aos dados extraídos do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), “os percentuais de acerto por série/grau e por processo cognitivo em Matemática evidenciaram, [...] que as maiores dificuldades são encontradas em questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas” (BRASIL, 1997, p. 21).

A Prova Brasil é estruturada com questões que envolvem resolução de problemas pelos alunos, e, seus resultados também não são satisfatórios em relação ao desempenho do aluno nessa área, conforme expressa o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB).

São vários os fatores que contribuem para o baixo desempenho dos estudantes nas avaliações mencionadas, dentre eles, destaca-se a desconexão entre a linguagem matemática e portuguesa e a falta de habilidade nos cálculos matemáticos (LOPES, PAVANELLO, 2006; LORENSATTI, 2009; MOURA; ROSE; OLIVEIRA, 2010).

Para Lopes e Pavanello (2006, p. 1), a dificuldade em resolver problemas

matemáticos se dá em decorrência “da falta de habilidade em realizar os cálculos necessários (algoritmos)”. Também destacam que muitos alunos “não lêem os problemas com fluência e não respeitam os sinais de pontuação, o que certamente contribui para suas dificuldades em interpretá-los” (LOPES; PAVANELLO, 2006, p. 01).

Já para Lorensatti (2009) falta “diálogo” entre linguagem matemática e língua portuguesa:

Grande parte dos professores da disciplina de Matemática, na Educação Básica, ouve com frequência de seus alunos: ‘O que isto quer dizer?’ ou ‘É de multiplicar ou de dividir?’ referindo-se a um enunciado ou à tentativa de resolução de um problema. Esses mesmos professores dizem: ‘Os alunos não sabem interpretar’ ou ‘Os alunos não sabem o que o problema pede’, ou ainda, ‘Os alunos não sabem Língua Portuguesa, por isso, não conseguem resolver os problemas’ (LORENSATTI, 2009, p. 90).

A relação leitura/escrita também é preocupação de Moura, Rose e Oliveira (2010, p. 5). Estes consideram a “compreensão de enunciados lingüísticos que comportam uma linguagem também matemática” um dos fatores principais para compreensão efetiva da resolução de problemas matemáticos. Segundo esses autores:

Para compreender um problema a pessoa precisa traduzir a linguagem expressa em informações matemáticas e isto requer três tipos de conhecimentos: a) **lingüísticos** [...] (linguagem na qual está redigido o problema. É a compreensão do conteúdo do enunciado expresso na língua materna); b) **semânticos** [...] (caracteriza-se pelo conhecimento dos fatos do mundo, como por exemplo, na questão: lavei todas as rodas de cinco carros. Quantas rodas lavei? Este conhecimento auxilia a compreensão e resolução do problema, à medida que a pessoa completa a informação ao saber o que é carro e que carro tem quatro rodas) e c) **esquemáticos** [...] (informa o leitor sobre qual tipo de problema está resolvendo, ou seja, quais dados são úteis, quais podem ser descartados e quais ações são necessárias para obter a resolução) (MOURA; ROSE; OLIVEIRA, 2010, p. 5 – 7).

Essa também é uma das preocupações do (as) professores (as) entrevistados (as), que lecionaram aos estudantes sujeitos da presente investigação durante os anos iniciais do Ensino Fundamental. Quando questionados (as) sobre quais as maiores dificuldades dos estudantes no processo de aprendizagem de resolução de problemas, obtivemos como respostas: “Eles não se preocupam em ler e interpretar os problemas, querem tudo pronto” (PROFESSOR (a) A); “Muitas vezes

o aluno não lê com atenção os problemas. E a criança deve ser estimulada a confiar na própria capacidade de resolver problemas, encarando os erros como uma forma de aprender novos conceitos” (PROFESSOR (a) B) e “Hoje ainda é a leitura e interpretação, o que faz que muitos fracassem. Falta de curiosidade, interesse em aprender” (PROFESSOR (a) C).

As respostas dos (as) professores (as) nos levaram a pensar algumas questões: Por que os estudantes querem tudo pronto? Por que não lêem com atenção os problemas? Por que há falta de curiosidade e interesse nos estudantes? Respaldados em Davydov, ousamos afirmar que os estudantes querem tudo pronto por que a educação escolar não lhes propôs o desenvolvimento da ação investigativa. Para Davydov, nas palavras de Rosa (2012, p. 70):

se faz necessário, inicialmente, colocar a criança em **ação investigativa**, que contribuirá para desenvolver-lhe a capacidade de estruturar autonomamente e transformar de modo criador sua própria atividade de estudo.

Os estudantes não lêem com atenção os problemas, não têm curiosidade e interesse também por que não foram educados para tal. Ou seja, tais entraves, de acordo Davídov e Markova, nas palavras de Rosa (2012, p. 44) estão relacionados a organização da atividade de estudo.

A organização da atividade de estudo das crianças requer a elaboração e a introdução de novas formas e meios para realizá-la. Não bastam os hábitos culturais gerais de leitura, escrita e cálculo, é necessário, também, prepará-las para um prolongado trabalho de estudo. Isso significa que as crianças precisam obter o indispensável desenvolvimento psíquico geral e uma boa capacidade para estudar. A atividade de estudo não é inata, isto é, as crianças não chegam à escola sabendo estudar, do contrário, isso ocorre mediante um processo de apropriação, previamente organizado. Nesse sentido, Davídov e Markova (1987a) alertam: se nos anos iniciais as crianças desenvolverem a capacidade para estudar e operar com conceitos teóricos, então estarão preparadas para um prolongado trabalho de estudo (Rosa, 2012, p. 44).

Ou seja, a curiosidade, o interesse pelos estudos, a leitura com atenção, entre outros, não são capacidades inatas cabe a educação escolar desenvolvê-las. Para Davidov (1988), a apropriação dessas capacidades pela criança ocorre somente na vida conjunta com os adultos, na comunicação com eles e sob sua direção na atividade conjunta com outras crianças.

Davydov (1982) diz que um dos aspectos fundamentais em relação as

dificuldades de aprendizagem de problemas matemáticos incide nos métodos e nos conteúdos apresentados no currículo escolar.

Certos princípios didáticos, métodos de estruturação das disciplinas e procedimentos metodológicos particulares são fundamentadas sobre a teoria empírica da generalização aceita pela psicologia pedagógica tradicional. Surge a pergunta de como o emprego desta teoria se reflete nos resultados do ensino escolar e nas peculiaridades da atividade mental das crianças que estudam segundo os programas geralmente aceitos (DAVYDOV, 1982, p. 124, tradução nossa).

Mas, qual o conteúdo e os métodos de ensino que prevaleceram durante a formação escolar inicial dos estudantes sujeitos da investigação? Os dados, conforme apresentamos no decorrer do presente capítulo evidenciam que a formação escolar dos estudantes foi fortemente marcada por conteúdos e métodos oriundos da escola tradicional, que promovem o desenvolvimento do pensamento empírico.

De acordo Talízina (1988), a ajuda de pessoas adultas se faz necessária para a apropriação pelas crianças dos sistemas de conceitos. Contudo, antes do período escolar, em que o ensino se dá de forma sistemática, os adultos não realizam o trabalho especificamente direcionado a formação de conceitos pelas crianças. Comumente limitam-se na relação entre o objeto e o termo correspondente (TALÍZINA, 1988). Assim, como resultado, a criança “se apropria dos conceitos mediante ‘as provas e os erros’” (TALÍZINA, 1988, p. 148, tradução nossa). Em alguns casos, orientam-se pelas características não essenciais do objeto. Em outros casos, a orientação ocorre pelas características essenciais, mas, sem a tomada de consciência delas (TALÍZINA, 1988).

Segundo Talízina (1988, p. 148, tradução nossa) a apropriação das características essenciais dos conceitos inconscientemente “não reflete todos os aspectos do modo especificamente humano de aquisição de novos conhecimentos”. Por outro lado, o estudo relativo ao período escolar é diferente daquele realizado no período anterior ao escolar.

Como diz Talízina (1988, p. 148-149, tradução nossa):

O processo de ensino pressupõe a transição do desenvolvimento espontâneo da atividade da criança para atividade orientada e organizada. Os conceitos formados pela criança na escola se caracterizam, na opinião de Vigotski, por que sua apropriação começa com a conscientização das

características essenciais do conceito [...]

Para Vigotski, conforme Talízina (1988) é na conscientização das características essenciais dos conceitos que se concentra o núcleo da efetiva apropriação do conteúdo. É por meio da atividade de estudo organizada predominante na escola, que a criança se orienta, conscientemente, pelas características essenciais do conceito e sintetiza sua definição científica (TALÍZINA, 1988).

Segundo Talízina (1988) o caminho da formação dos conceitos científicos, que começa com a orientação das características essenciais, Vigotski denominou de caminho “de acima para baixo”. O movimento contrário, “de baixo para acima” predomina na formação dos conceitos “vulgares”, ou seja, não científicos.

A formação dos conceitos científicos quando orientada “de acima para baixo”, possibilita à criança, segundo Vigotski, “operar posteriormente de maneira voluntária e consciente com o conceito” (TALÍZINA, 1988, p. 149, tradução nossa). Esse movimento orientado “de acima para baixo”, para o processo de conscientização das características essenciais é objetivado nas proposições davydovianas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analizamos, nesta investigação, as respostas apresentadas por estudantes brasileiros, do sexto ano do Ensino Fundamental, ao resolverem alguns problemas sobre adição e subtração, propostos por Davydov e seus colaboradores para o primeiro ano do Ensino Fundamental.

Porém, não consideramos as resposta em si, mas no seu processo de constituição. Ou seja, investigamos, também, o modo de organização do processo de ensino e aprendizagem vivenciado pelos estudantes, sujeitos da pesquisa, nos anos escolares anteriores. Para tanto, apresentamos um questionário para três professores (as) que foram docentes desses estudantes no período escolar compreendido do primeiro ao quinto ano. Além disso, também analisamos os livros didáticos utilizados anos precedentes e alguns documentos oficiais brasileiros relacionados a educação escolar.

Fundamentamo-nos na Teoria Histórico-Cultural (DAVYDOV, 1982; DAVÍDOV, 1987; DAVIDOV, 1988; KALMYKOVA, 1991; LÚRIA, 1990; TALÍZINA, 1988; VIGOTSKI, 1995; 2001; VYGOTSKY, 1991; 1993).

Estudamos as proposições de Davydov e seus colaboradores para o processo de resolução de problemas relacionados às operações de adição e subtração (ДАВЫДОВ et al, 2012; ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2008). Os autores propõem uma sequência de tarefas para resolução de problemas sobre adição e subtração, para serem desenvolvidas por meio de ações que levam à criança ao desenvolvimento do pensamento teórico. A metodologia de ensino adotada é a investigativa, na qual se leva a criança a pensar dialeticamente, e não linearmente. O estudante, em Davydov, não recebe os conceitos de forma pronta e acabada, mas reconstrói, com auxílio do professor, os conceitos produzidos historicamente pela humanidade. Os conceitos são considerados em sua totalidade nas inter-relações das significações aritméticas, geométricas, algébricas, são inter-relacionadas.

Fundamentamos a análise dos erros dos estudantes com base nas relações de distanciamento entre as proposições davydovianas e àquelas preconizadas pelo ensino tradicional para a resolução de problemas sobre adição e subtração. Para tanto, consideramos três livros didáticos brasileiros para o 1º ano do Ensino Fundamental (GIOVANNI JR., 2011; SANTOS, RIBEIRO e SILVA, 2011;

RODRIGUES; SCALA e CENTURIÓN, 2011). E, também, documentos norteadores do ensino (PCN, 1997; SANTA CATARINA, 1998).

Constatamos um distanciamento entre ambas as proposições de ensino. Os documentos oficiais brasileiros orientam os professores para utilizarem em sala de aula situações do dia-a-dia dos estudantes. Os livros didáticos adotados pelos professores dos estudantes sujeitos da investigação, abordam os conceitos de adição e subtração de forma segmentada (separados). Apresentam um capítulo para cada operação. E não propõem ensino especificamente sobre resolução de problemas, eles aparecem concomitantemente aos demais conteúdos.

No livro didático elaborado por Davydov seus colaboradores, é explícita a diferença de metodologias, pois Davydov propõe desde o início do tratamento das operações, a inter-relação entre ambas.

Os livros didáticos brasileiros considerados nessa investigação apresentam, em alguns problemas, imagens que relacionam diretamente o valor numérico à sua representação quantitativa. Isto é, a representação visual, real do problema proposto, coloca o estudante no movimento de análise empírica do problema.

Os resultados da investigação indicam algumas fragilidades referentes a apropriação dos estudantes sobre resolução de problemas. Pois, estes não conseguem explicar, conceitualmente, as condições que determinam a operação matemática correta para a resolução de problemas e, conseqüentemente, não identificam a operação a ser realizada.

Durante a investigação constatamos que:

- Muitos estudantes não explicitaram as razões pelas quais identificaram a operação realizada. Outros explicaram sem fundamentação teórica. Isto é, as explicações são fundamentas em conceitos empíricos e não conceitos científicos;
- Diante de um problema sem resolução, a maioria dos estudantes atribuiu solução ao problema. Não cogitaram a possibilidade de simplesmente não ser possível resolver;
- A maioria dos estudantes desconhecem a relação entre o nome da operação e o nome do algoritmo, por exemplo, multiplicação e vezes, divisão e chaves;
- Muitos estudantes não identificam os elementos essenciais para

resolução do problema. Como consequência, apenas operam, aleatoriamente, com os números apresentados;

- Constatamos que apenas o resultado numérico correto não é garantia de interpretação correta do problema. Pois, a resposta textual é dada sem relação com a informação solicitada no enunciado.
- Nem sempre os estudantes identificam a operação correspondente ao problema. E quando identificam, às vezes erram no processo resolução do algoritmo;
- A identificação da operação correspondente ao problema não é garantia da elaboração correta do algoritmo e, conseqüentemente, da resolução correspondente ao problema;
- Relacionam termos à operação a ser determinada, por exemplo: a *mais* corresponde à operação de adição. Ou seja, orientam-se por palavras-chave;

Vale ressaltar que, além das fragilidades na apropriação das significações conceituais matemáticas os dados evidenciam, também, problemas referentes a aprendizagem da língua Portuguesa. As respostas são repletas de erros básicos na escrita.

Os dados da investigação também nos permitem afirmar, conforme demonstramos na análise, que os estudantes do sexto ano ainda não desenvolveram o pensamento teórico correspondente ao primeiro ano do Ensino Fundamental previsto pelos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural. Ou seja, explicitam, no processo de resolução de problemas sobre adição e subtração, apenas o pensamento empírico.

Houve um grande esforço por parte dos (as) professores (as) nos anos anteriores de ensinar com situações do dia-a-dia dos estudantes. Tal conduta não contribuiu, conforme manifestaram as respostas dos estudantes, para o desenvolvimento do pensamento teórico. O que ficou foram as situações do dia-a-dia e não os conceitos científicos.

Por outro lado, Davydov e seus colaboradores propõem sim, situações do dia-a-dia, materiais palpáveis, mas que permitam à criança revelar, durante o desenvolvimento das tarefas, as abstrações teóricas e sintetizarem as múltiplas determinações que envolvem um sistema conceitual científico.

Por outro lado, os livros didáticos brasileiros, considerados na presente investigação, limitam-se a apresentar problemas com solução. Não apresentam problemas impossíveis de serem resolvidos; problemas com valores genéricos, representados por meio de letras; problemas a serem elaborados a partir de uma história; ... Enfim, as fragilidades apresentadas pelos estudantes, durante o processo de resolução de problemas sobre adição e subtração, são expressão das fragilidades inerentes as proposições brasileiras de ensino, adotadas pelos (as) professores (as) desses estudantes nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Finalizamos com a seguinte reflexão: As operações são consideradas por todos nós (pesquisadores, professores, pais, estudantes...) como conceitos básicos de matemática a serem apropriados pelo sujeito contemporâneo. Se os estudantes brasileiros do sexto ano do Ensino Fundamental não têm o pensamento teórico suficientemente desenvolvido para resolverem problemas referentes ao primeiro ano escolar de uma proposta cuja referência é os conceitos científicos, quais seriam os resultados obtidos se os problemas fossem extraídos do sexto ano?

REFERÊNCIAS

ALVES, Alvaro M. P. . O método materialista histórico-dialético: alguns apontamentos sobre a subjetividade. **Revista de Psicologia da Unesp**, v. 9, p. 1, 2010. Disponível em: www.assis.unesp.br/revpsico/index.php/revista/article/viewFile/.../214 . Acesso em: 01 de mar. de 2012.

ALVES, Ester de Souza Bitencourt. **Proposições brasileiras e davydovianas: limites e possibilidades**. 2013. 119 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

ASBAHR, Flávia da Silva Ferreira. **“Por que aprender isso, professora?” Sentido pessoal e atividade de estudo na Psicologia Histórico-Cultural**. 2011. 220 f. Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Psicologia). Área de concentração: Psicologia Escolar e do Desenvolvimento Humano - Universidade de São Paulo Instituto de Psicologia, São Paulo.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. 142p.

BRUNELLI, Josiani Barbosa. **Projeto ou atividade de ensino e de aprendizagem? Expressões da implantação da Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina**. 2012. 128 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

CRESTANI, Sandra. **Análise conceitual das proposições de Davydov e seus colaboradores para o ensino do conceito de divisão**. 2013. 69 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

DAMAZIO, A. . **A prática docente do professor de matemática: marcas das concepções do livro didático**. Revemat : Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 1, p. 14-25, 2006.

_____. **Cognição matemática em sala de aula: uma abordagem histórico-cultural**. Educação (UFSM), SANTA MARIA, v. 22, p. 85-108, 1997.

_____. **Educação Matemática e Psicologia: um estudo da abordagem histórico-cultural**. In: XIX EBRAPEM. Curitiba: PR, 2006.

_____. **Elaboração de Conceitos Matemáticos:** Abordagem Histórico-Cultural. In: 29a Reunião Anual - Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, 2006, Caxambu. Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação. Caxambu: Anped, 2006. p. 1-19.

_____. **Ensino de matemática:** uma retrospectiva histórica. Revista de Ciências Humanas (Criciúma), CRICIÚMA, v. 2, p. 73-88, 1996.

_____. **Especificidades Conceituais de Matemática da Atividade Extrativa do Carvão.** 1. ed. Natal: UFRN, 2004. v. 7. 103p

_____. **Formação continuada do professor de matemática:** produções pessoais. Poiésis (Tubarão), v. 01, p. 07-19, 2008.

_____. **O Desenvolvimento de conceitos matemáticos no contexto do processo extrativo de carvão.** Florianópolis: UFSC, 2000. Tese de Doutorado.

_____. **O Processo de Elaboração do Conceito de Potenciação de Números Fracionários:** uma abordagem histórico-cultural. Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 24, p. 219-243, 2011.

_____. **Reflexões sobre a prática docente do professor de matemática.** Revista de Ciências Humanas (Florianópolis), CRICIÚMA, v. 1, p. 57-83, 1995.

DAMAZIO, A.; ROSA, J. E.; EUZÉBIO, J. S. O ensino do conceito de número em diferentes perspectivas. **Educação Matemática Investigação**, v. v. 14, p. 209-231, 2012

DANTE, Luiz Roberto. **Formulação e resolução de problemas de matemática:** teoria e prática. São Paulo: Ática, 2010. 192p. il.

DAVYDOV, V. V.. **Problemas do ensino desenvolvimental:** A experiência da pesquisa teórica e experimental na psicologia. Trad. de José Carlos Libâneo. Educação soviética, Nº 8, Agosto, 1988.

_____. **Tipos de generalización en la enseñanza.** Habana: EditorialPueblo y Educación, 1982.

DAVIDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico: investigación teórica y experimental.** Trad. Marta Shuare Moscú: Editorial Progreso, 1988.

DAVÍDOV, V. V. **Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo.** In: SHUARE, M. La psicología Evolutiva y pedagógica en la URSS. Moscú: Progreso, p. 143-155, 1987.

DUARTE, N. A anatomia do homem é a chave da anatomia do macaco: a dialética em Vigotski e em Marx e a questão do saber objetivo na educação escolar. Caderno Cedes. v. 21, n. 71, jul. 2000. Disponível em: <http://www.scielo.br>. Acesso em: 28 março 2012.

EUZÉBIO, Juliana da Silva. **Ensino do conceito de número: Proposta de ensino Davydov e as proposições tradicionais.** 2011. 64f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Pedagogia) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

FIORENTINI, D. . **Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil.** Zetetike (UNICAMP), Campinas, SP, v. 3, n. 2, p. 1-36, 1995.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 2 ed. Campinas, SP: Autores associados, 2007, 228p.

GIOVANNI JR, José Ruy. **A Conquista da Matemática – Alfabetização Matemática** 1º ano. Editora: FTD, 2011.

JARDINETTI. José Roberto Boettger. Abstrato e o Concreto no Ensino da Matemática: algumas reflexões. **Bolema**, ano 11, nº 12, p. 45 a 57, 1996.

KALMYKOVA, Z. I. **Pressupostos psicológicos para uma melhor aprendizagem da resolução de problemas aritméticos.** In: LÚRIA; LEONTIEV, VYGOTSKI, et al. Pedagogia e Psicologia II. Lisboa: Estampa, p. 9 - 26,1991.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento.** Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LAJOLO, Marisa. LIVRO DIDÁTICO: um (quase) manual de usuário. **Em aberto**, Brasília, ano 16, n. 69, p. 3 – 9, jan./mar. 1996.

LOPES, Ednaira Sílvia; PAVANELLO, Regina Maria. **Linguagem e matemática na resolução de problemas**. In: Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática, 10, 2006, Belo Horizonte. Anais do X EBRAPEM. Belo Horizonte: UFMG/Programa de Pós-graduação em Educação/Faculdade de Educação, 2006. v. 1. p. 1-10.

LORENSATTI, E. J. C. . **Linguagem Matemática e Língua portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos**. Conjectura: filosofia e educação (UCB), v. 14, p. 7-155, 2009.

LURIA, Alexander Romanovich. Raciocínio e solução de problemas. In:_____. **Desenvolvimento Cognitivo: seus fundamentos culturais e sociais**. Tradução de: Fernando Limongeli Gurgueira. 4ª edição. São Paulo: Ícone, 1990. p. 157.

MACHADO, Nilson José. **SOBRE LIVROS DIDÁTICOS: quatro pontos**. **Em aberto**, Brasília, ano 16, n. 69, p. 30 – 38, jan./mar. 1996.

MADEIRA, Silvana Cidadin. **“Prática”**: Uma leitura Histórico-Crítica e proposições davydovianas para o conceito de multiplicação. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

MARTINELLI, Telma A. P.; LOPES, Solange M. A. . Vasili v. Davidov: a concepção materialista histórica e dialética como método de análise da psicologia contemporânea. **Cadernos da Pedagogia**, v. 01, 2009. Disponível em: www.cadernosdapedagogia.ufscar.br/index.php/cp/article/view/.../72 . Acesso em 03 de nov de 2011.

MARZZITELLI, E. V Encontro Brasileiro de Educação e Marxismo. Marxismo, Educação e Emancipação humana. In: **Conhecendo o materialismo histórico e o marxismo: conhecendo Marx**. Florianópolis, SC, 2011.

MINUZZI, Itajana; CAMARGO, Mariza. **O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas**. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10, 2009, Ijuí. Anais do X EGEM. Ijuí: UNIJUÍ, 2009. Disponível em: www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/RE/RE_07.pdf. Acesso em: 03 maio. 2011.

MOURA, G. R. S. ; ROSE, J. C. C.; OLIVEIRA, L.G.F. de. **Crianças com dificuldades em resolução de problemas matemáticos**: avaliação de um programa de intervenção. Travessias (UNIOESTE. Online), v. 4, p. 1-21, 2010.

OLIVEIRA, Martha Kohl de. **Vygotsky**: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico. Pensamento e ação no magistério. 4 ed. São Paulo: Scipione, 1997. 111p.

ONUCHIC, L. R. . **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de Problemas**. In: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. (Org.). Perspectivas em Educação Matemática. São Paulo: Editora da UNESP, 1999, v. único, p. 199-218.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Tradução de: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978. 196 p. 31 ilustr.

REGO, Teresa Cristina. **Vygotsky**: uma perspectiva histórico-cultural da educação. 4 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995. 138 p.

RODRIGUES, Arnaldo; SCALA, Junia La; CENTURIÓN, Marília. Porta Aberta – Alfabetização Matemática 1º ano. Editora: FTD, 2011

ROSA, Josélia Euzébio da. **O desenvolvimento de conceitos na proposta curricular de matemática do Estado de Santa Catarina e na abordagem Histórico-Cultural**. 2006. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

ROSA, J. E. **Proposições de Davydov para o ensino de Matemática no primeiro ano escolar: inter-relações dos sistemas de sistema de significações numéricas**. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal do Paraná, 2012, 244 f.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação e do Desporto. **Proposta Curricular de Santa Catarina**. Florianópolis: GOGEM, 1998.

SANTOS, Fábio Vieira dos; RIBEIRO, Jackson da Silva; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da. **A Escola é Nossa** Alfabetização Matemática 1º ano. Editora: Scipione, 2011

SAVIANI, D. **Pedagogia histórico-crítica**. Campinas, SP: Autores Associados, 2003.

SILVA, Ezequiel Theodoro da. LIVRO DIDÁTICO: do ritual de passagem à ultrapassagem. **Em aberto**, Brasília, ano 16, n. 69, p. 11 – 15, jan./mar. 1996.

TALIZINA, N. F. **Psicologia de la enseñanza**. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

TULESKI, Silvana Calvo. **A Unidade Dialética entre Corpo e Mente na Obra de A. R. Luria**: Implicações para a Educação Escolar e para a Compreensão dos Problemas de Escolarização. 2007. 363 f. Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação em Educação Escolar). Área de concentração: Epistemologia do Trabalho Educativo - Universidade Estadual Paulista Faculdade de Ciências e Letras de Araraquara, Araraquara.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução de: Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

_____. **A formação social da mente**. Trad. de Neto J. C. et al. São Paulo: Martins Fontes, 2003. p.1991.

_____. **Obras Escogidas III**: Incluye Problemas del Desarrollo de la Psique. Madrid: Visor Distribuciones, 1995.

_____. **Pensamento e linguagem**. Tradução de Jefferson Luiz Camargo; revisão técnica de José Cipolla Neto. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

WIELEWSKI, Gladys Denise. Aspectos do pensamento matemático na resolução de problemas: uma apresentação contextualizada da obra de Krutetskii. 2005. 407 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

ГОРБОВ С. Ф.; МИКУЛИНА Г. Г.; САВЕЛЬЕВА О. В. **Обучение математике. 1 класс: Пособие для учителей начальной школы** (Система Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова). 2-е ида, перераб. - М.:ВИТА-ПРЕССб 2008. 128р. [GORBOV, S.F.; MIKULINA, G.G.; SAVIELIEV, O.V. **Ensino de Matemática. 1 ano: livro do professor do ensino fundamental** (Sistema do D.B. Elkonin – V.V. Davidov). 2ª edição redigida, Moscou, Vita-Press, 2008.]

ДАВЫДОВ, В. В. О. et al. **Математика, 1-Класс**. Москва: Мнрос - Аргус, 2012. [Davidov, V.V. **Matemática, 1ª série**. Livro didático e de exercícios para os estudantes da primeira série. Moscou: MIROS, Argus, 2012.

APÊNDICE (S)

APÊNDICE A – Termo de consentimento para professores (as) e dirigentes

**UNIVERSIDADE DO EXTREMO SUL CATARINENSE
LABORATÓRIO DE ESTUDOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PROF. DR.
ADEMIR DAMAZIO
GRUPO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA
ABORDAGEM HISTÓRICO-CULTURAL – GPEMAHC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO LATU SENSO EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

**TERMO DE CONSENTIMENTO PARA PROFESSORES (AS) E
DIRIGENTES**

Intitulado **Resolução de Problemas davydovianos sobre Adição e Subtração por estudantes brasileiros do sexto ano do Ensino Fundamental.**

Esta pesquisa refere-se à Monografia para conclusão da especialização Educação Matemática de UNESC. A partir das respostas apresentadas pelas (os) professoras (es), sobre o tema apresentado anteriormente, acarretando assim, em coletar dados e informações a cerca das estratégias utilizada pelas (os) mesmas (os) no que se refere ao tema da pesquisa.

As informações obtidas por esta pesquisa, bem como os dados e resultados individuais estarão sempre em caráter confidencial ético, não sendo identificados quaisquer nomes de participantes, utilizando-se para isso, de códigos. Tais informações serão expressas restritamente para fins desta pesquisa e possíveis publicações de artigos científicos.

A pesquisadora responsável é a pós-graduanda Cristina Felipe de Matos, integrante do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma Abordagem Histórico-Cultural – GPEMAHC, matriculada no programa de Pós-Graduação (*latu senso*) em Educação Matemática, da Universidade do Extremo Sul Catarinense, sob a orientação da professora Dr. Josélia Euzébio da Rosa, co-orientação do professor Dr. Ademir Damazio. O pesquisador compromete-se a elucidar quaisquer dúvidas sobre os assuntos relacionados com esta pesquisa que o/a participante venha a ter, através do contato pelo telefone (48) 9167-7469.

Concordo em participar, bem como autorizo a análise e divulgação de registros coletados na formação continuada de professores da rede Municipal de Criciúma. O líder do referido grupo é o Professor Dr. Ademir Damazio, que poderá

ser contatado pelo Tel: (48) 3431-2586.

Data: __/__/_____

Nome por extenso:_____

Assinatura:_____

APÊNDICE B – Termo de consentimento para responsável do estudante investigado

**UNIVERSIDADE DO EXTREMO SUL CATARINENSE
LABORATÓRIO DE ESTUDOS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PROF. DR.
ADEMIR DAMAZIO
GRUPO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UMA
ABORDAGEM HISTÓRICO-CULTURAL – GPEMAHC
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO LATU SENSO EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA**

**TERMO DE CONSENTIMENTO PARA RESPONSÁVEL DO ESTUDANTE
INVESTIGADO**

Intitulado **Resolução de Problemas davydovianos sobre Adição e Subtração por estudantes brasileiros do sexto ano do Ensino Fundamental.**

Esta pesquisa refere-se à Monografia para conclusão da especialização Educação Matemática da UNESC. A partir das respostas apresentadas pelas (os) estudantes, na resolução dos problemas, sobre o tema apresentado anteriormente, acarretando assim, em coletar dados e informações a cerca das estratégias utilizada pelas (os) mesmas (os) no que se refere ao tema da pesquisa.

As informações obtidas por esta pesquisa, bem como os dados e resultados individuais estarão sempre em caráter confidencial ético, não sendo identificados quaisquer nomes de participantes, utilizando-se para isso, de códigos. Tais informações serão expressas restritamente para fins desta pesquisa e possíveis publicações de artigos científicos.

A pesquisadora responsável é a pós-graduanda Cristina Felipe de Matos, integrante do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma Abordagem Histórico-Cultural – GPEMAHC, matriculada no programa de Pós-Graduação (*latu senso*) em Educação Matemática, da Universidade do Extremo Sul Catarinense, sob a orientação da professora Dr. Josélia Euzébio da Rosa, co-orientação do professor Dr. Ademir Damazio. O líder do referido grupo é o Professor Dr. Ademir Damazio, que poderá ser contatado pelo Tel: (48) 3431-2586.

A pesquisadora compromete-se a elucidar quaisquer dúvidas sobre os assuntos relacionados com esta pesquisa que o/a participante venha a ter, através do contato pelo telefone (48) 9167-7469. Autorizo a análise e divulgação de registros coletados na formação continuada de professores e para devidos fins. Após ter sido

informado/a de todos os aspectos da pesquisa, eu
_____, identidade n.º _____
declaro para os devidos fins que cedo os direitos da participação do pesquisado em
que sou responsável:_____.

Participante da pesquisa

_____,/..... de 2012.

Responsável pelo participante

APÊNDICE C – Questionário proposto aos professores (as)**Tema: Resolução de problemas de adição e subtração em um contexto educacional brasileiro e suas relações com a Teoria Histórico-Cultural**

Professora _____

1. Formação:
2. Anos de experiência:
3. Há quantos anos você trabalha nessa escola em quais anos/séries.
/Quantos anos você trabalhou na escola xxx e em quais anos/séries?
4. Quais os conteúdos/conceitos matemáticos você considera que deve ser ensinado em cada ano/série?
5. Quais os materiais didáticos que considera que mais contribuem para a aprendizagem de matemática dos seus alunos?
6. Quais os livros didáticos que você utiliza?
7. Quais as outras fontes que você utiliza para preparar suas aulas de matemática?
8. Você tem produções próprias, de anos anteriores, que contribuem para o planejamento de suas aulas?
9. O que você acha de relacionar a matemática à situações do dia-a-dia como estratégia de ensino?
10. O que você ensina de aritmética, álgebra e geometria?
11. Como você ensina seus alunos a resolverem problemas matemáticos?
12. Quais as maiores dificuldades dos alunos no processo no processo de aprendizagem de resolução de problemas?
13. Qual a sua opinião em relação ao atual ensino de resolução de problemas?
14. O que você sugere para repensarmos o ensino de resolução de problemas?
15. Você considera importante que as crianças aprendam a resolver problemas? Para que?

ANEXOS (S)

ANEXO A – Problemas davydovianos sobre adição e subtração apresentados aos estudantes

PROBLEMAS SOBRE AS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

1. Uma dona de casa tinha 7 quilos de frutas na caixa e mais 5 na cesta. Ela resolveu fazer o doce, para isso, é preciso comprar a mesma quantidade de açúcar. Quantos quilos de frutas no total a dona tem?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

2. Sacha tem 6 figurinhas, já a Maria tem 5 figurinhas a mais. Quantas figurinhas Maria têm?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

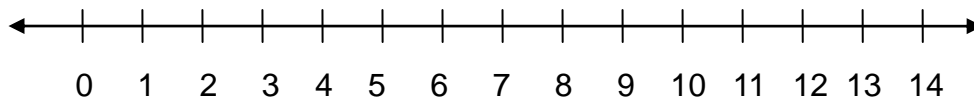
3. Vera colheu 7 morangos, já a Katya colheu 3 morangos a menos. Quantos morangos a Katya colheu?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou **e** escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

4. Procure na reta numeral:



a) Qual o número que precisa ser acrescentado 3 unidades para chegar a 9?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou **e** escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

b)Qual número que diminuído 4 unidades resulta em 5?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

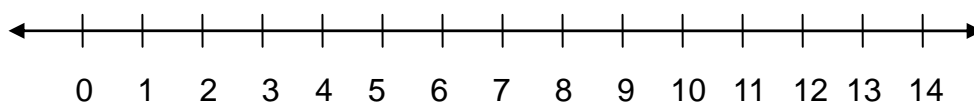
c)Quanto fica ao diminuirmos 6 de 6?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

5. Procure na reta numeral:



a)A irmã tem 5 anos e o irmão tem 9. Quantos anos o irmão é mais velho que a irmã?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou **e** escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

b) Marco tem 10 anos, a sua irmã é 3 anos mais nova que ele. Quantos anos têm a irmã?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou **e** escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

6. Júlia tinha 5 maçãs, Sílvia tinha 4 maçãs. Quantas maçãs tinha Vitor?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou **e** escreva

com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

7. Aninha tinha 5 balões, ganhou mais 2. Com quantos balões ela ficou?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

8. Os estudantes plantaram no parque araucárias e ipês, 45 mudas no total. Os ipês eram 16. Quantas araucárias foram plantadas?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

9. Construíram 8 andares do prédio, faltam ainda 3. Quantos andares vai ter este prédio?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

10. Se o Jaime der 5 figurinhas para o amigo, ele ficará com 11 figurinhas. Quantas figurinhas o Jaime tem agora?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

11. Saíram a passageiros do avião, ficaram ainda k passageiros. Quantas pessoas estavam no avião inicialmente?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

12. Barbara tinha 12 contas para fazer. Passado 5 minutos sobrou apenas 2 contas para fazer. Quantas contas a Barbara fez em 5 minutos?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

13. Mamãe comprou as maçãs e as peras – n unidades no total. Tinha b maçãs, quantas peras a mamãe comprou?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:

14. Estavam brincando num banco 4 meninas e 3 meninos. Na hora do almoço todas as 7 crianças foram para casa. Quantas crianças estavam brincando antes do almoço?

É possível resolver? _____

Se a resposta for não, explique o porquê: _____

Se a resposta for sim, como resolver? Registre o cálculo que você utilizou e escreva com suas palavras como você pensou para resolver o problema:
