UNIVERSIDADE DO EXTREMO SUL CATARINENSE - UNESC
PÓS-GRADUAÇÃO ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ESTER DE SOUZA BITENCOURT ALVES

PROPOSIÇÕES BRASILEIRAS E DAVYDOVIANAS: LIMITES E POSSIBILIDADES

CRICIÚMA
2013

ESTER DE SOUZA BITENCOURT ALVES

PROPOSIÇÕES BRASILEIRAS E DAVYDOVIANAS: LIMITES E POSSIBILIDADES

Monografia apresentada ao setor de Pós-graduação da Universidade do Extremo Sul Catarinense- UNESC, para a obtenção do título de especialista em Educação Matemática.

Orientador(a): Profª. Drª. Josélia Euzébio Da Rosa e co-orientação do Prof. Dr. Ademir Damazio.

CRICIÚMA

2013

Para Robson, meu esposo e prof[a]. Josélia.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me conceder a alegria de conhecer a minha querida orientadora Josélia e juntamente com ela realizar esta investigação.

Ao meu esposo Robson, pelo companheirismo e apoio durante toda a trajetória que percorri, desde a graduação.

Ao professor Dr. Ademir Damazio, e a todos os integrantes do GPEMAHC, em especial, as meninas da Pós: Cris, Gi, Josi e Sandra.

Aos meus pais Luiz e Mirian.

Ao FUMDES (Fundo de Apoio à Manutenção e ao Desenvolvimento da Educação Superior) pelo apoio financeiro.

“A matemática é essencialmente uma ciência que se ocupa das propriedades abstratas e generalizadas dos objetos e das suas relações”

Krutetsky

RESUMO

O objeto de estudo, na presente investigação consiste no movimento conceitual apresentado em duas proposições para o ensino das operações de adição e subtração. Uma abordada em dois livros didáticos de Matemática mais utilizados por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental das escolas públicas do município de Criciúma. E outra proposta por Davydov e seus colaboradores, são estudiosos da Teoria Histórico-Cultural. Iniciamos a investigação com a apresentação do projeto juntamente com o termo de consentimento à pessoa responsável pelo setor de livros didáticos da Prefeitura Municipal de Criciúma. Consentida a investigação pelos órgãos oficiais, encaminhamos os questionários às 57 escolas municipais com a seguinte pergunta: Quais os livros didáticos de matemática mais utilizados pelos professores nos dois primeiros anos do Ensino Fundamental? Realizamos o mesmo levantamento nas escolas da rede estadual. Fomos até a GERED (Gerência Regional de Educação), e apresentamos o projeto à pessoa responsável pelo setor de livros didáticos do Estado. Concedida a realização da investigação, foi-nos fornecido o endereço de 45 escolas públicas estaduais que oferecem o Ensino Fundamental I. Fomos, pessoalmente, em cada uma dessas escolas aplicar o mesmo questionário. Ao todo, dentre as escolas da rede estadual e a rede municipal, participaram 71 escolas. O objetivo, na presente investigação foi identificar as relações de distanciamentos entre as proposições davydovianas e as proposições tradicionais para o ensino das operações de adição e subtração e as possibilidades de superação das últimas. Procedemos análise da essência das tarefas davydovianas para o ensino de adição e subtração em detrimento da aparência. À primeira vista, as “atividades” brasileiras apresentavam relações de aproximações com as tarefas davydovianas. Ao analisarmos a essência de ambas as proposições, detectamos alguns distanciamentos e contradições. Os livros didáticos brasileiros para o primeiro e segundo ano do Ensino Fundamental se limitam as operações de adição e subtração com números naturais. E propõem métodos de resolução arcaicos, se considerarmos o estágio de desenvolvimento da Matemática atual. Por outro lado, as tarefas davydovianas são abordadas de forma interconectada. Ou seja, constituem um sistema de tarefas que envolvem as significações teóricas das operações de adição e subtração no contexto geométrico, aritmético e algébrico. Em síntese, as proposições brasileiras analisadas, apresentam unicamente distanciamentos quando comparadas às proposições davydovianas. A proposição tradicional sugere o desenvolvimento dos conceitos empíricos enquanto a davydoviana contempla a dimensão teórica dos conceitos.

Palavras-chave: Teoria Histórico-Cultural. Proposições davydovianas. Proposições brasileiras. Adição. Subtração.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

GERED Gerência Regional de Educação

GPEMAHC Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma Abordagem Histórico-Cultural

IDEB Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

OCN's Orientações Curriculares Nacionais

PNLD Programa Nacional de Livro Didático

PISA Programme for International Student Assessment - Programa Internacional de Avaliação de Alunos

UNESC Universidade do Extremo Sul Catarinense

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Na Universidade do Extremo Sul Catarinense- UNESC, durante o curso de Licenciatura em Educação Matemática, estudamos sobre a teoria Histórico-Cultural. Teoria adotada pela Proposta Curricular de Santa Catarina (SANTA CATARINA, 1991, 1998, 2000, 2005) e pelo município de Criciúma (CRICIÚMA, CRICIÚMA, 2008). Houve de nossa parte, interesse de aprofundar os conhecimentos para melhor compreender a referida teoria com foco na Educação Matemática.

A proposta Curricular da rede Estadual de Educação do Estado de Santa Catarina fundamenta-se, desde 1991, na Teoria Histórico-Cultural (ROSA, 2006; BRUNELLI, 2012). Porém, vinte e dois anos depois, ainda não há clareza sobre a operacionalização de seus pressupostos no processo de ensino e aprendizagem (ROSA, 2012).

O intuito foi de contribuir com a Educação Matemática escolar com base nas orientações curriculares das escolas públicas do município de Criciúma, tanto da rede municipal, quanto da estadual. Para tanto, fundamentamo-nos em Davydov (Давыдов), seguidor de Vygotski. Davydov muito contribuiu para a produção de uma Educação Matemática escolar fundamentada na Teoria Histórico-Cultural. Sua principal contribuição consiste na elaboração de proposições para o ensino de Matemática publicadas, em coautoria com seus colaboradores, tais como Gorbov (Горбов), Mikulina (Микулина) e Savieliev (Савельева), em forma de livros didáticos (ДАВЫДОВ, et al., 2012) e de orientações metodológicas ao professor (ГОРБОВ, МИКУЛИНА е САВЕЛЬЕВА, 2009).

Vasili Vasilievich Davydov, de origem russa, nasceu em 1930 e morreu em 1998. Membro da Academia de Ciências Pedagógicas, doutor em psicologia, foi professor universitário. Pertenceu a terceira geração de psicólogos russos soviéticos, desde os trabalhos da equipe inicial de Vigotsky (LIBÂNEO, 2004).

Na presente investigação, refletimos sobre as especificidades dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural no confronto com àquelas apresentadas nos dois livros didáticos mais utilizados nas escolas públicas do município de Criciúma. Sabe-se de antemão, conforme as investigações realizadas pelo Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma abordagem Histórico-Cultural (GPEMAHC), que não há proposições brasileiras fundamentadas na Teoria Histórico-Cultural[1]. Portanto, o problema de investigação foi voltado às relações de distanciamento entre ambas. No que se refere à Teoria Histórico-Cultural, consideramos o livro didático de Davydov e seus colaboradores (ДАВЫДОВ, et al., 2012), originalmente em russo, foi traduzido por Elvira Kim, por solicitação do GPEMAHC. Porém, ainda não foi publicado.

A finalidade da investigação consiste em compreender a objetivação dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural no ensino. Para subsidiar o debate educacional no que tange as especificidades da mesma no confronto com as perspectivas subjacentes as proposições dos livros didáticos mais adotados no Município de Criciúma. Vale ressaltar que no referido município, tanto as escolas da rede estadual quanto da rede municipal tem suas propostas curriculares fundamentadas na referida teoria.

[1] (ROSA, 2006; BRUNELLI, 2012; EUZÉBIO, 2011; ROSA, SOARES, DAMAZIO, 2011; ROSA, 2012; ROSA, DAMAZIO, 2012; DAMAZIO, ROSA, EUZÉBIO, 2012; DAMAZIO, et all, 2012; MADEIRA, 2012)

Em nossa experiência no contexto escolar, percebemos que o livro didático é um dos recursos mais presentes em sala de aula. Consta nas Orientações Curriculares Nacionais (OCN's) que

> [...] o livro didático vem assumindo, há algum tempo, o papel de única referência sobre o saber a ser ensinado, gerando, muitas vezes, a concepção de que 'o mais importante no ensino da matemática na escola é trabalhar o livro de capa a capa' (BRASIL, 2006, p. 86).

Porém, como afirmam Imenes e Lellis (1997, p. 15) os "livros didáticos são instrumentos para ensino e aprendizagem e não camisas-de-força para limitar a criatividade de professores e alunos".

No Brasil, o PNLD (Programa Nacional de Livro Didático) transformou-se no maior programa de livro didático do mundo, devido aos investimentos realizados pelas políticas públicas. O PNLD foi criado em 1985, porém em 1996 passou a instituir no processo de seleção prévia, para a aquisição dos livros didáticos do PNLD de1997.

> [...] A partir de 1996, o governo federal, por intermédio de uma equipe formada pelo Ministério da Educação, passou a avaliar os livros didáticos, ao menos aqueles encaminhados pelas editoras. Isso acabaria por constituir um novo grupo de leitores – o dos avaliadores −, reduzidíssimo em número, mas altamente poderoso, na medida em que é capaz de influir sobre a aquisição, pelo governo, de livros didáticos, numa operação comercial que envolve dezenas de milhões de exemplares. Como esse seleto grupo lê o livro didático? Cabe também indagar se as editoras redefiniram – e como – as estratégias para tentar assegurar que seus produtos sejam aprovados por esses leitores (SANTOS, 2007, p. 31).

Mesmo avaliado por uma equipe formada pelo Ministério da Educação para melhorar sua qualidade, o livro didático é um objeto causador de polêmicas e críticas de vários setores. Como diz Ferreira (2005, p. 33) "o ensino de matemática sugerido nos livros didáticos e propostas curriculares, carece de movimento".

A educação Matemática brasileira apresenta muitas fragilidades no processo de ensino e aprendizagem, conforme comprovam os resultados das avaliações atuais (PISA, Prova Brasil, entre outros). A Proposta Curricular de Santa Catarina (SANTA CATARINA, 1998, p. 105) afirma que:

> A Matemática ainda é vista somente como uma ciência exata – pronta e acabada, cujo ensino e aprendizagem se dão pela memorização ou por repetição mecânica de exercícios de fixação, privilegiando o uso de regras e 'macetes'. [...] a Matemática é entendida apenas como ferramenta para a resolução de problemas ou como necessária para assegurar a continuidade linear do processo de escolarização, não contemplando a multiplicidade de fatores necessários ao desenvolvimento de uma efetiva educação Matemática.

Com tais características presentes no ensino da Matemática, que não condizem com a Teoria proposta pelo Estado para fundamentar a Educação escolar, fica explícita a necessidade de se adotar outra metodologia de ensino com outros conteúdos que assegurem a aprendizagem dos estudantes. Como diz Davydov (1982) não basta o professor aprender a matemática da forma como está organizada hoje nas propostas de ensino, e nem as metodologias de ensino vigentes. É necessário repensar e transformar tanto os métodos quanto o conteúdo de ensino.

Conforme já mencionamos, Davydov e seus colaboradores, Gorbov, Mikulina e Savieliev desenvolveram uma proposta para o ensino de matemática que se orienta pelos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural. O foco, na referida proposta, é

> [...] formar nas crianças representações materialistas firmes, para produzir nelas o pensamento independente e melhorar significativamente a formação artística e estética; elevar o nível ideológico e teórico do processo de ensino e educação, expor com precisão os principais conceitos e as ideias básicas das disciplinas escolares; erradicar quaisquer manifestações de formalismo no conteúdo e métodos de ensino e no trabalho de formação e aplicar amplamente as formas e métodos ativos de ensino, etc. (DAVÍDOV, 1988, p. 170-171).

Para o referido autor, a educação escolar deve ter como objetivo principal o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes por meio da apropriação dos conceitos científicos. Davydov (1982) propõe que o ensino seja organizado para propiciar a generalização teórica. E "opõe-se à estrutura da educação de sua época (e cultura) cuja ênfase se dava na busca mecânica de resultados matemáticos" (FERREIRA, 2005, p. 25). A premissa básica davydoviana (1982) é a de que o melhor ensino é aquele que promove o desenvolvimento do pensamento teórico nos estudantes, o que requer métodos e metodologias de ensino adequados.

Nessa perspectiva teórica, o ensino qualificado é aquele que auxilia o aluno evoluir por meio da apropriação dos conhecimentos científicos, historicamente acumulados. Ou seja, o bom ensino é o que se adianta ao desenvolvimento (VYGOTSKY, 1998).

> Na base do pensamento de Davydov está a idéia mestra de Vygotsky de que a aprendizagem e o ensino são formas universais de desenvolvimento mental. O ensino propicia a apropriação da cultura e o desenvolvimento do pensamento, dois processos articulados entre si, formando uma unidade (LIBÂNEO, 2004).

Para Davídov (1988, p. 175):

> Ao iniciar o domínio de qualquer matéria curricular, os alunos, com a ajuda dos professores, analisam o conteúdo do material curricular e identificam nele a relação universal principal e, ao mesmo tempo, descobrem que esta relação se manifesta em muitas outras relações particulares encontradas nesse determinado material. Ao registrar, por meio de alguma forma referencial, a relação universal principal identificada, os alunos constroem, com isso, uma abstração substancial do assunto estudado. Continuando a análise do material curricular, eles detectam a vinculação regular dessa relação principal com suas diversas manifestações obtendo, assim, uma generalização substancial do assunto estudado.

Em comunhão com Davydov, Libâneo (2004, p. 5) defende que a "educação tem a missão de ajudar os alunos a se constituírem como sujeitos pensantes e críticos, capazes de pensar e lidar com conceitos, argumentar, resolver problemas, diante de dilemas e problemas da vida prática".

> A tarefa da escola contemporânea consiste em ensinar os alunos a orientarem-se *independentemente* na informação científica e em qualquer outra, ensiná-los a *pensar,* mediante um ensino que impulsione o desenvolvimento mental (DAVYDOV, 1988, p. 3 – grifo do autor).

Para repensar o sistema de ensino escolar, segundo Cunha (2009), é necessário compreender as questões pedagógicas da inter-relação entre os conceitos conhecimento, pensamento e ensino.

> Os problemas do ensino e da educação estão relacionados com a fundamentação da estruturação das disciplinas escolares. O conteúdo destas e os meios para entendê-las no processo didático-educativo, determinam, essencialmente, o tipo de consciência e de pensamento que se forma nos escolares durante a apropriação dos correspondentes conhecimentos, atitudes e hábitos (DAVYDOV, 1988, p.1).

No Brasil, desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, os conteúdos e os métodos de ensino são organizados a partir do método tradicional (ROSA, 2006; BRUNELLI, 2012; EUZÉBIO, 2011; ROSA, SOARES, DAMAZIO, 2011; ROSA, 2012; ROSA, DAMAZIO, 2012; DAMAZIO, ROSA, EUZÉBIO, 2012; DAMAZIO, et al, 2012; MADEIRA, 2012). Tal conduta, segundo Davydov (1982) obstaculiza o desenvolvimento do pensamento teórico, ao qual deveria estar voltada para a educação escolar.

Este cenário nos remeteu ao seguinte questionamento: Quais são os distanciamentos entre as proposições davydovianas e as proposições tradicionais para o ensino das operações de adição e subtração no Ensino Fundamental? Há possibilidades de superação das proposições tradicionais?

Tal constatação levou-nos a elaborar o seguinte o objetivo: Investigar as relações de distanciamentos entre as proposições davydovianas e as proposições tradicionais para o ensino das operações de adição e subtração, e as possibilidades de superação das últimas.

Fundamentamos a presente investigação na Teoria Histórico-Cultural. Para tanto, foi imprescindível compreender seu respectivo método de investigação, o Materialismo Histórico-Dialético, elaborado por Karl Marx com base nos princípios da lógica dialética de Hegel.

A lógica dialética, na teoria marxista, incorpora a lógica formal por superação, cujo produto necessita de uma profunda compreensão do que é oposição e contradição de forma interconectada (KOPNIN, 1978). Este é um dos principais preceitos da lógica dialética, o qual é chamado unidade dos contrários. Desse modo, despreza-se a ideia da lógica formal, na qual oposição e contradição são concebidas como opostos, confrontados apenas no plano externo (MARTINS, 2006).

Pautada nos pressupostos marxistas, a lógica dialética concebe o conhecimento como um infinito processo de idas e vindas com base na historicidade e na materialidade, ou até mesmo pela possibilidade de transformação (MARZZITELLI, 2011). Segundo Kopnin (1978, p. 182), “o pensamento deve refletir o objeto com todas as suas contradições internas”.

Na unidade indissolúvel dos opostos, se “determina saber o *objetivo como subjetivo*, o *externo como interno*, o *individual como social*, o *qualitativo como quantitativo* etc.”. (MARTINS, 2006, p. 9 – grifo do autor). Desse modo, todo fenômeno constitui uma unidade composta por contrários. Se não houvesse a unidade dos contrários a humanidade estaria estacionada. Ou seja, não existiria o desenvolvimento que inicialmente surgiu na atividade prática.

> A prática é o critério que permite distinguir no pensamento as contradições dialéticas, as objetivas das subjetivas, que não refletem as contradições nos objetos. Só da atividade prática, o homem estabelece o caráter das contradições no pensamento, afasta aquelas que não levam o pensamento à aquisição da verdade objetiva, e mantém e desenvolve aquelas que expressam a dialética objetiva (KOPNIN, 1978, p. 182).

Marx e Engels (1980) dizem que por meio da atividade o homem se apropria do mundo material. E ao apropriar-se transforma a si e a natureza. A realidade é modelada e transformada por meio da atividade humana. Essa, por sua vez, segundo Leontiev (1978), proporciona ao homem a passagem à vida em sociedade, e modifica a própria natureza humana.

Para Marx (1983), a atividade de trabalho é uma atividade exclusiva do homem, pois nenhum animal possui a capacidade de idealizar algum objeto antes de realizá-lo. Ao contrário da relação dos animais com a natureza, em que é produzida por reações instintivas, a relação do homem com a natureza não é direta. É no trabalho que o homem produz os objetos que necessita para mediar sua relação com a natureza. O homem se apropria das formas de comportamento e dos conhecimentos historicamente acumulados por meio da atividade mediada.

> Pode-se distinguir os homens dos animais pela consciência, pela religião, pelo que se queira. Eles mesmos começam a se distinguir dos animais tão logo começam a produzir seus meios de vida, um passo condicionado pela sua organização corporal. Ao produzirem os seus meios de vida, os homens produzem, indiretamente a sua vida material mesma (MARX e ENGELS, 1989, p. 187).

Sobre a relação entre os modos de produção e os processos que constituem a vida humana, Marx (1989a, p. 233) afirma que "não é a consciência dos homens que determina o seu ser; ao contrário, é o seu ser social que determina a sua consciência". Todavia, a base que determina a relação social (forma e conteúdo) da relação entre os homens, nada mais é que as relações de produção (MARTINS, 2006). Sejam elas na vida social, política e espiritual.

O conhecimento pautado na superação da aparência direcionado à essência revela as forças inseparáveis na intervinculação e interdependência entre forma e conteúdo. A partir do momento em que o fenômeno ou o objeto é compreendido, as representações que explicam a realidade são superadas e direcionadas ao conceito. Para tanto, a construção do conhecimento requer a apreensão do conteúdo do fenômeno ou objeto, repleto de mediações históricas concretas, as quais são identificadas somente por meio do pensamento teórico abstrato (MARTINS, 2006).

> O pensamento abstrato, por um lado, está mais distanciado do objeto estudado, pois está a ele vinculado através das sensações, percepções e noções e, por outro, está mais perto dele por apreender a essência, as leis do movimento dos fenômenos do mundo objetivo (KOPNIN, 1978, p. 159).

Conhecer conceitualmente o objeto implica, segundo Marx (1978, p. 116) identificá-lo como “uma rica totalidade de determinações e relações diversas”. A reprodução do concreto por meio do pensamento humano é conduzida pelas abstrações. Durante o processo de investigação, a apreensão das leis que determinam e regulam a existência do objeto ou fenômeno no mundo externo ocorrem somente por meio da abstração essencial (ASBAHR, 2011).

Para Marx (1989b, p. 410) “o concreto é concreto, porque é a concentração de muitas determinações, isto é, unidade do diverso”. No processo de síntese o pensamento apreende o concreto como produto de análise de determinado fenômeno ou objeto. Assim, a apreensão do objeto de estudo pelo pensamento não ocorre de forma imediata, mas mediatizada pelo processo de análise e de abstrações teóricas (PASQUALINI, 2010).

O processo de abstração na atividade de investigação, na qual busca-se a apreensão do objeto e, consequentemente, sua transformação, é direcionada à concreticidade do fenômeno estudado, o que supera a pseudoconcreticidade (concreticidade aparente) (KOSIK, 1976). Vale ressaltar que na teoria marxista a ideia de concreto assume um significado diferente das demais teorias, ou seja, concreto pensado não é sinônimo de empírico, uma vez que, o concreto é mediatizado pela abstração (PASQUALINI, 2010).

Nos dados, no estágio inicial do processo de investigação, busca-se a gênese e o movimento do fenômeno, mas, para que isso ocorra, segundo Ilyenkov (2006), os dados precisam ser reelaborados pelo pensamento. Davydov (1982) também fala sobre a importância do movimento de reelaborar os dados em forma de conceito para proporcionar ao pensamento humano a revelação da sua essência. Esse movimento de desenvolvimento condiciona a reprodução deste pensamento à concreticidade do fenômeno ou objeto estudado. Ou seja, é possível reproduzir os dados da investigação em um sistema de relações internas que dão origem ao fenômeno ou objeto de investigação.

Desse modo, o objetivo da análise teórica é explicitar as relações que determinam a gênese e o desenvolvimento de determinado fenômeno ou objeto (DAVYDOV, 1982). Com isso, a análise se inicia a partir das manifestações aparentes e imediatas do objeto (PASQUALINI, 2010).

Sobre isso, Kopnin (1978, p. 159) diz que:

> Embora a abstração represente o objeto não sob a forma em que ele existe na realidade, ela tem por conteúdo aquilo que realmente existe. As abstrações da produção em geral, da matéria em geral, do átomo em geral refletem o que existe em cada forma concreta de produção, em cada tipo de matéria, em cada átomo. Não se pode apreender nenhuma forma de produção, nenhum tipo de matéria, etc. sem a abstração sobre a produção em geral, a matéria em geral.

No processo das abstrações, o objeto deve ser compreendido em unidade com o todo. As contradições presentes no objeto de investigação são reveladas no movimento de redução do concreto caótico ao abstrato. Nesse sentido, cabe ao investigador identificar, no objeto de estudo, a relação mais simples, essencial do objeto. Ou seja, determinar a abstração inicial do objeto. Sendo esta, o ponto de partida e essencial do concreto que está sendo reproduzido (DAVYDOV, 1982). Desse modo, determinar a abstração inicial significa reduzir um dado do objeto à sua forma universal (Idem).

Segundo Kopnin (1978, p. 161), para a lógica dialética "a tarefa da abstração não é separar um dos outros os indícios sensorialmente perceptíveis, mas através deles descobrir novos aspectos no objeto que traduzam as relações de essência". Por sua vez, Duarte (2000, p. 84), afirma que

> a essência do fenômeno na sua forma mais desenvolvida não se apresenta ao investigador de forma imediata, mas sim de maneira mediatizada, e essa mediação é realizada pelo processo de análise, o qual trabalha com abstrações. Trata-se do método dialético de apropriação do concreto pelo pensamento científico através da mediação do abstrato. A análise seria um momento do processo de conhecimento, necessário à compreensão da realidade investigada em seu todo concreto.

Para penetrar à essência oculta de determinado objeto, é necessário à superação de sua apreensão no plano real aparente. As descrições acuradas não são suficientes, pois são dados singulares das significações individuais que lhes são atribuídas (MARTINS, 2006). Logo, para chegar a concreticidade de determinado objeto, o investigador, durante sua análise, precisa identificar o elemento de caráter universal. Ou seja, buscar o essencial na universalidade do objeto em estudo e reproduzi-lo em termos conceituais (PASQUALINI, 2010).

Porém, alcançar em termos conceituais tal reprodução requer a compreensão do objeto em sua totalidade. Ou seja, o processo de compreensão precisa estar pautado na dialética entre o singular, o particular e o universal (OLIVEIRA, 2005). O objeto, em sua expressão singular revela apenas o que é imediato, sendo este, o ponto de partida do conhecimento (MARTINS, 2006).

A dimensão particular, por sua vez, tem a função mediadora entre o singular e o universal. Ou seja, o particular assume qualidades constitutivas e características pelas quais a singularidade se constitui. Enquanto que, a expressão universal revela as complexidades, as conexões internas, as leis de todo o processo e evolução que compõem a totalidade (OLIVEIRA, 2005).

Vale ressaltar que o particular possui a função de mediador, uma vez que, nenhum fenômeno é expresso somente em sua singularidade ou somente em sua universalidade. Embora o singular e o universal sejam distintos, eles se identificam, e a ligação que há entre ambos (singular-universal) se manifesta por meio do particular. Tal movimento revela que o singular e o universal não podem ser compreendidos de modo isolados ou apenas por si mesmos, devido a inter-relação existente no desenvolvimento do processo (MARTINS, 2006).

Oliveira (2005) chama a atenção para o desprezo da função mediadora da particularidade no campo da investigação científica. Pois, faz com que as relações desviem-se das formas em que ocorre a "concretização da universalidade do vir-a-ser da singularidade" (idem, p. 17). Ou seja, sem o papel mediador da particularidade entre o singular e o universal, não é possível chegar ao nível mais elevado do pensamento: o concreto pensado.

Desse modo, a análise se dá por meio de abstrações. O produto da análise é a apreensão do concreto pensado. Todavia, não implica dizer que esta é a etapa final do processo, pois as categorias de interpretação e as estruturas analíticas que compõem o concreto pensado serão contrapostos diante do objeto inicial. Por sua vez, não mais apreendido pela sua imediatez, mas sim, em sua totalidade concreta (MARTINS, 2006).

Martins (2006, p. 15) sintetiza o processo metodológico de investigação do seguinte modo: “parte-se do empírico (real aparente), procede-se à sua exegese analítica (mediações abstratas), retorna-se ao concreto, isto é, à complexidade do real que apenas pode ser captada pelos processos de abstração do pensamento”. O empírico real aparente é o concreto caótico. O movimento do concreto caótico ao concreto pensado é mediado pelas abstrações. Ou seja, “a dialética materialista considera o concreto como ponto de partida e chegada do conhecimento” (KOPNIN, 1978, p. 157).

Portanto, o método do materialismo histórico-dialético tem por objetivo captar e reproduzir no pensamento o movimento do real. Ávila e Ortigara (2005, p. 2) entendem o real “como uma existência independente de como o pensamos ou o conhecemos”.

O real que constitui nosso objeto de estudo, na presente investigação, foi o movimento conceitual apresentado em duas proposições para o ensino das operações de adição e subtração. Uma apresentada nos dois livros didáticos de Matemática mais utilizados pelos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental das escolas públicas do município de Criciúma. E outra proposta por autores estudiosos da Teoria Histórico-Cultural, mais especificamente, Davydov e seus colaboradores.

Desenvolvemos a investigação com base no método anteriormente apresentado. Conforme objetivamos no capítulo único da presente monografia, intitulado *Apresentação e análise dos dados*. Porém, vale explicitar nessa introdução, de modo sintético, o movimento que percorremos no processo de coleta e análise de dados.

Para dar início a investigação, primeiro apresentamos o projeto juntamente com o termo de consentimento à pessoa responsável pelo setor de livros didáticos da Prefeitura Municipal de Criciúma. Consentida a investigação pelos órgãos oficiais, foram encaminhados questionários às 57 escolas municipais. O objetivo era identificar os livros didáticos de matemática mais utilizados pelos professores nos dois primeiros anos do Ensino Fundamental. Recebemos a devolutiva de apenas 16 questionários respondidos. Com o baixo retorno, contatamos, via telefone, todas as escolas. Exceto, quatro escolas, que, por possuírem apenas telefones públicos não foi possível tal contato. Nas 37 escolas contatadas, novamente foram-lhes apresentada à investigação e o seu objetivo. Porém, apenas 10 escolas colaboraram. Desse modo, das 57 escolas municipais, obtivemos uma amostra de 26 escolas.

Também realizamos o mesmo levantamento nas escolas da rede estadual. Fomos até a GERED (Gerência Regional de Educação), e apresentamos o projeto à pessoa responsável pelo setor de livros didáticos do Estado. Concedida a realização da investigação, foi-nos fornecido o endereço de 45 escolas públicas estaduais que oferecem o Ensino Fundamental I. Em função da pouca adesão nas escolas municipais, mudamos o procedimento, fomos, pessoalmente, em cada uma dessas escolas aplicar o mesmo questionário com professores do primeiro e segundo ano do Ensino Fundamental. Todas as escolas participaram.

Ao todo, dentre as escolas da rede estadual e a rede municipal, participaram do levantamento 71 escolas. Dessa primeira etapa da investigação, a aprendizagem que obtivemos foi que o retorno na coleta de dados depende do modo que você realiza essa coleta. E, que, em investigações futuras, coletaremos os dados pessoalmente.

Ao confrontar os dados coletados nas escolas das duas redes públicas de ensino, do município de Criciúma, constatamos que os dois livros didáticos mais utilizados são: Aprendendo Sempre (DANTE, 2008) e Porta Aberta (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008). Após nos certificarmos de tal conclusão, novamente, nos encaminhamos, para as secretarias de educação a fim de adquirirmos os exemplares.

Com os exemplares em mãos, iniciamos a análise das “atividades” propostas nos livros didáticos sobre adição e subtração, foco conceitual da investigação. Voltamos à análise para as significações conceituais, mais especificamente para a natureza do conhecimento - científico ou empírico.

Concomitantemente, analisamos as tarefas apresentadas no livro didático elaborado por Davydov e colaboradores, com o mesmo foco de análise. O intuito foi identificar e analisar as relações de distanciamentos entre as proposições davydovianas e brasileiras. Esta última, representadas nas duas coleções de livros didáticos mais utilizados nas escolas da rede pública, municipal e estadual do município de Criciúma.

É quase consenso nos livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental uma mesma sequência de conteúdos. Os capítulos são contemplados de modo progressivo. Começam por meio da apresentação do Sistema de Numeração Decimal, partem para as operações da adição e subtração, depois multiplicação e divisão, fração e, por último, a geometria, que geralmente é apresentada no último capítulo do livro com a apresentação das figuras planas.

No que se refere às operações da adição e subtração, como já mencionamos anteriormente, foco da presente investigação, são apresentadas no primeiro momento separadamente. Primeiro, são propostos apenas situações que contemplam a operação de adição. Na sequência, apresenta-se a operação da subtração. Tal movimento dá-nos a ideia de que ambas as operações não apresentam relação alguma. Tampouco, que a operação da subtração é a inversa da adição, pelo modo como tais operações são abordadas. Vale destacar, que todas as atividades são baseadas no cotidiano da criança. A esta conduta, Davydov diz que é típica do ensino tradicional.

As tarefas davydovianas não são apresentadas de modo estático, ou seja, para resolvê-las faz-se necessário pensar a partir das relações internas entre as grandezas. Não são limitadas apenas ao número natural, embora não seja explícita, tal possibilidade é considerada com o desenvolvimento na reta numérica. As proposições brasileiras não apresentam aproximação alguma com as proposições davydovianas, embora, sem uma análise profunda, algumas "apresentam semelhanças".

Em Davydov, não se trata de modelos empíricos que são reproduzidos cegamente pela criança, tal como propõem os livros didáticos analisados, nos quais é tudo voltado para o concreto, palpável, ou situações diárias das crianças sem relação entre o geral, universal, singular e particular dos conceitos. Nas proposições tradicionais, aqui analisadas, é forte a questão de **somar** e **diminuir** com o auxílio dos dedos, tracinhos, entre outros. Ou seja, uma proposição arcaica, se considerarmos o estágio atual de desenvolvimento que a humanidade já atingiu no que se refere às operações de adição e subtração.

Nas proposições davydovianas, o ponto de partida para o ensino de todos os conceitos matemáticos na educação escolar básica é a relação entre grandezas. Consequentemente, estas também constituem a base para o ensino das operações de adição e subtração nas proposições davydovianas. Em síntese, as proposições brasileiras, aqui analisadas, não propõem um ensino contemporâneo. Não é proposto ao ensino o que se tem de mais atual do conhecimento científico e o seu consequente desenvolvimento do pensamento teórico.

APRESENTACAO E ANÁLISE DO OBJETO DE ESTUDO

De acordo com os princípios propostos por Davydov e seus colaboradores, o ensino é direcionado basicamente para desenvolver os conceitos teóricos, e não apenas desenvolver o saber prático em seu teor empírico. Prevê a organização do ensino focada na criação e resolução de um sistema de tarefas particulares (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009). No presente capítulo apresentamos algumas tarefas davydovianas para o ensino das operações de adição e subtração extraídas do livro didático referente ao segundo ano do Ensino Fundamental russo, o que corresponde ao Ensino Fundamental Brasileiro de nove anos. Tais tarefas constituíram a base para refletirmos sobre as proposições brasileiras objetivadas nos livros didáticos mais utilizados pelos professores de primeiro e segundo ano do Ensino Fundamental das escolas públicas do município de Criciúma. Cabe destacar que para as proposições davydovianas adotaremos o termo **tarefa**, porque é assim que Davydov e seus colaboradores as denominam. Por outro lado, quando nos referirmos às proposições brasileiras, utilizaremos o termo "**atividade**", tal como se adota no Brasil.

<u>Tarefa 1</u>: Na primeira tarefa das proposições davydovianas, o professor desenha uma reta numérica no quadro e registra alguns números em ordem decrescente em uma sequência pré-determinada (Figura 1). Sugere-se às crianças que registrem os números faltantes em ordem decrescente (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

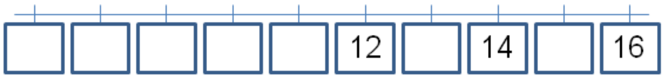


Figura 1 – Tarefa 1: Sequência numérica decrescente
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

A resolução dessa tarefa (Figura 1) requer da criança o raciocínio subtrativo. Pois, 16 – 1 = 15; 14 – 1 = 13 e assim sucessivamente até completar o último espaço vazio da sequência (Figura 2).

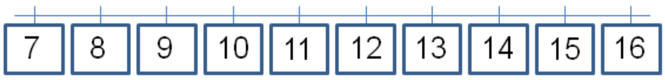


Figura 2 – Tarefa 1: Sequência numérica decrescente
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

De maneira implícita, a tarefa em análise, apresenta o contexto matemático dos números reais, ou seja, não limita-se apenas aos números naturais, pois a sequência numérica está organizada na reta numérica. Sobre isso, Rosa (2012, p. 229) diz que:

> O lugar geométrico dos infinitos números reais é a reta, nela há um ponto correspondente para cada número real. Como objetivação do conceito de número, a reta expressa a concatenação dos números naturais, inteiros, racionais e irracionais. Ela possibilita a introdução da inter-relação entre as operações de adição e subtração na forma de acréscimo e decréscimo de unidades. Por meio de deslocamentos para a direita realiza-se a operação de adição e para a esquerda a subtração.

A referida tarefa também envolve outra ideia fundamental da matemática, a de correspondência. De acordo com Caraça (1951, p. 7) "... a maneira pela qual o pensar no antecedente desperta o pensar no consequente chama-se *lei da correspondência*." Para este, a operação de fazer corresponder é uma das operações mentais mais importantes e uma das ideias basilares da Matemática.

Por outro lado, as proposições dos livros didáticos, aqui analisados, não apresentam os números nos seus respectivos lugares. Ou seja, sem o contexto da reta numérica e são organizados a partir de um movimento que não possibilita a inter-relação entre as operações de adição e subtração (Figura 3). Diferentemente das proposições davydovianas como representado anteriormente (Figuras 1 e 2).

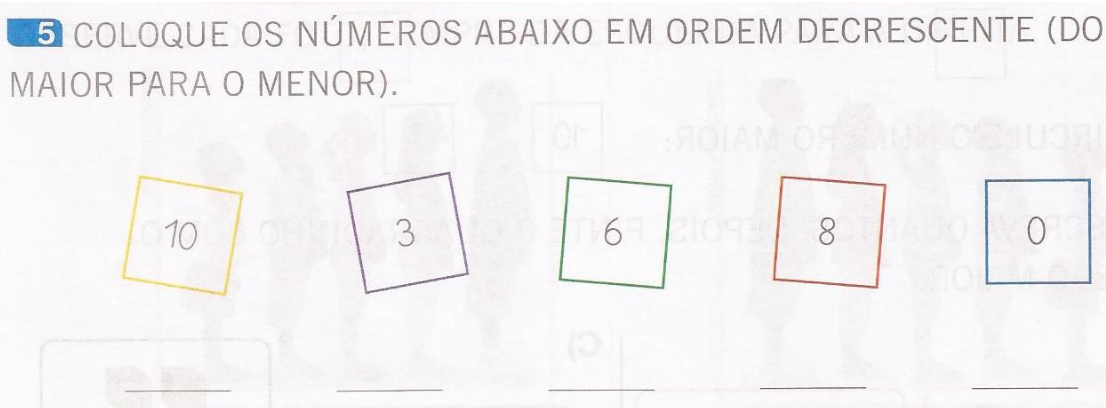


Figura 3: Ordem numérica
Fonte: (DANTE, 2008, p. 46 – 1º ano)

Esta “atividade” (Figura 3) não segue uma sequência padronizada (10, 8, 6, 3 e 0), tampouco propõe a inter-relação entre antecessores e sucessores por meio das operações básicas de adição ou subtração, na reta numérica. Os livros didáticos para o segundo ano do Ensino Fundamental também apresentam o mesmo teor conceitual. Sem menção à relação antecessor ou sucessor, o contexto das sequências não é a reta numérica, mas os diferentes tipos de amarelinhas utilizadas pelas crianças brasileiras (Figura 4).

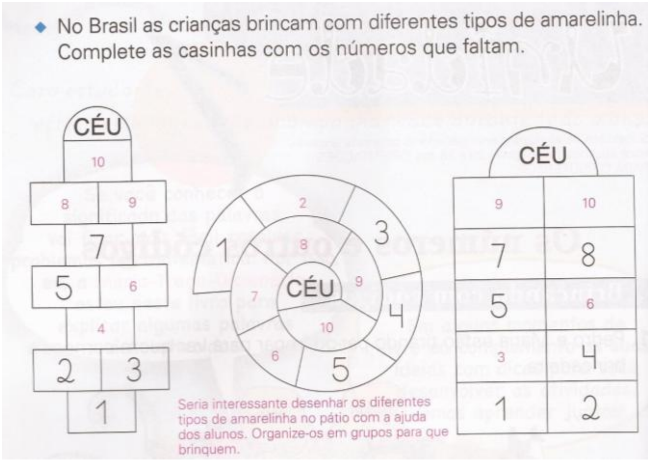
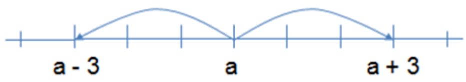


Figura 4: Sequência numérica nas diferentes amarelinhas
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 10 – 2º ano)

É dada uma situação particular, do cotidiano das crianças. Ou seja, a preocupação é contextualizar a sequência numérica com a realidade das crianças e se esquece de contextualizá-la, matematicamente, na reta numérica. Os números estão soltos nos espaços das amarelinhas. O ponto de partida é sempre o número *um*, desse modo, nessas "atividades", o zero fica relegado a um segundo plano.

Em Davydov, por outro lado, desde o primeiro ano escolar, a sequência numérica é introduzida com o apoio da reta numérica. Conforme Rosa (2012, p. 170), "... a reta se apresenta como composta de início, direção e unidade. Constitui-se pelo princípio da posição sequencial: cada próximo número à direita está a uma unidade do anterior".

Tarefa 2: O professor registra no quadro uma reta numérica genérica com algumas sentenças (Figura 5). Atribui-se um valor aritmético para o número ***a*** (por exemplo, o valor 8). Para resolver, as crianças se deslocam pela reta numérica e pronunciam em voz alta os respectivos números (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).



a	5	7	6	14	13
a + 3					
a – 3					

Figura 5 - Tarefa 2: Adição e subtração por meio do deslocamentos pela reta numérica
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Nessa tarefa (Figura 5) Davydov e seus colaboradores abordam de modo inter-relacionado as operações de adição e subtração. O valor de ***a*** assume papéis passivos de adicionando e diminuendo, respectivamente, para as operações de adição e subtração. Vale destacar que o modelo de reta considerado não é um modelo singular, mas sim, um modelo geral, válido para qualquer reta particular. Por isso, antes das crianças iniciarem o desenvolvimento da tarefa proposta, o professor atribuiu um significado para ***a***, conforme a figura 6.

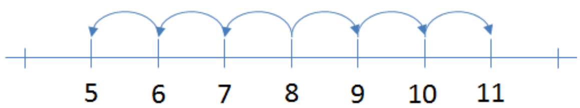


Figura 6 - Tarefa 2: Deslocamento pela reta numérica a partir da adição e subtração
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

O objetivo da tarefa, em análise, consiste em que as crianças reflitam sobre a relação entre a adição e subtração a partir do deslocamento pela reta numérica (ГОРБОВ, МИКУЛИНА е САВЕЛЬЕВА, 2009). Ou seja, ao se deslocar para a direita, considera-se a operação da adição. Conforme Caraça (1951, p. 17), “somar a um número ***a***, dado, a outro número ***b***, é efetuar a partir de ***a, b*** passagens sucessivas pela operação elementar”. E, ao se deslocar para a esquerda, adota-se a operação da subtração, segundo Bezout (1791, p. 18), “diminuir, é uma operação, pela qual se tira um número de outro número”.

Em síntese, com base nas proposições davydovianas e nos fundamentos da matemática, elaboramos o modelo que representa o movimento inverso entre as operações da adição e subtração de números naturais na reta numérica (Figura 7).

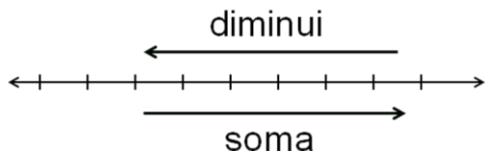


Figura 7 - Tarefa 2: Deslocamento pela reta numérica
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

O movimento proposto por Davydov e seus colaboradores tem por objetivo, atingir o plano abstrato no campo algébrico. Por exemplo, o número ***a*** é uma variável, a qual pode-se atribuir valores diversos. Na especificidade da presente tarefa, foram atribuídos os seguintes: 5, 6, 7, 13 e 14. Além disso, a tarefa é desenvolvida em um nível mais elevado de abstração, no qual é proposto que a criança não resolva a tarefa somente a partir dos arcos, mas também proceda mentalmente pela reta numérica.

De outro modo, um dos livros didáticos, analisados na presente investigação, propõe que as crianças “andem” por uma sequência numérica. É dado um modelo singular para ambas as operações. Basta segui-lo para resolver as situações subsequentes. Na “atividade” a seguir (Figura 8) o foco é para a operação de adição.

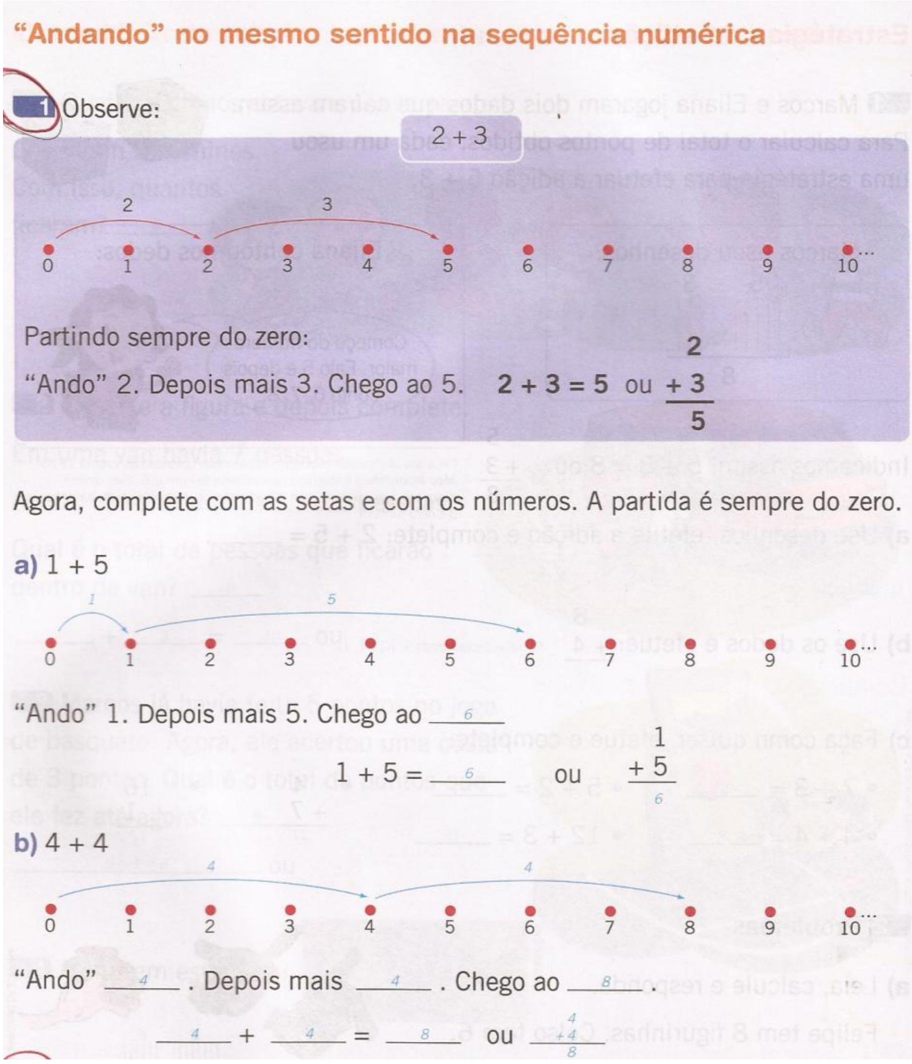


Figura 8: Adição na "sequência numérica"
Fonte: (DANTE, 2008, p. 38 – 2º ano)

O mesmo procedimento ocorre para a operação da subtração (Figura 9).

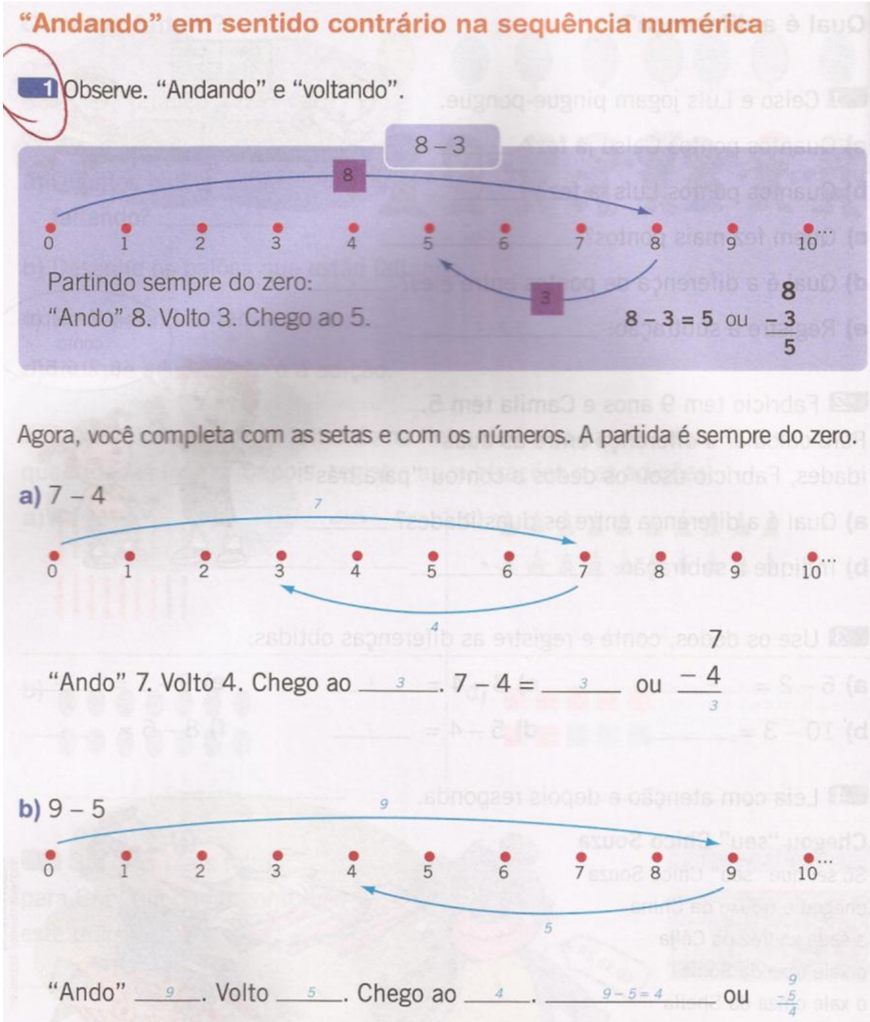


Figura 9: Subtração na "sequência numérica"
Fonte: (DANTE, 2008, p. 46 – 2º ano)

É importante destacar que as "atividades" anteriores (Figuras 8 e 9) são apresentadas às crianças separadamente. Primeiro é proposto somente situações referentes à operação de adição. Depois, àquelas que propõem a operação de subtração. As referidas "atividades" propõem "andar pela sequência numérica". A reta numérica não é apresentada. A grandeza utilizada é a discreta. Para "andar" precisa-se contar os pontos vermelhos, entre um ponto e outro há um espaço vazio, ou seja, não é contínuo. Com isso, o foco não incide na grandeza comprimento (comprimento do passo), mas na quantidade de pontos (quantidade de passos).

Davydov (1982, p. 156) faz um alerta sobre o trabalho excessivo com objetos discretos para representar quantidades durante a introdução do conceito de número e suas respectivas operações. De acordo com o autor, “na prática, a manutenção excessiva das crianças em nível das representações sobre os objetos reais circundantes e seus conjuntos, entorpece a formação dos conceitos genuinamente matemáticos”.

Diferente das proposições davydovianas, as proposições tradicionais (Figuras 8 e 9) não apresentam indicativos da existência dos infinitos números entre 0 e 1, 1 e 2 , e assim por diante. Ou seja, há um espaço vazio entre esses números, eles não estão interconectados por um segmento de reta (uma unidade). Não queremos dizer que este seja o momento para introdução dos números racionais existentes entre um intervalo e outro, de forma sistemática, mas alertá-las que, ao partir do número 0 para chegar ao número 1, há um caminho a ser percorrido, não existe um vazio como sugere a situação. Esse “caminho” é o contexto matemático dos infinitos números reais, ou seja, a reta numérica, como propõe Davydov e seus colaboradores em suas tarefas.

As tarefas subsequentes (3 e 4) propostas por Davydov e seus colaboradores, focam as operações de adição e subtração no contexto das grandezas comprimento, área, capacidade e massa. Tais tarefas são de extrema relevância, pois,

> A introdução como procedimento especial socialmente elaborado para fixar os resultados das relações quantitativas entre as grandezas leva [...] a que na criança se estabeleça uma orientação correta nas relações entre a grandeza e o número (GALPERIN, ZAPORÓZHETS e ELKONIN, 1987, p. 312).

Desse modo, a apropriação das operações de adição e subtração é mediada pelas relações entre grandezas (discretas e contínuas), ou seja, comprimento com comprimento, área com área, volume com volume, e assim por diante (ROSA, 2012). Costa (1866, p. 9), define grandeza como “tudo quanto é suscetível de aumento ou diminuição; como a extensão, o tempo, o peso, o movimento, etc., etc.”. Vale mencionar que outros conceitos matemáticos são considerados nas proposições davydovianas, tais como, equivalência e desigualdade, conforme a tarefa seguinte (Figura 10).

Tarefa 3: Qual é o valor representado pela letra A, ao se considerar C como unidade de medida? (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

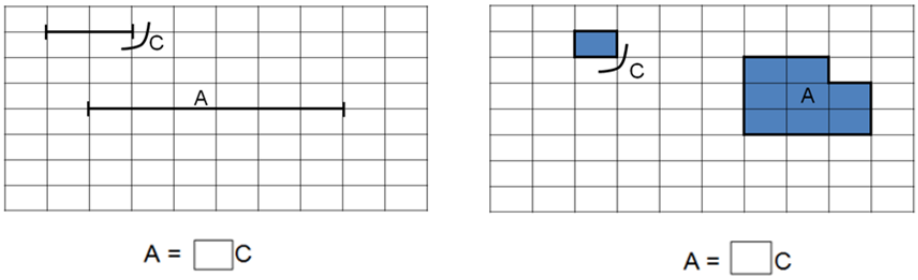


Figura 10 - Tarefa 3: Comparação entre grandezas
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Davydov e seus colaboradores apresentam o conceito de adição a partir de segmentos de reta (unidades de comprimento) e com unidades de área (superfície). Ao sobrepor o comprimento de medida C no comprimento de medida A, as crianças verificarão que o segmento C se repete três vezes. Logo: C + C + C = 3C. Desse modo, a operação da adição não só está inter-relacionada com a subtração, mas também com a multiplicação. Estabelece-se a equivalência A = 3C. Equivalência, no contexto de conjuntos finitos, segundo Caraça (1951, p. 9) “se traduz pela igualdade”. O mesmo ocorre para determinar quantas vezes a unidade de área C cabe na superfície de área A. Assim, C + C + C + C + C + C + C + C = 8C. De modo que a equivalência obtida será: A = 8C (Figura 11).

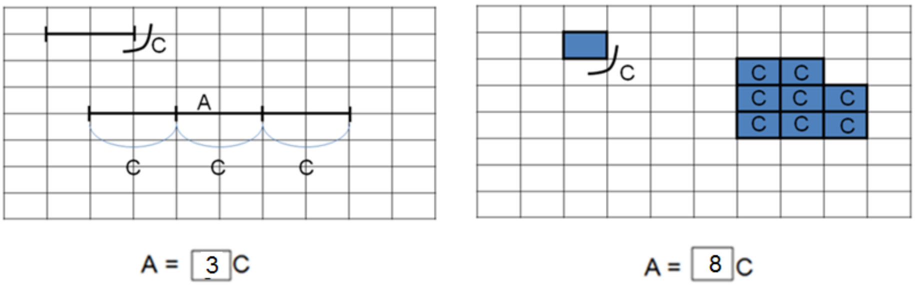


Figura 11 - Tarefa 3: Igualdade entre grandezas
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Com base em Caraça (1951), podemos concluir que o valor determinado para A (3 e 8), chama-se a medida da grandeza em relação a unidade de medida (C). Para Costa (1866, p. 9 - grifo do autor), "**medir uma grandeza** é determinar quantas vezes ela contém a grandeza da sua espécie, que serve de **unidade de medida**. Por consequência os números são expressões de medida das grandezas".

A proposição a seguir foi extraída de um dos livros didáticos analisados. Chamou-nos atenção o fato de a seção em que a "atividade" está inserida tem por título *Medidas de tempo, comprimento, massa e capacidade*, em nenhum momento da seção a palavra *grandeza* é mencionada. E a palavra *unidade de medida* aparece somente dentro de um balão numa "atividade" (Figura 12).

Figura 12: Medir o comprimento por meio de pegadas
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 157 – 2º ano)

Novamente, a “atividade” está inserida numa situação cotidiana da criança. Nesta seção não são apresentadas situações que contemplem algum elemento de caráter contínuo para ser tomado como unidade de medida de uma grandeza. Embora o contexto seja o comprimento, da forma como a “atividade” em análise está organizada, o foco ainda está restrito para a grandeza discreta, mais especificamente para a quantidade de pés e não para o comprimento dos passos. Além disso, não propõe o processo de medição, este já está dado na situação da “atividade”, cabe à criança apenas proceder à contagem da quantidade de pés.

Tarefa 4: Na quarta tarefa davydoviana que selecionamos para a presente análise, o professor solicita às crianças que observem as duas situações dadas (Figura 13). E apresenta as seguintes questões: *Quais grandezas foram consideradas nas duas relações? O que foi utilizado para medir as duas grandezas?* Em seguida, sugere que as crianças determinem as medidas desconhecidas com o apoio da reta numérica (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

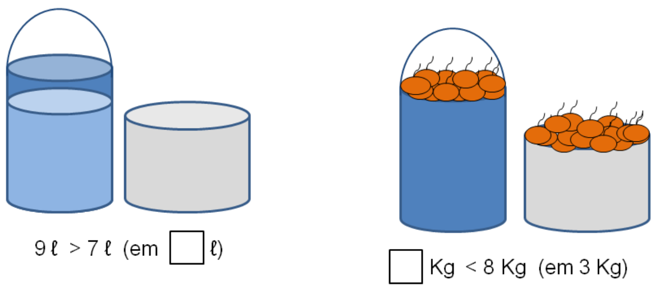


Figura 13 - Tarefa 4: Desigualdade entre grandezas
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Para desenvolver a tarefa, as crianças respondem as perguntas na ordem em que foram anteriormente apresentadas, com base nas situações ilustradas (Figura 13). Ao analisar a primeira relação, verifica-se que os recipientes contêm líquidos, logo, a grandeza em questão é a capacidade dos recipientes e a unidade de medida utilizada foi o litro. Para, finalmente, determinar em quantos litros 9 é maior que 7, as crianças realizam a operação de subtração por meio da reta numérica (Figura 14).

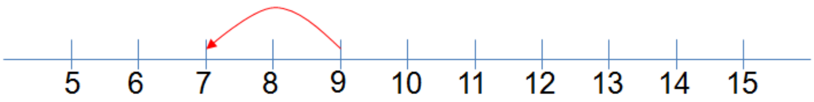


Figura 14 - Tarefa 4: Identificação da diferença na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

As crianças, ao analisarem os dados da primeira situação e registrarem na reta numérica, necessitam compreender a relação parte-todo. Esta foi já foi introduzida no primeiro ano do Ensino Fundamental das proposições davydovianas (ROSA, 2012). Desse modo, 9 litros correspondem ao todo, 7 litros correspondem a uma das partes que compõem o todo. A outra parte desconhecida refere-se à diferença (2 litros).

Na segunda relação da figura 13, há frutas nos recipientes. Logo abaixo dos recipientes está a informação sobre a unidade de medida (Kg). Esta permite inferir sobre a grandeza considerada: a massa. Com o apoio da reta numérica, conforme a figura 15, as crianças determinam o valor desconhecido (5 unidades). Vale destacar que 8 quilogramas correspondem ao todo, 3 quilogramas correspondem a uma parte que compõe o todo. Portanto, a operação realizada, também foi a subtração.

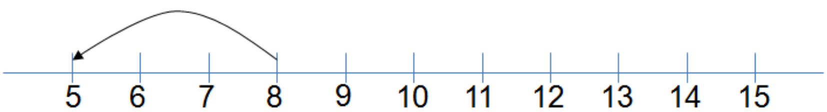


Figura 15 - Tarefa 4: Operação da subtração 8 - 3
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Com base na análise das tarefas 3 e 4, verificamos que Davydov e seus colaboradores não seguem um movimento linear no procedimento de resolução. Na tarefa 3, por exemplo, as igualdades foram determinadas sem o apoio da reta numérica. Na tarefa 4, por sua vez, a orientação é para o retorno da utilização de tal representação geométrica. Ou seja, o processo de realização das operações no plano ideal é marcado por avanços e retrocessos.

Ao analisar a tarefa 4, com base em Caraça (1951), concluímos que no primeiro momento, 9 – 7 = <u>2</u>. O número 9 é o minuendo, 7 o subtraendo e o número 2 o resto ou diferença. No segundo momento, embora a operação realizada também tenha sido a subtração (8 – 3 = <u>5</u>), o valor desconhecido não era o resto ou diferença (3), mas o subtraendo (5). Que no contexto da operação realizada assume o papel de resto, ainda que na situação em análise seja o subtraendo. Desse modo, foram encontrados por meio da subtração os valores correspondentes à diferença e ao subtraendo, respectivamente.

Vale ressaltar que a tarefa davydoviana anteriormente apresentada, assim como todas as demais, consiste na comparação da relação entre grandezas, no processo de medição.

> ... toda a gente, nas mais variadas circunstâncias, qualquer que seja a sua profissão, tem necessidade de medir. Mas, o que é medir? Todos sabem em que consiste o *comparar* duas grandezas da mesma espécie – dois comprimentos, dois pesos, dois volumes, etc.. (CARAÇA, 1951, p. 29 – grifo do autor).

Na tarefa 4, as comparações estão voltadas para as grandezas, respectivamente, de capacidade e massa. A relação adotada é a desigualdade, a qual Costa (1866, p. 12), define como “a expressão aritmética composta de dois membros não equivalentes, separados por um dos sinais de diversidade que são: >, ou <".

Por outro lado, as proposições brasileiras não promovem o desenvolvimento do procedimento de análise e síntese, pois as "atividades" possibilitam apenas a observação. A conclusão está visualmente dada, não coloca a criança em ação, conforme a figura 16.

Figura 16: Comparação entre grandezas
Fonte: (DANTE, 2008, p. 121 – 1º ano)

A criança precisa ir à escola para desenvolver a capacidade de identificar em qual das duas jarras, de mesma forma e tamanho, possui menos suco? De acordo com Davydov (1982) a criança deve ir para a escola aprender o novo, em seu teor científico, aquilo que não se aprende nas situações extraescolares. Neste sentido, apoiada em Davydov, Rosa (2012, p. 29) diz que "o ensino escolar deve proporcionar às crianças conceitos genuinamente científicos, desenvolver o pensamento científico e as capacidades para o sucessivo domínio independente do número sempre ascendente de novos conhecimentos científicos".

A "atividade" (Figura 16) é proposta ao final de um livro didático brasileiro referente ao primeiro ano do Ensino Fundamental, carece de conhecimento científico, promove na criança apenas conhecimento empírico, diretamente dado aos órgãos dos sentidos. Como diz Davydov, o conhecimento empírico se elabora a partir da comparação de objetos e das suas representações explicitamente dadas. Em síntese a “atividade” em análise, propõe apenas a observação das propriedades externas do objeto, com base na representação visual.

<u>Tarefa 5</u>: Com base nos dois arcos representados na reta numérica resolva as operações de adição e subtração (Figura 17). Na sequência, estabeleça as relações de igualdade e desigualdade. E, finalmente, represente na reta numérica a diferença entre os números (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

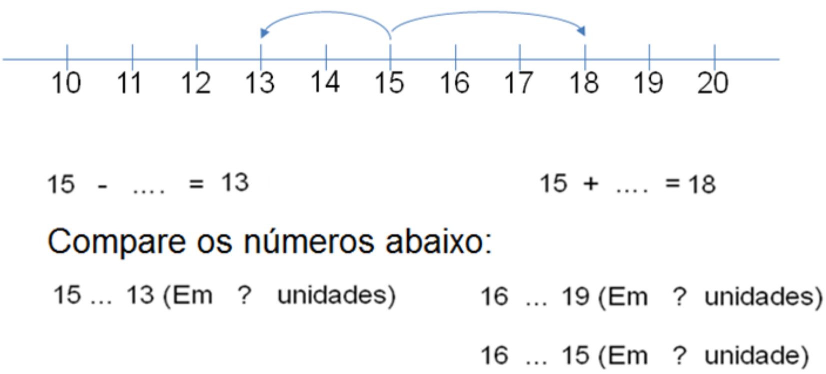


Figura 17 - Tarefa 5: Adição e subtração na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Como já explícito no enunciado, as operações a serem trabalhadas de forma inter-relacionadas são adição e subtração. Com base na reta numérica, as crianças completam as lacunas. Por meio da análise de um dos arcos (o primeiro), é possível verificar que ao se deslocar do número 15 para a esquerda, até chegar ao número 13, houve um deslocamento pela reta numérica correspondente a duas unidades de medida. Logo, 15 é maior que 13 em 2 unidades (15 – 13 = 2). O mesmo ocorre para o outro arco, porém, o sentido é o contrário do movimento anterior. Verifica-se que ao se deslocar do número 15 para a direita, até chegar ao número 18, foram percorridos três unidades de medida. Assim: 15 + 3 = 18. Para concluir a tarefa, as crianças se deslocam pela reta numérica por meio da construção de arcos (Figura 18), a fim de determinar a relação igualdade/

desigualdade entre os números propostos com a utilização dos símbolos matemáticos e seus valores correspondentes.

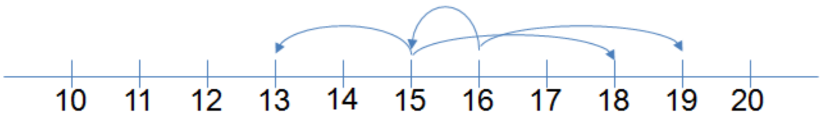


Figura 18 - Tarefa 5: Adição e subtração na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

O objetivo principal desta tarefa (Figura 18), é que a criança estabeleça a relação de igualdade e desigualdade entre as grandezas. Segundo Caraça (1951, p. 40 – grifo do autor), a definição de desigualdade consiste em que, “de dois números racionais *r* e *s,* diz-se maior aquele que, *com o mesmo segmento unidade,* mede um segmento maior”. Embora o foco neste momento não esteja diretamente relacionado aos números racionais, podemos aceitar tal definição para a análise da referida tarefa. Pois, o modo como está exposta a representação, explicita a ideia de que os números não se limitam apenas ao contexto dos números naturais. Uma vez que, os números são representados na reta numérica e não por pontos dados discretamente.

Ao estabelecer relações entre números com a indicação de maior ou menor, Rosa (2012, p. 173) diz que “o argumento para um número ser maior que o outro é que ele esteja mais distante do início da reta numérica, desde que sua direção esteja indicada com a seta e o seu início incida na direção contrária”.

Diferentemente das proposições davydovianas, as “atividades” seguintes propõem um método de adição e subtração comum em todos os livros didáticos analisados na presente investigação (Figuras 19 e 20). Este movimento arcaico se traduz para

> ... a maneira como a contagem se faz; para pequenas coleções de objetos é habitual contar-se pelos dedos, e este fato teve grande influência no aparecimento dos números; não é verdade que o nome *digito*, que designa os números naturais de 1 a 9, vem do *latim digitus* que significa dedo? Mas, há mais: - a base do nosso sistema de numeração é 10, número de dedos das duas mãos. (CARAÇA, 1951, p. 5 – grifo do autor).

O autor supracitado afirma que a utilização dos dedos teve grande importância no surgimento dos números. Porém, não fazemos parte desta época, estamos muito além do homem primitivo. Então, porque os livros didáticos dão grande ênfase para a contagem com o auxílio dos dedos, tracinhos, etc.?

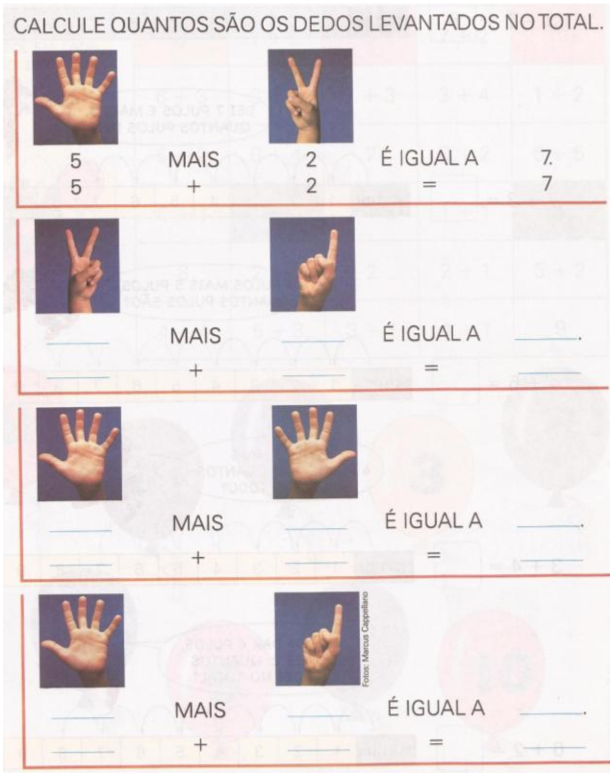


Figura 19: Adição com o auxílio dos dedos
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 53 – 1º ano)

A figura anterior (19) é de uma proposição brasileira que introduz o ensino para a operação da adição com o auxílio dos dedos. Segundo Rosa (2012, p. 197) tal metodologia “promove o desenvolvimento da generalização empírica da operação de adição”. A figura subsequente (20) também é de uma proposição brasileira, cujo foco é para a operação de subtração. Assim como os números, as operações também são ensinadas com o auxílio de objetos palpáveis ou com representações/ilustrações de quantidades discretas. Nessas proposições, a criança apenas repete o que lhe é proposto, ou seja, segue-se um exemplo pronto e acabado com base na observação.

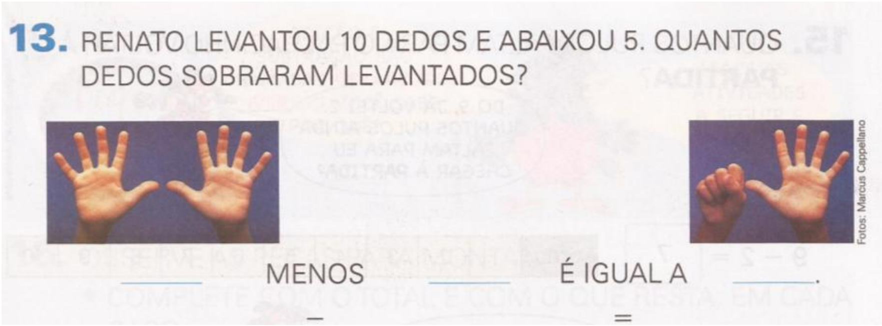


Figura 20: Subtração com o auxílio dos dedos
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 57 – 1º ano)

Com base no que diz Rosa (2012), sobre a subtração com o auxílio dos dedos, podemos afirmar que a figura anterior (20), não promove a apropriação do conhecimento científico, mas sim, a generalização empírica do mesmo. A orientação de ensinar as crianças utilizarem os dedos na contagem não é suficiente para que elas se apropriem do conceito de número, tampouco das operações de adição e subtração. Diferentemente das proposições tradicionais, Davydov e seus colaboradores propõem tarefas com possibilidades de desenvolver o pensamento do homem contemporâneo. Pois, não faz sentido desenvolver o pensamento primitivo como os livros didáticos, aqui analisados, propõem às crianças atuais. Afinal, o desenvolvimento do homem primitivo está aquém do conhecimento contemporâneo.

> ...o homem tem tendência a generalizar e estender todas as aquisições do seu pensamento, seja qual for o caminho pelo qual essas aquisições se obtém, e a procurar o maior rendimento possível dessas generalizações, pela exploração metódica de todas as suas consequências. (CARAÇA, 1951, p. 10).

Vale ressaltar que as “atividades” anteriores (Figuras 19 e 20) propõem um movimento que não contempla a síntese entre as significações algébricas, geométricas e aritméticas. Tal ausência de significações é preocupante, uma vez que, é impossível “formar procedimentos do pensamento matemático sem ter em conta os conhecimentos sobre matemática” (TALIZINA, 1987, p. 49).

Tarefa 6: A presente tarefa consiste em calcular com as grandezas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

17ℓ - 7ℓ 8m + 8cm 6t + 1m

9g – 2g 8kg + 2kg 9dm – 5dm

Nessa tarefa (6), é para as crianças compreenderem que as respostas precisam ter caráter geral. Ou seja, medimos a capacidade (e não a água ou os litros), a massa (e não as maçãs ou quilos), etc. (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009). Os resultados a serem atingidos pelas crianças são apresentados, sublinhados, na sequência.

17 ℓ - 7 ℓ = 10 ℓ; 8 kg + 2 kg = 10 kg;

9 dm – 5 dm = 4 dm; 8 m + 8 cm = 8 m e 8 cm;

6 t + 1 m = não é possível, pois trata de grandezas diferentes;

9g – 2g = 7g.

Para desenvolver as operações corretamente, as crianças necessitam compreender as relações entre as grandezas. Não basta somente operar com os números. Fazem-se necessárias outras reflexões durante seu desenvolvimento. Ou seja, para desenvolver as operações de adição e subtração é sucinto compreender o número como relação entre grandezas. A conclusão a ser obtida a partir da tarefa em análise, é que somente torna-se possível somar ou subtrair relações entre grandezas da mesma espécie.

> ... se não houver um termo de comparação único para todas as grandezas de uma mesma espécie, tornam-se, se não impossíveis, pelo menos extremamente complicadas as operações de troca... É portanto, necessário: 1º) estabelecer um estalão único de comparação para todas as grandezas de mesma espécie, esse estalão chama-se unidade de medida da grandeza de que se trata – é, por exemplo, os centímetros para o comprimento, o grama-peso para os pesos, o segundo para os tempos, etc.. (CARAÇA, 1951, p. 30).

A não compreensão de tal relação obstaculiza a resolução de problemas que envolvem várias grandezas[2]. Pois, há probabilidade de se operar com todos os números possíveis sem verificar a grandeza em questão.

Nos livros didáticos para o primeiro e segundo ano do Ensino Fundamental, analisados na presente investigação, encontramos apenas proposições semelhantes a “atividade” seguinte, no que se refere ao tratamento das grandezas (Figura 21).

Figura 21: Adição entre grandezas
Fonte: (DANTE, 2008, p. 132 – 1º ano)

Na “atividade” apresentada na figura 21, é proposta a operação de adição entre grandezas (capacidade) e nos possibilita evidenciar os distanciamentos entre proposições brasileiras e davydovianas. Assim como esta (Figura 21), as demais que tratam das operações de adição e subtração são semelhantes. Como já mencionamos, propõem um movimento apoiado em objetos que envolvam situações particulares, cotidianas da criança. Em outras palavras, é uma “atividade” pronta e

[2] Sobre as relações internas entre resoluções de problemas em Davydov ver Matos (2013).

acabada apoiada apenas na observação visual de objetos. Contempla uma única unidade de medida para cada situação. Na “atividade”, em análise, a unidade de medida é o litro, logo, para executá-la, basta somar 3 + 3 + 2 + 3 ou ainda 3 + 3 + 3 + 2.

Davydov e seus colaboradores apresentam um movimento diverso, ou seja, não propõem tarefas prontas e acabadas para serem apenas observadas. A tarefa 6 é objetivação desse movimento. Para resolvê-la é necessário analisar a unidade de medida e a grandeza de cada situação proposta, para verificar a possibilidade ou não de desenvolver determinada operação. Por isso, as proposições davydovianas diferem das demais, pois as crianças “manifestam um nível consideravelmente mais elevado de pensamento, de formação da capacidade para estudar” (TALÍZINA, 1988, p. 327). Além de apresentar um nível mais elevado de apropriação do conhecimento.

Nas tarefas seguintes (7 e 8) Davydov e seus colaboradores apresentam situações que focam a relação parte-todo. Para desenvolvê-las vale lembrar as crianças que, para determinar o todo se faz necessário somar as partes conhecidas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Tarefa 7: Meça o comprimento da linha quebrada (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

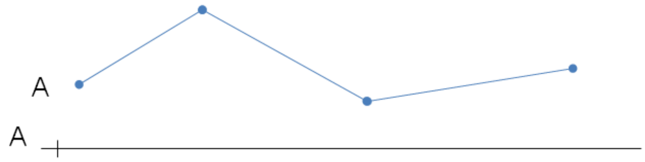


Figura 22 - Tarefa 7: Adição de segmentos de reta
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

O professor pergunta às crianças quais são suas sugestões para medir o comprimento total com medida A. Elas verificam que para medir o comprimento com medida A, é necessário medir cada segmento da linha quebrada individualmente. A unidade de medida utilizada para medir cada segmento de reta deve ser o mesmo. Após o procedimento de medição dos segmentos, a operação a ser realizada para obtenção do valor total da medida A, será a soma das medidas de cada segmento de reta (Figura 23).

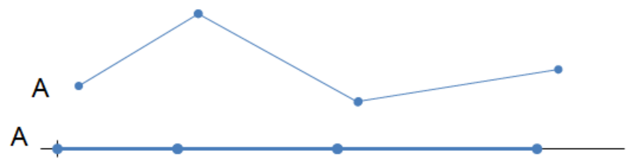


Figura 23 - Tarefa 7: Relação parte-todo
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Para Caraça (1951), operações como medir e contar são realizadas frequentemente na atividade humana. Davydov e seus colaboradores propõem às crianças a medição de grandezas diversas e com diferentes unidades de medidas formadas por grandezas da mesma espécie, desde o primeiro ano do Ensino Fundamental. Enquanto que as proposições tradicionais analisadas iniciam medição sem o devido cuidado com as grandezas e suas correspondentes unidades de medidas congêneres. O foco é para a contagem discreta e consideram-se as mãos e/ou os pés como unidade de medida (Figura 24).

Figura 24: A utilização dos palmos para determinar a largura da janela
Fonte: (DANTE, 2008, p. 129 – 1º ano)

A análise da figura 24 nos leva a alguns questionamentos: Largura é uma grandeza? Ou seria o comprimento da largura? Supomos que no comprimento da largura da janela não caiba um número inteiro de vezes o palmo da criança, como proceder? Cortaríamos a mão da criança?

A “atividade” em análise seria interessante para mostrar às crianças do primeiro ano do Ensino Fundamental que, ao medir qualquer comprimento, seja da altura, largura ou profundidade de um objeto, com a utilização das mãos ou outra parte do corpo humano como unidade de medida, seriam obtidos resultados de medições distintas. Afinal, cada criança possui medidas diferentes. Portanto, neste momento haveria a necessidade de estabelecer uma unidade de medida padrão comum.

Todavia, os livros didáticos analisados não propõem “atividades” que explicitam a necessidade de estabelecer uma unidade de medida padrão comum, conforme se pode verificar na figura seguinte (25). Nesta, as crianças continuam a utilizar as mãos para medir. Ou seja, é para elas pensarem e agirem primitivamente que a “atividade” está orientada. Não houve um avanço do primeiro para o segundo ano do Ensino Fundamental, no que tange o desenvolvimento do pensamento científico contemporâneo.

Figura 25: A utilização do palmo para determinar a largura da mesa
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 58 – 2º ano)

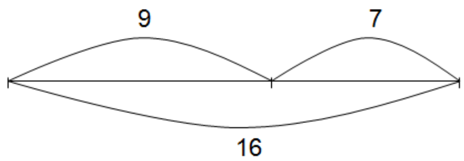
Como se pode observar, embora as figuras 24 e 25 sejam oriundas de coleções de livros didáticos distintas, a essência conceitual e metodológica é a mesma. Será que estas coleções foram elaboradas para povos primitivos?

> Nos povos primitivos de hoje, essa influência é tão grande que, em certos nomes de números, figuram partes do corpo humano – alguns dizem *duas mãos* em vez de 10, *um homem completo* em vez de 20... Noutros, ainda nem sequer existem nomes de números – quando se quer exprimir uma quantidade, fazem-se gestos com as mãos. (CARAÇA, 1951, p. 5 – grifo do autor).

Caso as coleções analisadas na presente investigação não sejam direcionadas aos povos primitivos de hoje, faz-se necessário que seus autores repensem tanto os métodos de ensino quanto o conteúdo.

Enquanto Davydov e seus colaboradores propõem tarefas com teor científico, correspondente ao estágio mais desenvolvido, que a ciência atingiu os livros didáticos, aqui analisados, apresentam situações relacionadas à primitividade do conhecimento historicamente produzido. Segundo Costa (1866), no primeiro sistema de medida, o mais antigo produzido pela humanidade, se utilizava o palmo, como unidade de medida, para medir a grandeza comprimento. No entanto, como nos alerta Davydov (1982), é obrigação da educação escolar proporcionar aos estudantes as abstrações e generalizações ao nível inteiramente moderno.

Tarefa 8: Qual das sentenças apresentadas na figura 26 não pode ser encontrada a partir do esquema? (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).



9 + 7	16 + 7	16 - 7
16 - 9	7 + 9	16 - 7 - 9

Figura 26 - Tarefa 8: Relação parte-todo
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

As proposições davydovianas propõem situações que exigem um esforço reflexivo por parte da criança para serem desenvolvidas. Todas as operações propostas na tarefa (Figura 26) poderiam ser resolvidas se não fosse estabelecida uma condição para tal desenvolvimento. Qual seja, resolvê-las a partir do esquema. A relação parte-todo expressa no esquema impossibilita a realização da operação 16 + 7. Trata-se de uma impossibilidade proposta por Davydov e seus colaboradores para verificar a compreensão ou não pela criança da relação parte-todo.

Na tarefa em análise, Davydov e seus colaboradores apresentam as operações fundamentais de adição e subtração como operações inversas. Vale esclarecer que as operações fundamentais são (CARAÇA, 1951):

Diretas	**Inversas**
Adição	Subtração
Multiplicação	Divisão
Potenciação	Radiciação

Bezout (1791) denomina as quatro operações fundamentais da Aritmética como Espécies. “Todas as questões, que se podem propor sobre os números, se reduzem finalmente a praticar alguma destas *Espécies*, ou todas elas” (Idem, p. 14 - grifo do autor).

O problema da inversão consiste no seguinte: “dado o *resultado* da operação e um dos *dados,* determinar o outro dado” (CARAÇA, 1951, p. 20 – grifo do autor). A resolução deste, implica estabelecer novas operações a fim de solucionar determinado caso, estas “chamam-se operações inversas das primeiras” (Idem, p. 20). De acordo com Caraça (1951) e Costa (1866), no contexto apenas dos números naturais, as operações inversas são, na maioria dos casos, impossíveis de serem realizadas.

A partir da definição apresentada por Caraça (1951), elaboramos a seguinte síntese de movimento inverso entre as operações de adição e subtração:

Adição → subtração: dada a soma e o adicionador, determinar o adicionando.

Subtração → adição: dada a diferença e o subtraendo, determinar o minuendo.

Com base na operação particular 9 + 7 = 16, apresentada por Davydov e seus colaboradores na tarefa em análise (tarefa 8), temos (Figura 27):

Adição: 9 + 7 = 16

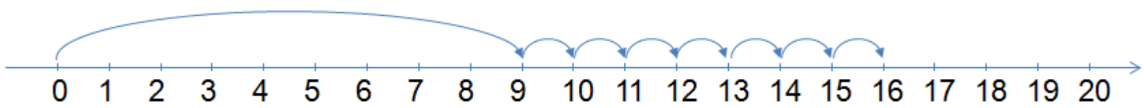


Figura 27 – Tarefa 8: Representação geométrica da operação de adição
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Expressão geral da adição: a + b = c

Ao número ***a*** dá-se o nome de adicionando (9). Ao número ***b*** (7), adicionador. Na soma o adicionando representa um papel passivo. O adicionador um papel ativo (CARAÇA, 1951).

<u>Subtração</u>: a operação inversa da adição.

Retomemos a operação particular anteriormente apresentada: 9 + 7 = 16. A representação geométrica da sua inversa (Figura 28), a partir da definição apresentada por Caraça (1951) consiste em dada a soma (16) e o adicionador (7), determinar o adicionando (9).

16 – 7 = ____

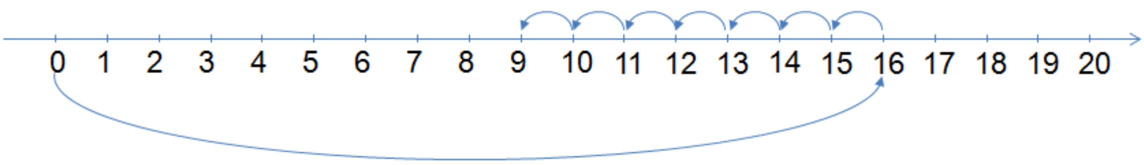


Figura 28 - Tarefa 8: Representação geométrica da operação de subtração
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

<u>Expressão geral da subtração: c - b = a</u>

Subtração é a operação pela qual se determina um número ***a*** (9) que, somado com ***b*** (7), dá ***c*** (16). Portanto: **c – b = a** → **a + b = c** (CARAÇA, 1951).

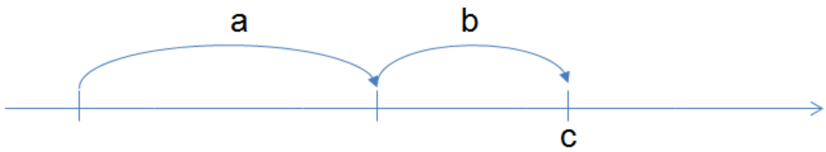


Figura 29 - Tarefa 8: Relação genérica parte-todo da operação aditiva
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

O movimento inverso da operação da adição apresentado anteriormente (Figura 29) consiste em (Figura 30):

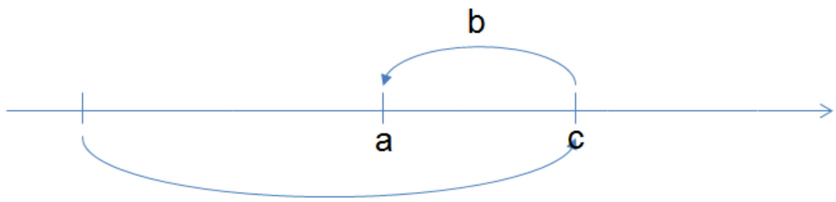


Figura 30 – Tarefa 8: Relação genérica parte-todo da operação subtrativa
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Nas representações genéricas apresentadas geometricamente nas figuras anteriores (29 e 30), está objetivado o movimento interno entre a operação de adição e sua operação inversa, a subtração. O referido movimento é expressão das propriedades matemáticas apresentadas por Caraça (1951). Tal constatação nos permite afirmar que as proposições davydovianas contemplam as significações científicas de tais operações, pois:

> A inversão consiste em – dada a soma e uma das parcelas, determinar a outra. Deveria haver duas operações inversas, conforme se pedisse o *adicionando* ou o *adicionador,* mas, em virtude da *propriedade comutativa* da adição, os papeis das duas parcelas podem trocar-se, e as duas inversas fundem-se numa só, que se chama *subtração*. (CARAÇA, 1951, p. 20 – grifo do autor).

Desse modo, demos continuidade às demais propriedades das operações de adição e subtração:

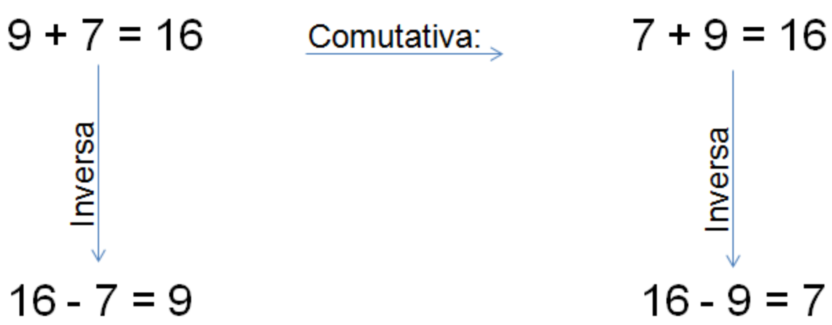


Figura 31 - Tarefa 8: Relação parte-todo
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

A representação literal da operação comutativa, segundo Caraça (1951, p. 18) consiste em "a + b = b + a". Portanto, na operação comutativa 7 + 9 = 16, temos a seguinte representação geométrica (Figura 32):

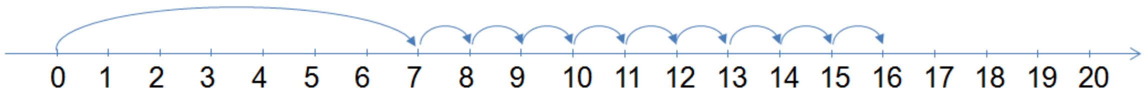


Figura 32 - Tarefa 8: Representação geométrica da operação comutativa
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

E a inversa da comutativa (16 – 9 = 7), geometricamente, pode ser assim representada (Figura 33):

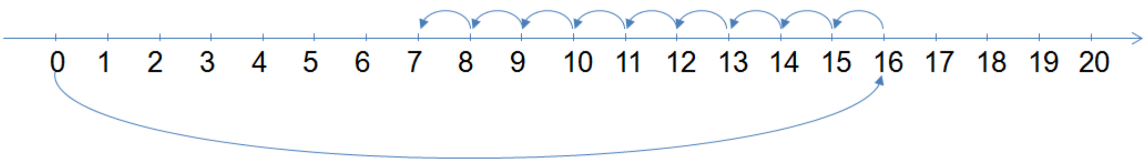


Figura 33 - Tarefa 8: Representação geométrica da operação inversa da comutativa
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Desse modo, a relação parte-todo constitui a base para a introdução das operações de adição e subtração em Davydov. Diferentemente das proposições brasileiras, aqui analisadas. A "atividade" seguinte (Figura 34) apresenta o modo de como um dos livros didáticos aborda a relação parte-todo.

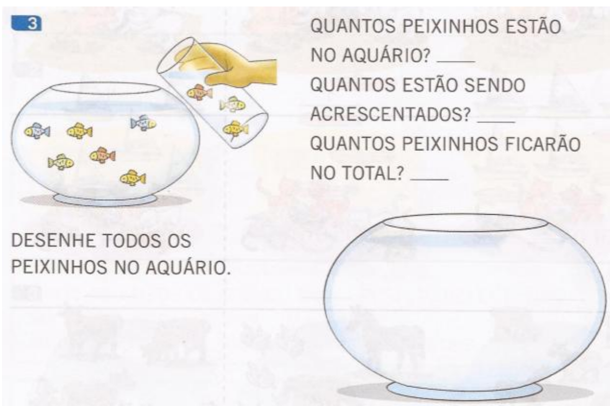


Figura 34: Relação parte-todo
Fonte: (DANTE, 2008, p. 60 – 1º ano)

A situação anterior (Figura 34) consiste em uma “atividade” com o fim em si mesma. Não há relações com as “atividades” anteriores e posteriores. São raras as situações que envolvem as grandezas contínuas, tais como, área, comprimento, massa, capacidade, entre outras. Trata-se de proposições que, com frequência, apresentam “atividades” relacionadas à grandeza discreta, conforme pode-se observar nas “atividades” seguintes (Figuras 35, 36, 37 e 38).

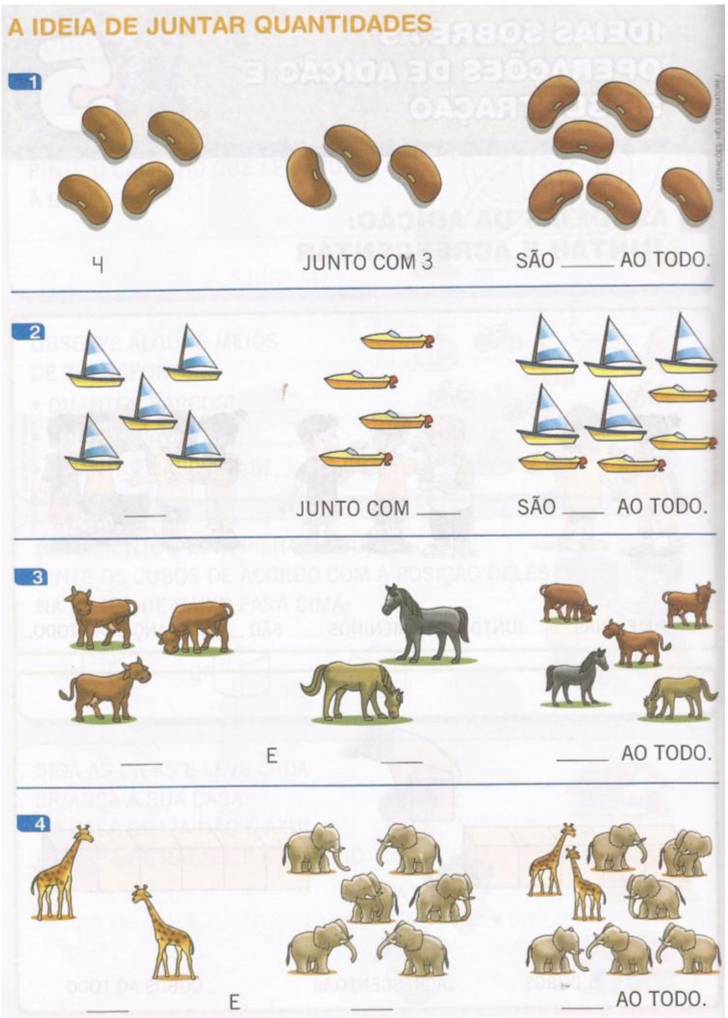


Figura 35: Ideia de adição para o primeiro ano do Ensino Fundamental
Fonte: (DANTE, 2008, p. 58 – 1º ano)

Figura 36: Outra ideia de adição para o primeiro ano do Ensino Fundamental
Fonte: (DANTE, 2008, p. 59 – 1º ano)

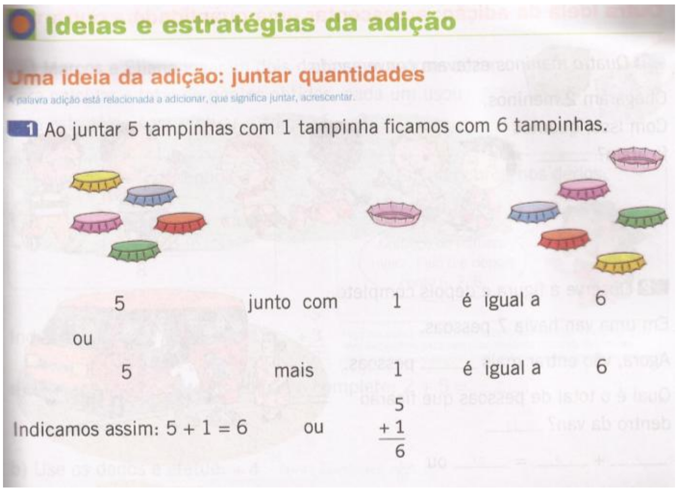


Figura 37: Ideia de adição para o segundo ano do Ensino Fundamental
Fonte: (DANTE, 2008, p. 35 – 2º ano)

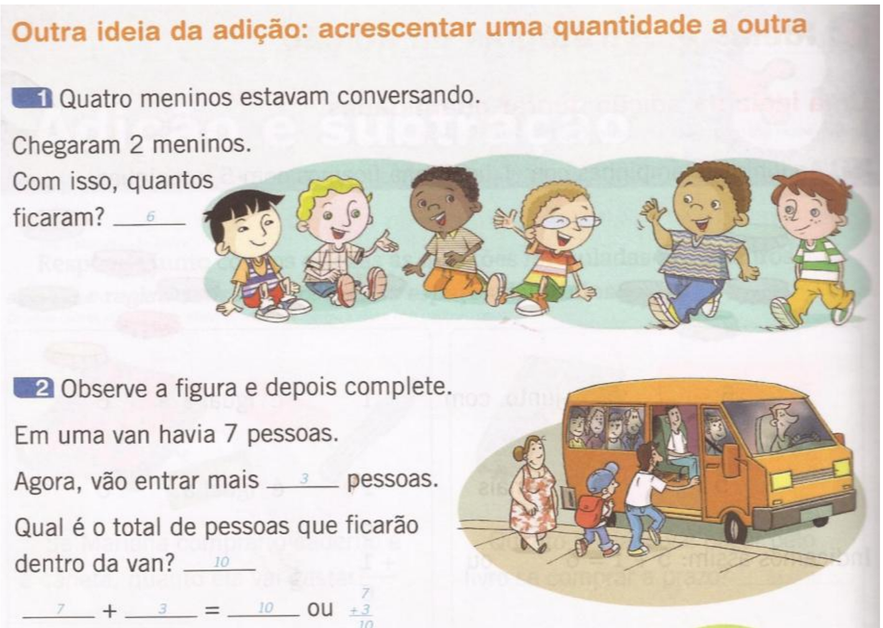


Figura 38: Outra ideia de adição para o segundo ano do Ensino Fundamental
Fonte: (DANTE, 2008, p. 36 – 2º ano)

Com base na análise das figuras anteriores (35, 36, 37 e 38) que caracterizam o ensino da operação da adição nas proposições brasileiras aqui analisadas, detectamos que não houve uma evolução conceitual do livro referente ao primeiro para o segundo ano do Ensino Fundamental. As ideias da operação de adição subjacente às proposições brasileiras em referência são a de juntar e acrescentar. Sempre empiricamente relacionada com a quantidade discreta que cada número da operação representa. A mesma metodologia é utilizada na operação de subtração com as ideias de tirar e comparar.

<u>Tarefa 9</u>: Determine os valores das seguintes operações (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

10 – 6 + 3 =	10 – 2 – 3 =
10 – 3 – 2 =	7 + 3 – 4 =
8 – 3 + 5 =	2 + 8 – 9 =

Outra propriedade da adição e subtração, apresentada por Caraça (1951) é a propriedade da associativa. Segundo o autor (1951, p. 18), no contexto da adição “a associativa consiste em: a + (b + c) = (a + b) + c; e para mais de duas parcelas: a + b + c + d = (a + b + c) + d e assim sucessivamente para qualquer número de parcelas”. Para a operação inversa da adição, a subtração, segue as seguintes propriedades associativas (CARAÇA, 1951):

a + (b – c) = (a + b) – c

a – (b + c) = (a – b) - c

a – (b – c) = (a + c) – b

(a + c) – (b + c) = a – b

(a – c) – (b – c) = a – b

Na tarefa davydoviana em referência (9), as situações propostas não contemplam todas as propriedades apresentadas anteriormente, apenas algumas delas, conforme segue:

a) 10 – 6 + 3

a + (b + c) = (a + b) + c

10 + (-6 + 3) = (10 – 6) + 3

10 – 3 = 13 – 6

7 = 7

b) 10 – 3 – 2

10 + (-3 - 2) = (10 – 3) – 2

10 + (-5) = 7 – 2

10 – 5 = 7 – 2

5 = 5

c) 7 + 3 – 4

a + (b – c) = (a + b) – c

7 + (3 – 4) = (7 + 3) – 4

$7 + (-1) = 10 - 4$

$7 - 1 = 10 - 4$

$6 = 6$

Para o desenvolvimento das demais operações, segue-se o mesmo movimento que as anteriores. Porém, cabe destacar as propriedades em que estas se inserem.

$8 - 3 + 5 \rightarrow$ propriedade associativa da adição.

$10 - 2 - 3 \rightarrow$ propriedade associativa da adição.

$2 + 8 - 9 \rightarrow$ propriedade associativa da subtração.

Quanto ao movimento de sinais adotado nas operações anteriores, Costa (1866, p. 105), explica que,

> estes princípios traduzem-se pelo seguinte modo: Quando um parênteses encerra quantidades aditivas e subtrativas, e é precedido pelo sinal -, pode-se eliminar esses parênteses, trocando os sinais de adição pelos de subtração e reciprocamente; e para encerrar num parênteses numa ou muitas adições e subtrações, se o parênteses tiver o sinal -, será necessário inverter os sinais de adição em subtração e vice-versa.

Tais propriedades não estão explicitas nas proposições davydovianas. Trata-se da nossa análise sobre tais proposições a luz dos fundamentos da Matemática. Nossa pretensão é revelar os conceitos científicos matemáticos obscurecidos pela aparência externa da proposta.

Diferentemente das proposições davydovianas, são raras as “atividades” propostas nos livros didáticos analisados, que contemplam adição e subtração em uma mesma situação, porém, sem mencionar a relação inversa entre ambas, como por exemplo, a figura 39.

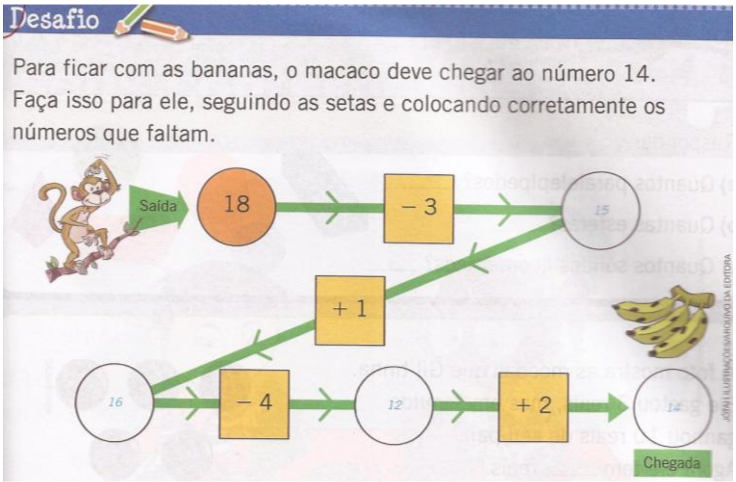


Figura 39: Adição e subtração
Fonte: (DANTE, 2008, p. 51 – 2º ano)

A “atividade” anterior (Figura 39) é intitulada como um “desafio” para as crianças. O que os livros didáticos apresentam como desafio, Davydov e seus colaboradores propõem como tarefas. Esse é o objetivo em todas as tarefas: desafiar os estudantes. Vale ressaltar que na “atividade” em análise, o foco direcionador para o desenvolvimento da mesma não incide em um sistema de operações, mas em ajudar o macaco encontrar as bananas.

Tarefa 10: Determine o comprimento do fio na parte curva. Construa um esquema que represente a relação parte-todo (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

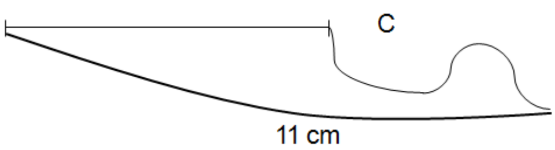


Figura 40 – Tarefa 10: Comprimento do fio na parte curva
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Nessa tarefa (Figura 40), as crianças dispõem do valor do todo (11 cm), mas desconhecem os valores das partes. Para determiná-las, é necessário medir o segmento de reta com uma régua, já que o comprimento total do segmento C indica que a unidade de medida utilizada para a grandeza comprimento, foi o centímetro.

Feito este movimento, é possível calcular o comprimento da parte curva, pois o outro valor até então desconhecido foi determinado. Supomos que o comprimento do segmento de reta medido pelas crianças resultou em seis centímetros (Figura 41).

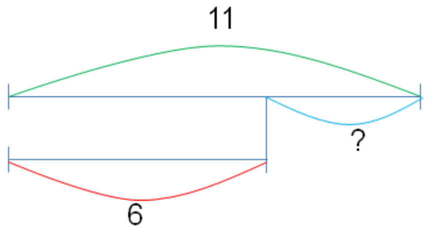


Figura 41 – Tarefa 10: Relação parte-todo
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Para determinar o comprimento da medida na parte curva (desconhecida), basta subtrair a parte formada pelo segmento de reta (6 cm) do todo (11 cm). O movimento proposto na tarefa davydoviana para determinar o valor da medida do comprimento na parte curva, é realizado a partir da operação subtrativa. Logo, o valor da medida desconhecida do comprimento na parte curva é de 5 cm, pois 11 – 6 = 5.

Apenas um dos livros didáticos analisados menciona que a adição e a subtração são operações inversas (Figura 42).

Figura 42: Operações inversas
Fonte: (DANTE, 2008, p. 47 – 2º ano)

Cabe destacar que para chegar nesta etapa (Figura 42), primeiro foram propostas somente “atividades” com a operação de adição, depois com a operação de subtração. Ou seja, ambas as operações foram apresentadas separadamente, como se uma não tivesse relação com a outra.

Mesmo que a “atividade” em análise faça referência às operações inversas, há certo distanciamento entre as proposições tradicionais e davydovianas. Na Figura 42 utilizaram-se maçãs, como representação direta das quantidades discretas envolvidas. Diferente de Davydov e seus colaboradores que envolvem também as grandezas contínuas. A tarefa 10, por exemplo, envolve o comprimento de segmentos de reta e linha curva (elementos da geometria), além dos elementos algébricos (comprimento C) e aritméticos (os valores 11 e 6). Enquanto que as proposições tradicionais analisadas limitam-se aos elementos aritméticos. Carecem de inter-relações conceituais que envolvam os elementos algébricos, aritméticos e geométricos. Rosa (2012, p. 31) apoiada em Aleksandrov (1976) diz que:

> A aritmética e a geometria não só aplicam uma à outra como também são fontes de outros métodos, ideais e teorias gerais. Para medir o comprimento de um objeto, adota-se certa unidade e calcula quantas vezes é possível repetir essa operação: o primeiro passo (aplicação) é de caráter geométrico, o segundo (cálculo) é aritmético.

A relação entre comprimento e unidade é de caráter algébrico (ROSA, 2012). Desse modo, podemos afirmar, assim como Rosa (2012) que as proposições davydovianas contemplam as significações aritméticas, algébricas e geométricas de modo inter-relacionado.

Tarefa 11: Complete os espaços em branco de modo que torne as operações equivalentes (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

$6 + 4 = 4 + \boxed{}$ $8 – 5 = 10 - \boxed{}$ $10 – 8 = 8 - \boxed{}$

$3 + 5 = 10 - \boxed{}$ $10 – 6 = 8 - \boxed{}$ $a + c = c + \boxed{}$

Esta tarefa contempla as significações aritméticas e algébricas com foco para a equivalência e, também, envolve a propriedade comutativa da adição, conforme segue:

6 + 4 → comutativa → 4 + 6;

8 – 5 → equivalência → 10 – 7;

10 – 8 → equivalência → 8 – 6;

3 + 5 → equivalência → 10 – 2;

10 – 6 → equivalência → 8 – 4;

a + c → comutativa → c + a.

A relação entre dois números, segundo Costa (1866, p. 117 – grifo do autor) surge "da comparação elementar de dois números dados, quaisquer, A e B, não podem resultar senão duas relações possíveis, que consistem na *igualdade* ou na *desigualdade* de suas grandezas respectivas". A relação considerada na tarefa 11 incide na igualdade. De forma genérica, obtém-se a igualdade A = B, porque "pode-se adicionar um mesmo número aos dois membros de uma igualdade, ou deles subtraí-lo" (COSTA, 1866, p. 117). Tais significações científicas da matemática são contempladas nas proposições davydovianas.

As proposições brasileiras, aqui analisadas, por sua vez, enfatizam aspectos secundários, externos ao conceito em detrimento de sua essência. As "atividades" são geralmente relacionadas de forma direta ou indireta ao cotidiano da criança. Já apresentamos as amarelinhas para identificar o número antecessor, as pegadas e palmos para determinar o comprimento, maçãs para representar operações inversas e etc.. Com isso, "o conteúdo matemático torna-se restrito aos parâmetros daquilo que pode ser apropriado fora da escola pelo cotidiano. Assim, a prática escolar desescolariza o indivíduo” (GIARDINETTO, 1997, p. 20).

Além das relações com situações do cotidiano da criança, as “atividades” também são apresentadas com alguns adereços que as deixam mais coloridas (Figura 43).

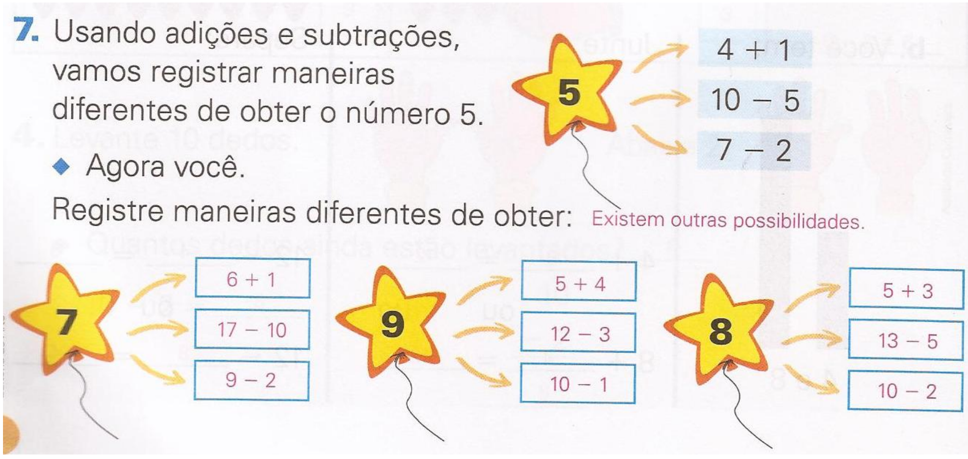


Figura 43: Registros diferentes com a mesma igualdade
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 88 – 2º ano)

Nesta “atividade”, o adereço utilizado foi o balão em formato de estrela, na cor amarela. A proposição é que se opere de três “maneiras” diferentes para obtenção das igualdades 7, 9 e 8. Porém, do modo como está exposta a “atividade” questionamos: Que igualdades? Os números 7, 9 e 8 estão dentro de um balão. Existe relação de balões com a equivalência em matemática? Afinal, a humanidade já não produziu um símbolo específico (=) para representar a equivalência existente entre o balão e a operação que será desenvolvida?

<u>Tarefas 12</u>: Há dois recipientes de formas diferentes sobre a mesa (Figura 44), é necessário acrescentar o volume de água num dos recipientes para deixá-lo com o mesmo volume de líquido do outro. O problema, é que a diferença de volume a ser acrescentada não está clara. Cabe as crianças apresentarem sugestões que possibilitem o desenvolvimento da tarefa. É possível que elas sugiram modos

diferentes de transferência de líquido. O professor irá julgá-los trabalhosos demais (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

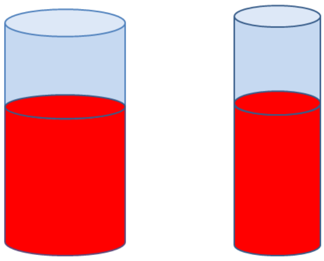


Figura 44 – Tarefa 12: Recipientes com volumes de líquidos diferentes
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

O professor informa que os volumes foram medidos com a unidade de medida T (apresenta-lhes a medida T) e por meio desta, foram obtidos os seguintes valores 32T e 27T (Figura 45). Como podemos determinar a diferença entre os volumes a partir dos valores apresentados, com o auxílio da calculadora? (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

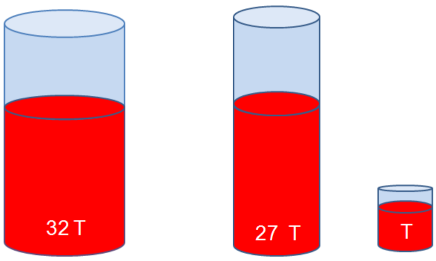


Figura 45 – Tarefa 12: Recipientes com volumes de líquidos diferentes e uma unidade de medida
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

O professor lembra as crianças que o esquema pode ajudá-las na definição da operação a ser realizada. E sugere que elas desenvolvam um modelo no caderno. Pode ocorrer que algumas crianças sugiram um modelo comumente utilizado nas últimas tarefas, conforme a figura 46 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

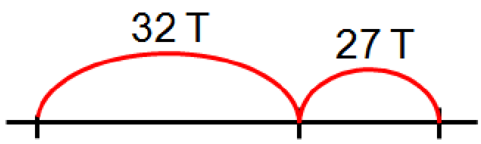


Figura 46 – Tarefa 12: Esquema relação parte-todo
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Neste esquema (Figura 46), as crianças terão dificuldades em determinar o valor desconhecido. E mesmo que elas consigam mostrar a diferença como parte do valor maior, deve concluir que, apesar do esquema estar correto, não ficou suficientemente claro. Não está explícito que o valor desconhecido nada mais é que a diferença entre o valor maior e o valor menor (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Como proceder no esquema para que este represente a situação problema apresentada? O professor sugere que os segmentos sejam localizados um abaixo do outro (Figura 47) e questiona sobre a representação da diferença no novo esquema. As crianças discutem a questão em pares, apresentam suas sugestões e concluem, com orientação do professor, que a diferença é parte do valor maior. E qual *é a outra parte?* Esta é igual ao valor menor (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

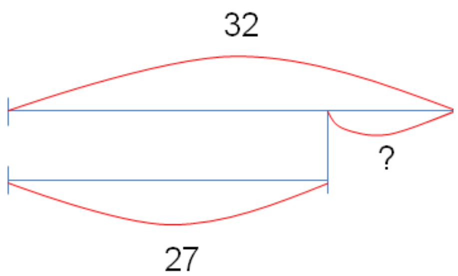


Figura 47 – Tarefa 12: Novo esquema da relação parte-todo
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Agora já é possível calcular o valor desconhecido. A resposta (5T) é obtida com o auxílio da calculadora e registrada no esquema (Figura 48). Para finalizar essa primeira etapa da tarefa, o professor acrescenta a diferença no recipiente com menor volume de líquido (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

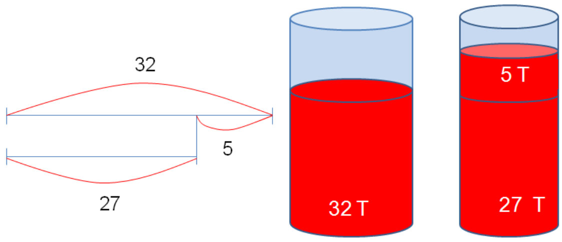


Figura 48 – Tarefa 12: Acréscimo da diferença
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Na sequência, para verificar a igualdade dos volumes, transfere-se o líquido para um terceiro recipiente igual pela forma e tamanho a um dos outros dois (Figura 49). O professor acentua que a diferença entre os volumes é uma parte do valor maior (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

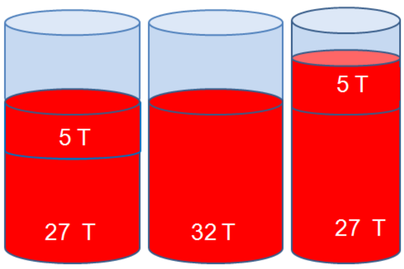


Figura 49 – Tarefa 12: Verificação da equivalência
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Em síntese, para determinar a diferença foi necessário subtrair o valor menor do valor maior. Ou seja: 32T – 27T = 5T.

<u>Tarefa 13</u>: Determine a diferença entre as duas grandezas e represente-as no esquema em construção (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

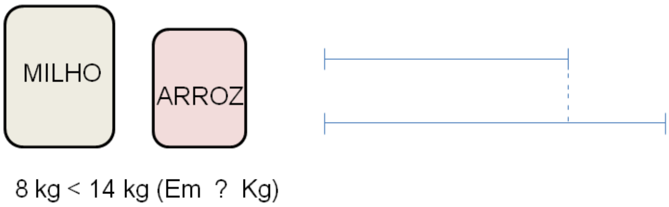


Figura 50 – Tarefa 13: Subtração entre grandezas
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Para as crianças determinarem a diferença, primeiramente, faz-se necessário identificar no esquema os valores correspondentes ao todo e as partes (Figura 51). A representação no esquema é orientada pela informação simbólica (<) apresentada na tarefa. Tal simbologia é adotada com frequência nas proposições davydovianas.

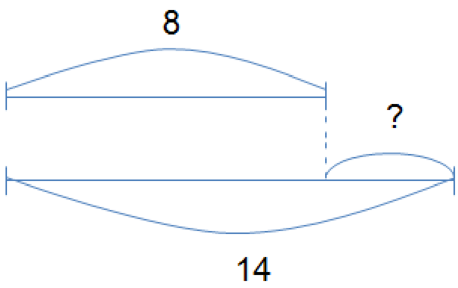


Figura 51 – Tarefa 13: Determinar a diferença entre as grandezas
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Com base na análise do esquema (Figura 51), conclui-se que para determinar o valor desconhecido, opera-se com a subtração. Pois, dispomos dos seguintes valores: o todo (14) e uma das partes (8). No contexto da operação de subtração temos: o minuendo (14) e o subtraendo (8). A representação aritmética de tal movimento é 14 – 8 = 6. Portanto, a diferença é 6 kg.

Por outro lado, a "atividade" subsequente (Figura 52), de uma proposição brasileira, aqui analisada, apresenta a seguinte situação:

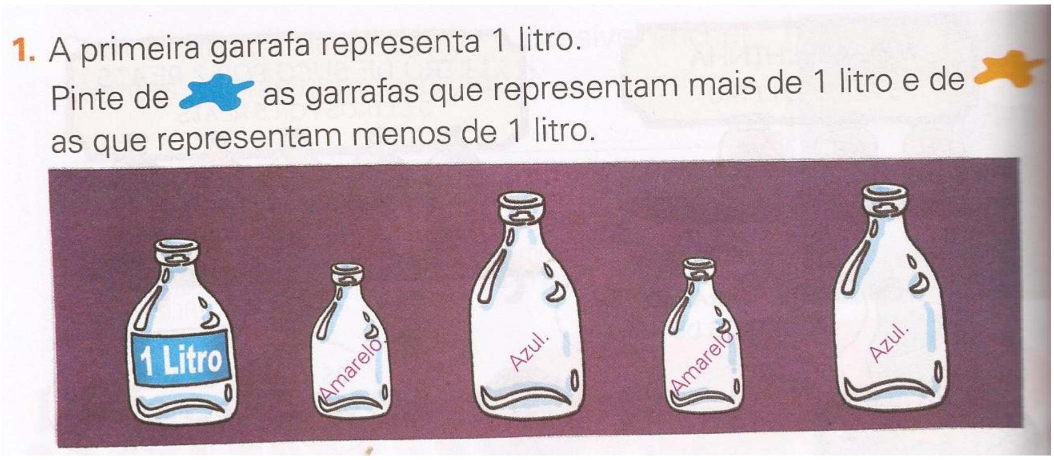


Figura 52: Capacidade
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 164 – 2º ano)

Esta “atividade” (Figura 52) é dada de forma estática, não coloca a criança em atividade. Para determinar quais garrafas apresentam mais ou menos que um litro, basta que a criança observe a imagem. Além disso, esta e as demais “atividades” analisadas, na presente investigação, carecem de símbolos matemáticos, a fim de representar, de modo abstrato, as relações entre uma grandeza e outra. Raramente contemplam os símbolos de maior (>) e menor (<), na maioria das vezes, se limitam nas representações visuais de objetos dados empiricamente.

<u>Tarefa 14</u>: Identifique as grandezas e determine a diferença entre elas a partir dos esquemas, com o auxílio da calculadora (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

47 m < 52 m (Em ? m) 35 ℓ > 29 ℓ (Em ? ℓ)

Figura 53 – Tarefa 14: Determinar a diferença entre as grandezas
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Para proceder corretamente o movimento da operação de subtração a ser realizada com o auxílio da calculadora, no primeiro esquema, as crianças identificam os valores do todo (52 – minuendo) e uma das partes (47 – subtraendo). Desse modo, as crianças operam com o auxílio da calculadora: 52 – 47 = 5. Cabe destacar que Davydov e seus colabores propõem, frequentemente, tarefas que envolvam grandezas contínuas. Ainda no primeiro esquema, temos que, a unidade de medida é o metro, cuja grandeza é o comprimento. Portanto, não basta a realização correta da operação na calculadora, mas, também o registro da unidade de medida da diferença (5 m). Ou seja, apenas o registro do número 5 para representar o valor da diferença determinada, não satisfaz a condição estabelecida pela tarefa. Segundo Costa (1866, p. 169), “a unidade por excelência do novo sistema é o metro: desta derivam-se todas as outras”.

Para a segunda situação, da tarefa em análise, a unidade de medida é o litro e a grandeza, é o volume. Faz-se necessário registrar os valores propostos (parte-todo) no esquema (Figura 54). Com a identificação dos valores 35 ℓ (todo/ minuendo) e 29 ℓ (parte – subtraendo), as crianças determinam a diferença (6 ℓ), com o auxílio da calculadora.

As proposições davydovianas (Figura 53) abordam diferentes situações numa mesma tarefa. Na tarefa em análise, por exemplo, envolve grandezas e unidade de medidas distintas, num movimento entre as representações geométricas, algébricas e aritméticas. Ou seja, ora o esquema é apresentado pronto, ora deve ser construído.

47 m < 52 m (Em 5 m) 35 ℓ > 29 ℓ (Em ? ℓ)

Figura 54 – Tarefa 14: Determinar a diferença
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

De acordo com Caraça (1951, p. 30) “Há, portanto, no problema da medida, três fases e três aspectos distintos – escolha da unidade; comparação com a unidade; expressão do resultado dessa comparação por um número”. Pois Caraça, ao escrever seu livro, seguiu o movimento histórico do desenvolvimento dos conceitos matemáticos. As fases e os aspectos da medida são apresentados por Caraça só na introdução do capítulo referente aos números racionais.

> É só quando o nível de civilização se vai elevando e, em particular, quando o regime de propriedade se vai estabelecendo, que aparecem novos problemas – determinações de comprimentos, áreas, etc., - os quais exigem a introdução de novos números (CARAÇA, 1951, p. 5 - 6).

Porém, como Davydov (1982) sugere que desde os primeiros anos escolares já se considere o número real, tal ideia, subjacente ao referido conceito, é contemplada mesmo antes de sua sistematização. Assim como a tarefa 14 (Figura 53), as demais propostas por Davydov e seus colaboradores contemplam o movimento operacional gerador dos números reais. Ou seja, as proposições davydovianas, não são limitadas aos números naturais. Pois, para Davydov, conforme concluiu Rosa (2012), os conceitos de número natural e de número real possuem a mesma gênese: as relações entre grandezas discretas e contínuas.

A partir das relações entre grandezas, é possível expressar a medida de uma grandeza ao se tomar outra, da mesma espécie, como unidade de medida. Esta “é todo e qualquer objeto, que se toma para termo de comparação com todos os outros objetos da sua espécie" (COSTA, 1866, p. 9). E o número "é a reunião de muitas unidades de uma mesma espécie. E também a unidade é considerada como um número" (Idem). Em função de tais fundamentos matemáticos, Davydov (1982, p. 431) defende que o objetivo do ensino de Matemática "é criar nos alunos uma concepção circunstanciada e válida de número real a partir do conceito de grandeza".

Para tanto, são abordadas grandezas contínuas e discretas, com ênfase nas contínuas. Durante o desenvolvimento histórico do conceito de número, com a necessidade de medição "de grandezas contínuas fez-se necessário uma radical transformação do velho conceito e, ao mesmo tempo, surgiram outros novos, tais como os racionais, irracionais e inteiros" (ROSA, 2012, p. 142). A operação apenas com as grandezas discretas não permite a revelação, no ensino, do campo dos números reais em seu nível teórico-abstrato, limita-se apenas aos naturais. Tal limitação conceitual não atende a necessidade mencionada por Davydov (1982, p. 157) de "mostrar francamente às crianças a essência abstrata das matemáticas, inculcar-lhes a faculdade de fazer abstrações e de aproveitar sua força teórica".

Vale ressaltar que cada nova tarefa davydoviana está interconectada com as anteriores. Estas compõem um sistema de tarefas no qual, revela-se, progressivamente, as significações teóricas dos conceitos em seu teor científico. Durante o processo de operacionalização das situações apresentadas nas tarefas, o conceito de número é revelado no contexto geométrico, aritmético e algébrico. Nas proposições tradicionais, primeiro apresentam-se os números para depois as operações fundamentais. Em Davydov, o movimento é outro, durante o processo de operacionalização com as grandezas é que o conceito de número é revelado.

Na sequência, apresentaremos uma “atividade” extraída de um dos livros didáticos já referenciados, cuja proposição consiste em determinar a diferença entre quantidades (Figura 55).

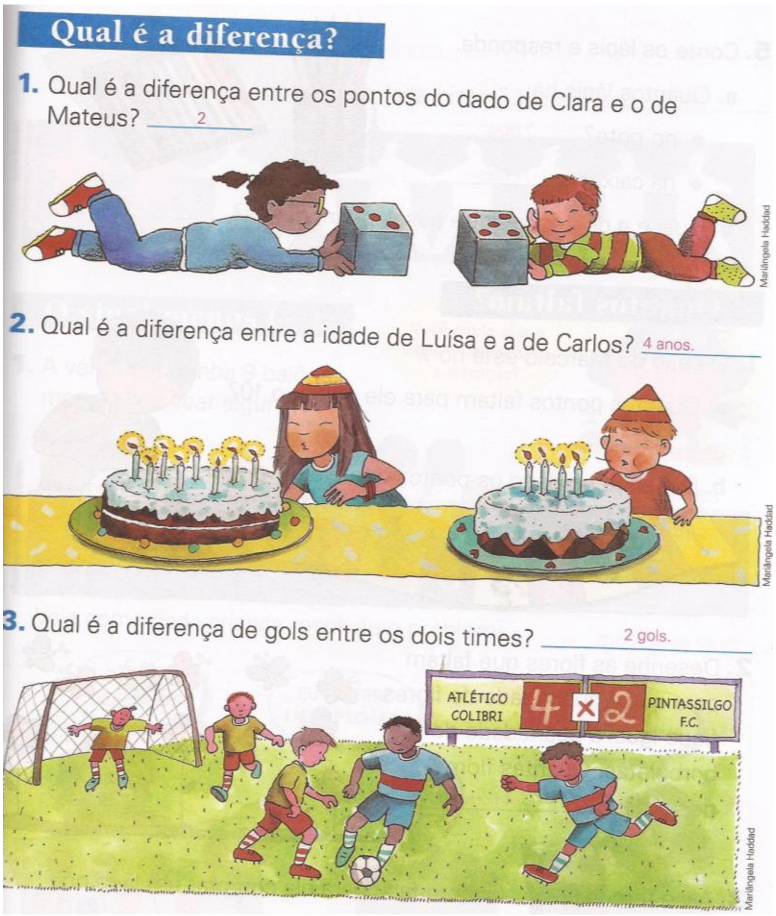


Figura 55: Determinar a diferença nas situações cotidianas
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 83 – 2º ano)

Os livros didáticos analisados propõem “atividades” que relacionadas com as de Davydov e seus colaboradores, apresentam apenas distanciamentos. Em essência, ambas as proposições são divergentes. Assim como Rosa (2012), também detectamos que as proposições tradicionais não contemplam de forma inter-relacionada as significações entre o aritmético, algébrico e geométrico. Na maioria das vezes, se limitam ao aritmético, com ênfase para a grandeza discreta no contexto de situações voltadas para o cotidiano da criança, nos limites dos números naturais.

Para Caraça (1951, p. 5) “Os povos primitivos mais atrasados que hoje se conhecem têm uma vida social tão pouco desenvolvida que, para os problemas que se lhes impõem, bastam os números naturais”. Estão os estudantes brasileiros no estágio de desenvolvimento mencionado na citação anterior? Por que os livros didáticos, aqui analisados, envolvem os conceitos que suprem as necessidades apenas dos povos primitivos? Por que limitar as proposições para o ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental apenas ao campo dos números naturais? Os números naturais são suficientes para orientar as ações humanas no nível de desenvolvimento científico e tecnológico em que a sociedade contemporânea já atingiu?

Cabe destacar que na “seção das grandezas” apresentadas nos livros didáticos analisados, carecem de “atividades” sobre a diferença entre as grandezas. Suas proposições estão voltadas para a relação direta entre objetos com instrumentos de medidas. Por exemplo, a balança para massa, o relógio para o tempo, o recipiente para o litro, entre outros.

<u>Tarefa 15</u>: Determine a diferença entre as grandezas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

15 kg e 8 kg   4 ℓ e 9 dm   10 m e 4 m

10 ℓ e 4 ℓ   10 dm e 15 dm   20 g e 10 cm

O objetivo desta tarefa consiste em verificar se as crianças compreenderam a condição necessária para operar com as grandezas. Ou seja, não é possível determinar a soma ou a diferença entre duas ou mais grandezas distintas. Os resultados esperados são os apresentados em sublinhado.

15 kg e 8 kg = <u>7 kg</u>   4 ℓ e 9 dm = <u>não é possível</u>

10 m e 4 m = <u>6 m</u>   10 ℓ e 4 ℓ = <u>6 ℓ</u>

10 dm e 15 dm = <u>5 dm</u>   20 g e 10 cm = <u>não é possível</u>

Desenvolvida a tarefa 15, o professor pergunta às crianças sugestões de correção da tarefa que possibilite a determinação da diferença entre os valores das operações até então impossíveis de serem realizadas. A alternativa será a correção de uma das unidades de medidas. Ou seja:

4 ℓ e 9 dm = <u>não é possível</u>, mas torna-se possível em: 4 ℓ e 9 ℓ = <u>5 ℓ</u> ou ainda, 4 dm e 9 dm = <u>5 dm</u>;

20 g e 10 cm = <u>não é possível</u>, mas torna-se possível em: 20 g e 10 g = <u>10 g</u> ou ainda, 20 cm e 10 cm = <u>10 cm</u>.

Este movimento foi possível porque a tarefa não está diretamente relacionada com uma grandeza particular. Trata-se de uma situação apresentada com equívocos teóricos. O objetivo é que a criança os identifique e pense nas possibilidades de correção.

Conforme já mencionamos, são raras as "atividades" no contexto das proposições brasileiras, aqui analisadas, que contemplam a diferença entre grandezas. Porém, apresentaremos uma situação sobre o conceito em questão (diferença), para evidenciar os distanciamentos entre as proposições tradicionais e davydovianas (Figura 56).

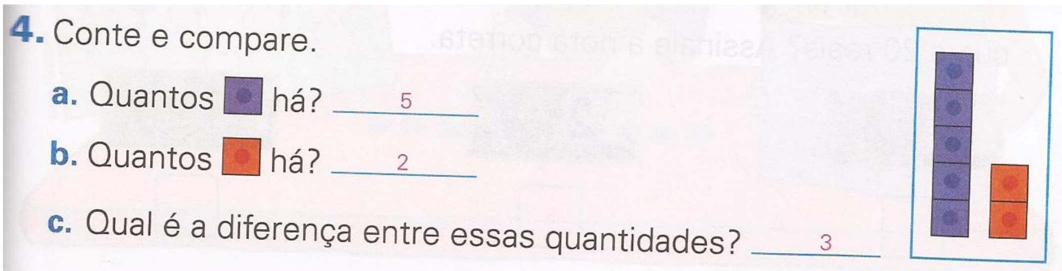


Figura 56: Determinar a diferença
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 83 – 2º ano)

A primeira vista poderíamos constatar que na lustração 56 há uma proposição que envolve relações entre grandezas contínuas (áreas): Um retângulo maior formado por unidades quadradas. Porém, a evidência, do modo como a “atividade” está organizada, é para a contagem de unidades nas cores roxo e vermelho. Vale ressaltar que tal quantidade está visualmente dada para o procedimento de contagem. Ou seja, trata-se de uma proposição de ensino, apresentada quase no final do livro didático para o **segundo ano** do Ensino Fundamental, que, envolve basicamente a contagem até cinco, dois e três, respectivamente. Tal proposição limita o ensino aos conhecimentos empíricos. Como diz Rosa (2012, p. 50), na “base do conhecimento empírico encontra-se a observação, que reflete só as propriedades externas dos objetos e, por isso, se apoia totalmente nas representações visuais”. As palavras da autora caracterizam o movimento proposto pelas proposições brasileiras.

Tarefa 16: Determine a diferença entre os números (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

a > b (em k)

a	10	9	10	8	10	9	7	10
b	7	6	6	5	2	3	4	3
k								

Figura 57 – Tarefa 16: Determinar a diferença
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Para determinar os valores das diferenças é necessário que a criança identifique a relação parte-todo entre as grandezas propostas. Ou seja, identifique os valores de ***a*** (todo) e os valores de ***b*** e ***k*** (partes) que compõem o todo. Portanto, para determinar os valores de ***k*** é necessário operar com base na operação genérica seguinte: **a – b = k**. Na qual ***a*** é o minuendo, ***b*** o subtraendo e ***k*** o resto ou diferença. Cabe destacar que o modo como a tarefa é proposta, no contexto da subtração, ***a*** e ***b*** podem assumir quaisquer valores, desde que atenda a condição determinada: ***a*** > ***b*** e ***k*** será um resultado consequente dos valores apresentados, aleatoriamente, para ***a*** e ***b***. Na sequência (Figura 58), apresentaremos os valores para ***k***, a partir dos valores propostos para ***a*** e ***b***.

	a	10	9	10	8	10	9	7	10
a > b (em k)	**b**	7	6	6	5	2	3	4	3
	k	3	3	4	3	8	6	3	7

Figura 58 – Tarefa 16: Diferenças determinadas
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

O "simbolismo literal, as correspondentes fórmulas literais e a interconexão das mesmas, consolidativo das propriedades fundamentais das grandezas, são inteiramente acessíveis às crianças" (DAVYDOV, 1982, p. 433-434). Por isso, são contempladas nas proposições davydovianas desde o primeiro ano escolar (ROSA, 2012) e prossegue nos demais anos escolares, tal como a tarefa em análise.

Por outro lado, os livros didáticos, aqui analisados, carecem da utilização das significações algébricas em suas proposições de ensino. Na sequência, apresentaremos como é abordado o conceito de maior ou menor (Figura 59).

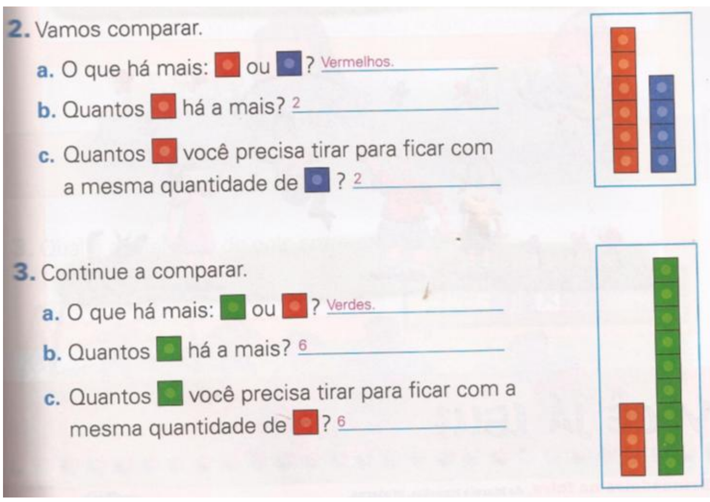


Figura 59: Subtração – a ideia de comparar
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 81 – 2º ano)

Além das limitações já mencionadas durante a análise da tarefa 16 (Figura 57), vale enfatizar que a "atividade" anterior (Figura 59), das proposições brasileiras, aqui analisadas, explicita a carência de símbolos matemáticos. Não se estabelece relação entre um objeto e outro e, ainda, com a sua representação simbólica. Não se propõe uma análise medida pelos símbolos matemáticos. Tais fragilidades impossibilita a reprodução teórica da realidade. Pois, tal como diz Davydov (1982, p. 303) "revelar e expressar em símbolos o ser mediatizado das coisas, sua generalidade, é efetuar a passagem para a produção teórica da realidade". Esta é uma das razões pelas quais os símbolos são considerados nas tarefas de Davydov e seus colaboradores.

Tarefa 17: Os números apresentados na linha superior representam o todo. Calcule o valor das partes (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

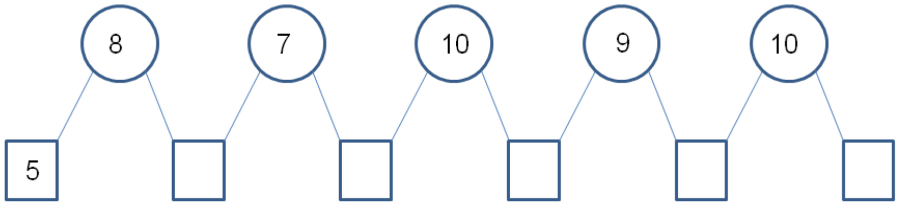


Figura 60 – Tarefa 17: Subtração
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

A figura anterior (60) contempla uma sequência com alguns valores desconhecidos (diferença). Sua determinação será possível por meio da operação subtrativa. A tarefa 17 é apresentada de forma tal que a partir de uma parte conhecida, é possível determinar as partes que compõem diversos todos subsequentes. Desse modo, a diferença entre 8 (minuendo) e 5 (subtraendo) resulta em 3 (resto ou diferença). Para se determinar a "nova" diferença, a operação consiste em 7 (minuendo) menos 3 (subtraendo) resulta em 4 (resto ou diferença), e assim sucessivamente (Figura 61). Cabe destacar que o número 3 no início da tarefa cumpria o papel de diferença. Depois, para a continuidade da mesma, foi considerado o subtraendo, para determinar uma nova diferença. Ou seja, não estão dados estaticamente, mas em um movimento, interconectado, cuja base é a operação de subtração. Conforme Rosa (2012, p. 203) “nas proposições davydovianas o número é concebido como relações”.

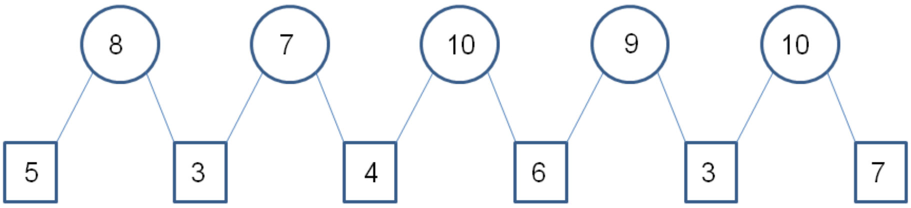


Figura 61 – Tarefa 17: Operação subtrativa
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Embora o foco seja para a operação de subtração, podemos concluir a partir da análise do esquema (Figura 61) que a soma das partes resulta no todo. Davydov e seus colaboradores propõem todo este movimento, na presente tarefa, sem a representação diretamente ligada a objetos. Ou seja, tais proposições são fundamentadas na análise entre as relações entre grandezas, mas não se limitam, em todas as tarefas, as suas representações objetais, pois a finalidade é elevá-las, gradativamente, ao plano mental.

Na “atividade” seguinte (Figura 62), apresentaremos um esquema proposto pelas proposições brasileiras, consideradas na presente investigação.

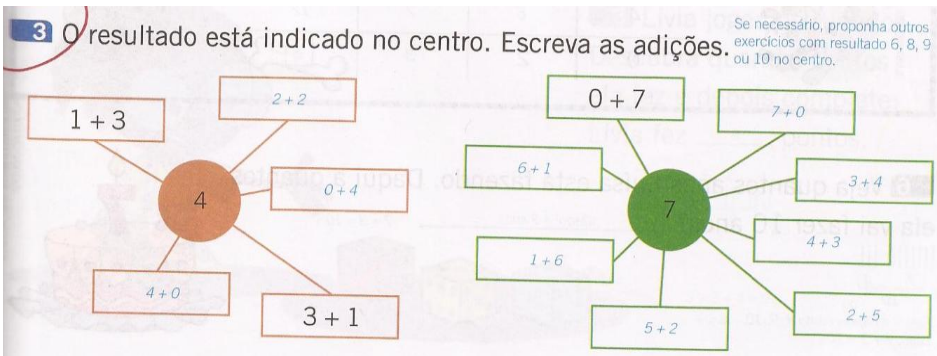


Figura 62: Esquema para a operação de adição
Fonte: (DANTE, 2008, p. 39 – 2º ano)

Sem uma análise mais comedida, poderíamos concluir que a “atividade” anterior (Figura 62) se aproxima das proposições davydovianas, afinal foi proposto uma ilustração na qual o valor do todo também é dado. Porém, o distanciamento entre ambas as proposições consiste que na tarefa davydoviana em análise (Figuras 60 e 61), é que uma parte pertence a dois inteiros. Já nas proposições tradicionais, o resultado das operações (4 e 7), que em Davydov seria o valor do todo, são apresentados de forma isolada. Ou seja, um todo não está interconectado com o outro todo e nem com as partes. Trata-se apenas de operações de adição, dadas separadamente, sem relação umas com as outras.

Tarefa 18: Complete os espaços vazios no esquema com base nas operações de adição e subtração (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

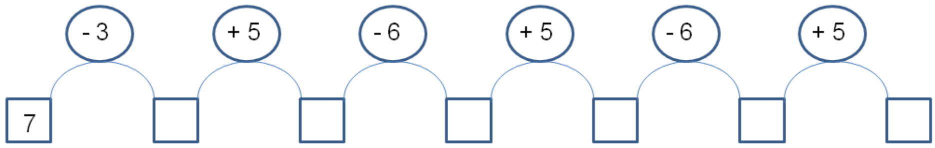


Figura 63 – Tarefa 18: Adição e subtração
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Nessa tarefa (Figura 63), um único esquema envolve as operações de adição e subtração. Para determinar os valores desconhecidos, é necessário considerar que cada novo valor desconhecido só pode ser determinado a partir dos dois primeiros já conhecidos (Figura 64).

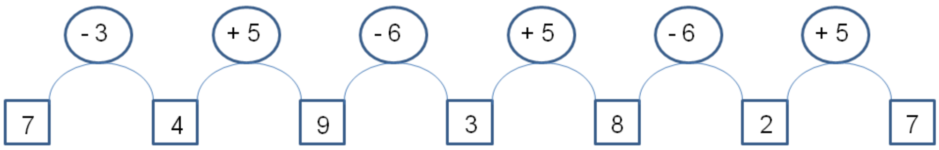


Figura 64 – Tarefa 18: Operações aditivas e subtrativas
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Em Davydov, as tarefas são inseridas num sistema de operações, ou seja, uma operação está relacionada com a outra. Os livros didáticos analisados apresentam as operações separadamente: primeiro adição e depois subtração. Cabe lembrar que a “atividade”, nas proposições brasileiras, que aborda na mesma situação ambas as operações (Figura 39), foi titulada como “desafio” pelo autor.

<u>Tarefa 19</u>: Por meio dos esquemas, determine os números desconhecidos (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

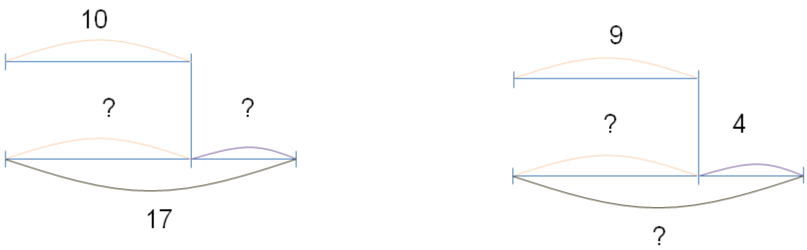


Figura 65 – Tarefa 18: Determinar os valores desconhecidos
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

O objetivo, na primeira parte da tarefa em análise (Figura 65), é apresentar às crianças situações que possibilitam a determinação dos valores desconhecidos sem a realização de cálculos. Ou seja, apenas a análise do esquema já é suficiente para identificar um dos dois valores desconhecidos em cada esquema, 10 e 9, respectivamente. Porém, para os outros dois valores desconhecidos é preciso operar respectivamente com a subtração e adição (Figura 66).

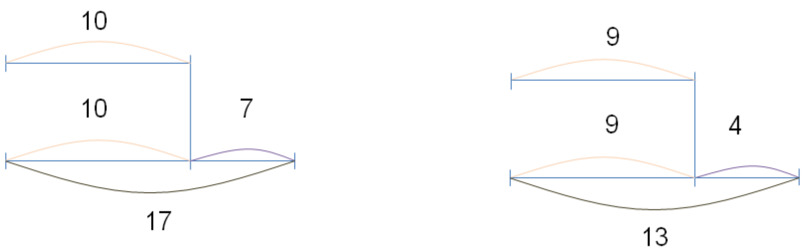


Figura 66 – Tarefa 18: Determinar os valores desconhecidos
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Davydov e seus colaboradores propõem esquemas aparentemente iguais, todavia precisamos realizar operações diferentes para determinar seus respectivos valores. No primeiro esquema, dispomos dos números 17 (todo – minuendo) e 10 (parte – subtraendo), logo: 17 – 10 = 7. Para o segundo esquema, temos os números 9 (parte – parcela) e 4 (outra parte – parcela), portanto basta somar as parcelas para determinar o todo (13).

De outro modo, um dos livros didáticos por nós analisados, apresenta a “atividade” seguinte (Figura 67):

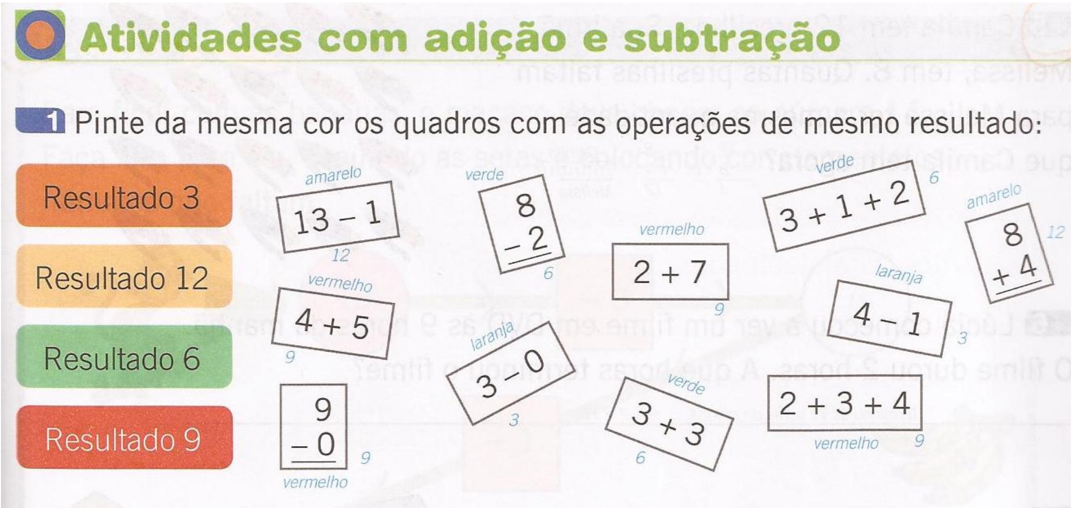


Figura 67: Adição e subtração
Fonte: (DANTE, 2008, p. 49 – 2º ano)

A “atividade” (Figura 67) contempla as operações de adição e subtração, porém se distancia das proposições davydovianas ao apresentá-las isoladamente.

<u>Tarefa 19</u>: Complete as lacunas (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

6 + 4 ... 4 + 6 a + b ... b + a

2 + 8 = 8 + $\boxed{}$ e – k ... k - e

Na presente tarefa (19), o foco consiste em revelar as interconexões internas das operações de adição e subtração no plano aritmético e algébrico. Dentre as diversas possibilidades de reflexões e conclusões, é possível analisar as relações de igualdade e desigualdade entre as operações além da propriedade comutativa. No primeiro caso é possível estabelecer a relação de igualdade com base na propriedade comutativa. No segundo (abaixo), para manter a igualdade proposta, também com base na propriedade comutativa, conclui-se que o número desconhecido é 2. Com base nessa mesma propriedade, também é possível determinar a igualdade entre **a + b** e **b + a**. Porém, a última situação (**e – k ... k – e**) requer uma análise mais cuidadosa. Pois, para constituir uma relação de igualdade, é necessário estabelecer uma condição, a de que os valores ***e*** e ***k*** sejam iguais. Por exemplo, supomos que: **e = k = 1**. Logo, 1 – 1 = 1 – 1. Cabe destacar que o valor 1 foi atribuído aleatoriamente, poderia ser qualquer outro valor, desde que se atenda a condição **e** = **k**.

Por outro lado, a "atividade" seguinte (Figura 68), extraída de uma proposição brasileira já referenciada, apresenta a seguinte situação.

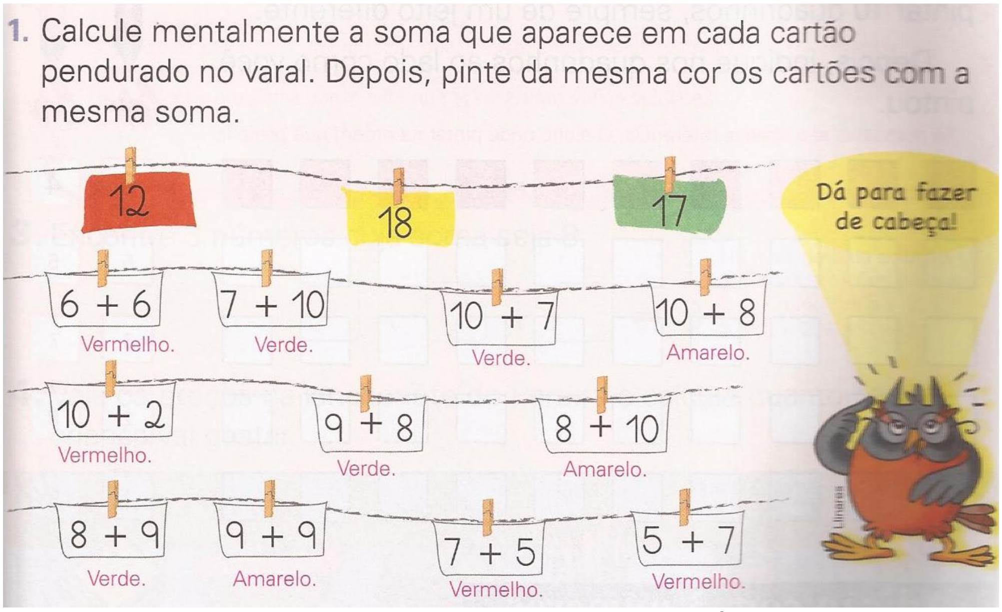


Figura 68: Relação de igualdade entre os números
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 81 – 2º ano)

O contexto no qual as operações são apresentadas não tem relação alguma com o contexto matemático. Pois, quais significações matemáticas são reveladas devido ao fato de as operações estarem registradas em cartões "pendurados" nos varais? Além disso, corujas desenvolvem os cálculos mentalmente (“de cabeça”)? Enfim, as operações, embora penduradas em um mesmo varal, não estão inter-relacionadas. Apenas a significação aritmética é abordada. As significações algébricas são relegadas, o que significa prejuízo para o desenvolvimento das crianças, pois estas, segundo Vigotski (2000), libertam o pensamento das dependências numéricas concretas e eleva a um nível mais generalizado.

Tarefa 20: Determine o valor do todo a partir das partes conhecidas. Inicialmente os números devem ser operados na sequencia em que são apresentados, por exemplo: 8 + 4 + 2 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

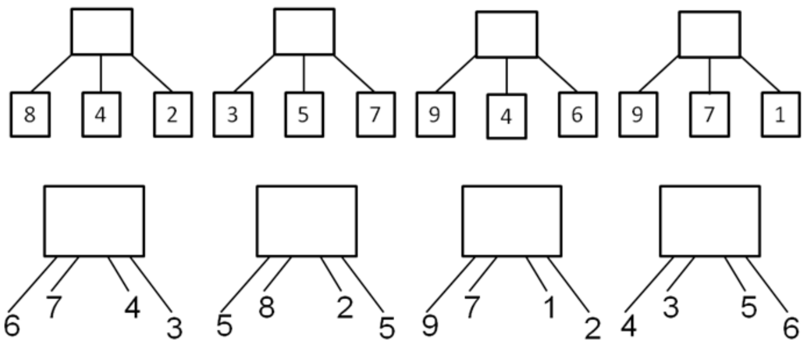


Figura 69 – Tarefa 20: Operação da adição
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Para determinar o todo, precisamos somar as partes. Porém, ao seguir a soma das partes determinadas pela sequência em que os números são apresentados (Figura 69), torna-se pouco cômodo. Por isso, o professor propõe que às crianças determinem um modo mais cômodo de operar com as partes. Este consiste em somar as duas partes que resultam em 10, para depois acrescentar a outra parte. Por exemplo, no primeiro esquema, é mais cômodo somarmos 8 + 2 = 10 + 4 = 14. No segundo, 3 + 7 = 10 + 5 = 15, e assim sucessivamente (Figura 70). Após as reflexões coletivas sobre os dois métodos, o professor ressalta a relevância do método mais cômodo para o cálculo mental. Cabe destacar que a propriedade matemática que possibilita a realização das operações pelo método mais cômodo, ou seja, que não há a necessidade de seguir a mesma ordem em que os números são apresentados para operá-los é a comutativa da adição.

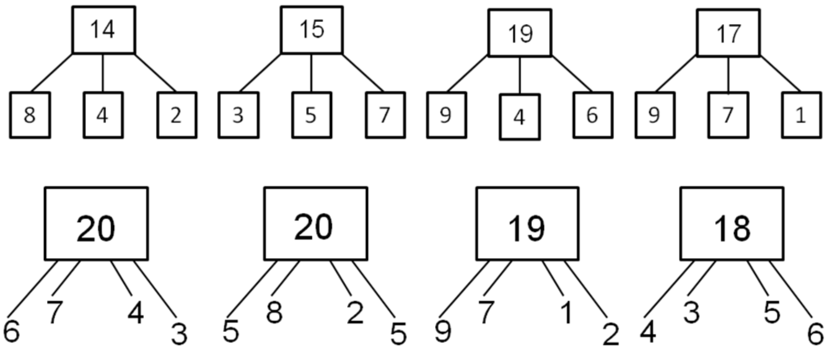


Figura 70 – Tarefa 20: Adição pelo método cômodo
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

O método mais cômodo diminui a probabilidade do erro no processo de determinação do valor do todo. Ao propor a realização das operações pelo método mais cômodo, Davydov e seus colaboradores, começam a revelar a lógica subjacente ao sistema de numeração decimal, porém, sem sistematizá-la precocemente.

Por outro lado, as proposições brasileiras que constituem a amostra da presente investigação, não apresentam tais relações. Ou seja, as operações com números maiores que 10, são realizadas a partir de representações objetais. A ênfase incide na representação das dezenas e unidades. Nas proposições que envolvem quantidades superiores a dez há um movimento de passagem da utilização dos dedos para os “tracinhos”, ou outros objetos (Figuras 71, 72, 73 e 74).

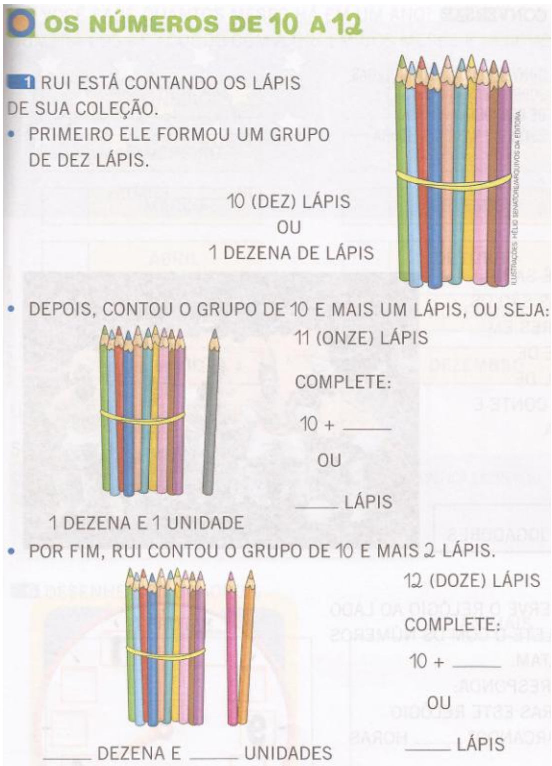


Figura 71: Dezena no contexto da adição
Fonte: (DANTE, 2008, p. 101 – 1º ano)

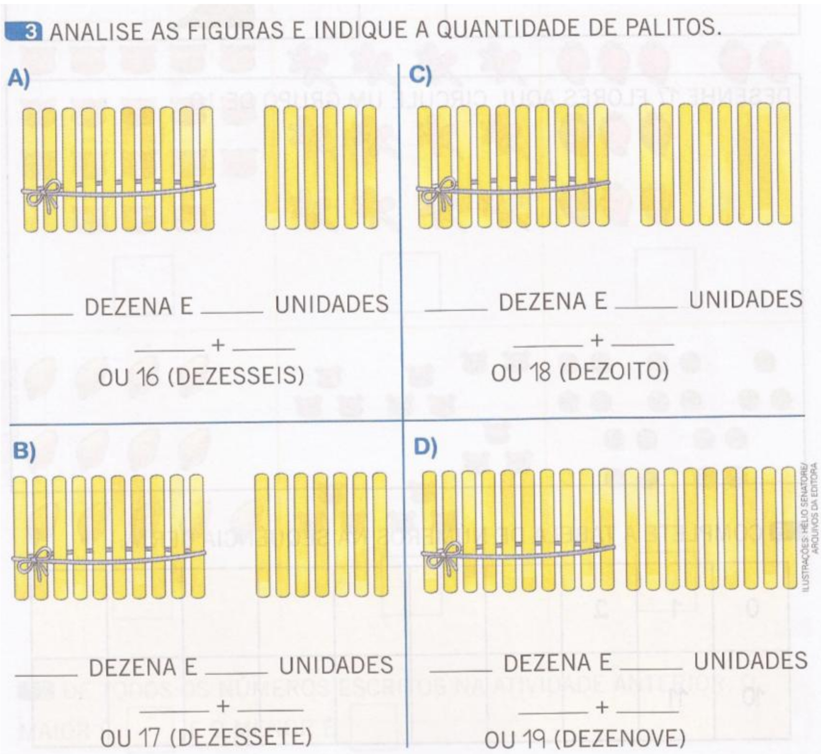


Figura 72: Adição quando passa à dezena
Fonte: (DANTE, 2008, p. 107 – 1º ano)

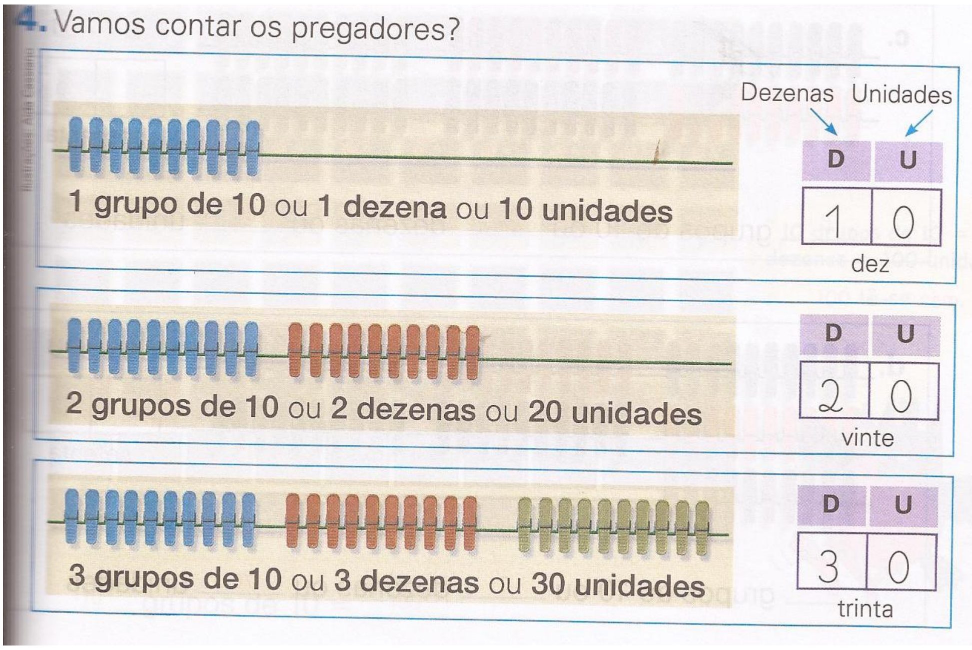


Figura 73: Soma quando passa à dezena
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 115 – 2º ano)

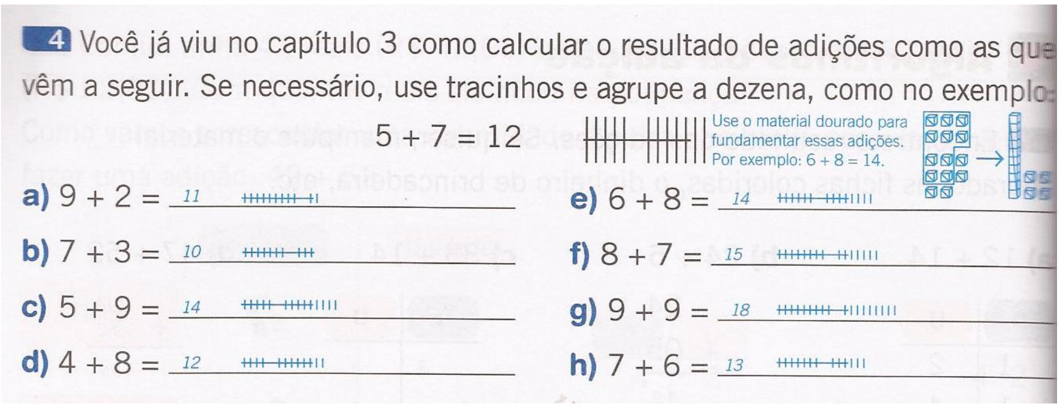


Figura 74: Adição
Fonte: (DANTE, 2008, p. 126 – 2º ano)

Desse modo, as ordens do sistema de numeração decimal são sistematizadas, empiricamente, sem a revelação de sua lógica interna. Como diz, Davydov (1982, p. 174)

> na metodologia tradicional de iniciação da criança no conhecimento dos números se fazem coincidir por certo as unidades dos números com objetos físicos soltos. A criança não distingue claramente o objeto mesmo do cálculo e os meios consolidativos do resultado. Isto é um defeito essencial do conceito de número.

A metodologia de ensino adotada nos livros didáticos (Figura s 71, 72, 73 e 74) em vez de proporem o cálculo mental, sugerem que as operações sejam desenvolvidas com base na utilização dos “tracinhos”, entre outras representações empíricas. Consta no manual do professor de um dos livros didáticos aqui analisados que “o aluno só conseguirá resolver os problemas envolvendo as quatro operações se dominar bem os conceitos, as ideias da **adição** (juntar quantidades e acrescentar uma quantidade a outra), da **subtração** (tirar e comparar)...” (DANTE, 2008, p. 36 – 2º ano - grifo do autor). As ideias de adição e subtração apresentadas na citação anterior não contemplam o movimento inverso que há entre essas duas operações e nem as fundamentam na relação parte-todo.

Tarefa 21: Analise o esquema para identificar a operação realizada (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

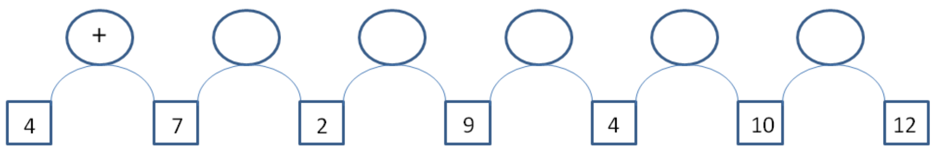


Figura 75 – Tarefa 21: Qual operação a ser utilizada?
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

O desenvolvimento da tarefa em análise (Figura 75) permite revelar o movimento interno entre as operações de adição e subtração. Ou seja, o movimento realizado do número 4 para o número 7, foi a partir da operação de adição (foram adicionadas três unidades). Do número 7 para o número 2, o movimento realizado foi com base na operação de subtração (foram subtraídas cinco unidades), e assim sucessivamente, conforme a figura 76.

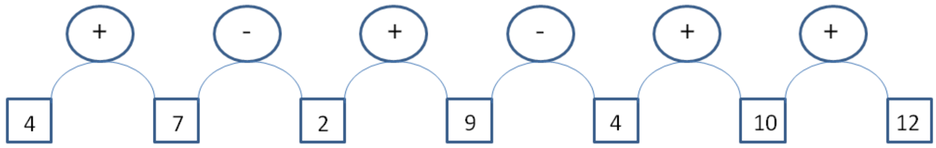


Figura 76 – Tarefa 21: Qual operação a ser utilizada?
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Para introduzir a palavra “soma” e enfatizar o significado de “diferença”, Davydov e seus colaboradores propõem as seguintes tarefas.

<u>Tarefa 22</u>: Calcule as operações 6 – 4 e 6 + 4 + 2 (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Então: 6 – 4 = 2 e 6 + 4 + 2 = 12.

O objetivo desta tarefa (22) não é apenas determinar o resultado das respectivas operações. Mas, enfatizar a nomenclatura e o movimento que as envolve. O nome dado ao movimento realizado para determinar uma parte desconhecida, como proposta na primeira sentença é subtração. Por exemplo, ao subtrairmos o número menor (parte) do número maior (todo), determina-se a diferença. A leitura pode ser realizada de dois modos: *seis menos quatro é igual a dois* ou *a diferença entre os números seis e quatro é igual a dois* (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

Na segunda operação, para determinar o todo, é necessário somar todas as partes. O resultado desta operação (adição), chamamos de soma. A leitura pode ser realizada de dois modos: *seis, mais quatro, mais dois é igual a doze* ou *a soma de números seis, quatro e dois é igual a doze* (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

<u>Tarefa 23</u>: Identifique as relações de igualdade e desigualdade (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

16 + 14 ____ 14 + 16   5 + 3 ____ 2 + 6

17 – 13 ____ 13 – 17   10 – 6 ____ 9 – 5

O objetivo desta tarefa é enfatizar que um mesmo número pode ser composto por partes diferentes. Três situações representam uma relação de igualdade e uma refere-se a desigualdade. Desse modo, a tarefa 23 contempla as seguintes propriedades:

16 + 14 = 14 + 16 → comutativa;

5 + 3 = 2 + 6 → equivalência;

10 – 6 = 9 – 5 → equivalência;

17 – 13 ≠ 13 – 17 → este movimento não é possível na subtração, no contexto dos números naturais, pois 17 – 13 = 4 e 13 – 17 = -4. Logo: 4 ≠ -4, ou seja 4 > -4. Em módulo, a diferença entre os números 17 e 13 é igual a 4 e a diferença entre 13 e 17 também é igual a 4. Vale ressaltar que, no contexto dos números naturais, “todas as operações inversas apresentam casos de impossibilidade, por vezes mais frequentes que os de possibilidade” (CARAÇA, 1951, p. 28).

A “atividade” subsequente (Figura 77) foi extraída de uma proposição brasileira:

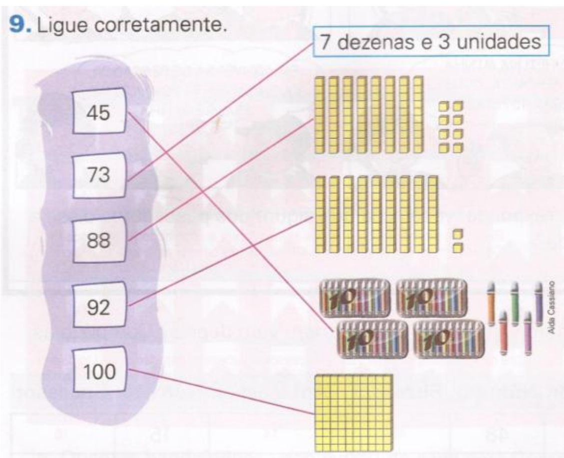


Figura 77: Ligar o número correspondente à quantidade
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 124 – 2º ano)

A relação de equivalência na situação em análise (Figura 77) é proposta sem a utilização da simbologia matemática adequada (=, >, <). A ênfase, assim como nas demais "atividades", é a sua representação empírica de quantidades, por meio de grandezas discretas. A esse movimento Rosa (2012, p. 154), apoiada em Davydov, diz que "ao nomear cada um dos números deve surgir na criança a imagem correta do objeto ou grupo deles designados pelo símbolo correspondente, com um conteúdo inteiramente determinado visualmente".

Tarefa 24: Identifique a diferença (área com medida K) entre as áreas com medidas C e T, com base na unidade de medida estabelecida (uma unidade de área da malha). Construa uma figura de área K e registre os cálculos (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

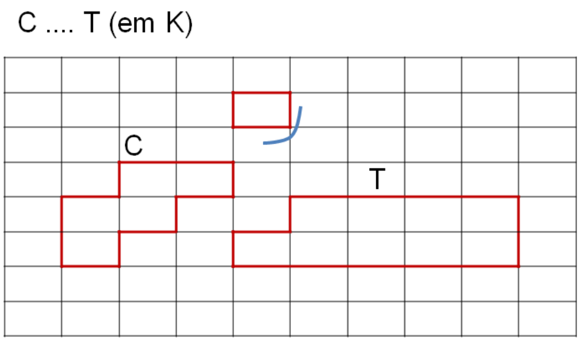


Figura 78 – Tarefa 24: Áreas com medidas C e T
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Para estabelecer a comparação entre as áreas com medidas C e T, é necessário considerar a unidade de medida: T – C = K. Ao considerarmos a unidade de medida, temos a seguinte operação: 9 – 5 = ___. Portanto, a área com medida K é composta por 4 unidades de área da malha (K = 4): C < T, em K unidades, ou, aritmeticamente, 5 < 9 em 4 unidades (Figura 79).

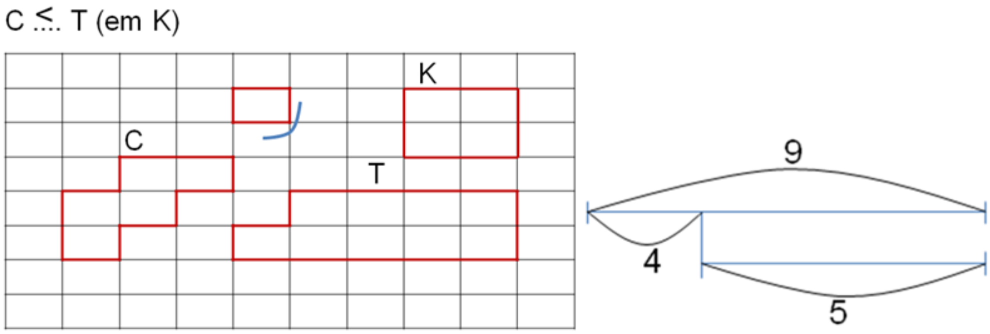


Figura 79 – Tarefa 24: Área com medida K
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

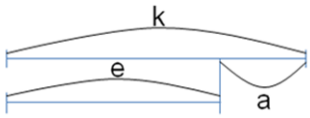
Na tarefa em análise (24), assim como em outras, Davydov e seus colaboradores abordam a grandeza área. Por outro lado, as proposições tradicionais, aqui analisadas, carecem de “atividades” que abordem tal grandeza. Na seção intitulada “grandezas”, dos livros didáticos, são contempladas as seguintes: tempo, comprimento, massa e capacidade (DANTE, 2008; RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008) e algumas unidades de medidas. Cabe destacar que um dos livros didáticos, aborda duas “atividades” sobre a grandeza área, com subtítulo de “Outras atividades com grandezas e medidas” (DANTE, 2008, p. 117 – 2º ano).

Além das diferentes grandezas, o desenvolvimento das tarefas davydovianas possibilita a revelação da gênese do conceito de equação. Tal procedimento ocorre, em Davydov, desde o primeiro ano do Ensino Fundamental. A medida de uma grandeza é representada aritmética ou algebricamente por um número. O resultado da comparação entre dois números desiguais, segundo Costa (1866) é um terceiro número, que indica quanto o maior deles excede o menor e quantas vezes este é contido no primeiro (maior). Para determinar a diferença, a operação aritmética a ser escolhida é a subtração. Cabe destacar, a ênfase dos símbolos matemáticos nas proposições davydovianas.

Por sua vez, os livros didáticos, aqui analisados, carecem de “atividades” que envolvam as significações algébricas, inclusive sobre o conceito de equação.

Este, comumente é introduzido como um “assunto novo” no sétimo ano do Ensino Fundamental. A conduta de retardar a introdução das equações no ensino não pode obstaculizar a compreensão do conceito de equação por parte dos estudantes? Vale ressaltar que as Propostas Curriculares das escolas públicas, das redes estadual e municipal, localizadas no município de Criciúma, propõem que o conceito de equação seja contemplado desde o primeiro ano do Ensino Fundamental. E que a fundamentação teórica de ambas as propostas é a Teoria Histórico-Cultural. Como os livros didáticos, aqui analisados foram os mais utilizados nas referidas escolas no ano letivo de 2011, cabe-nos questionar: Os livros didáticos mais adotados nessas escolas vão ao encontro dos princípios teóricos que fundamentam as respectivas propostas Curriculares? As análises apresentadas no decorrer desta monografia nos autorizam responder negativamente a essa questão.

Tarefa 25: Com base nas relações parte-todo representado no modelo, complete o quadro (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).



k	8		9	10		8
e	6	7		8	10	
a		3	4		4	3

Figura 80 – Tarefa 25: Esquema e quadro
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

A presente tarefa (Figura 80) será desenvolvida a partir de um modelo genérico, válido para o desenvolvimento de toda a tarefa, expresso no esquema. A partir do esquema é possível compor as seguintes operações:

(1) e + a = k → operação da adição;

(2) a + e = k → comutativa da adição (1);

(3) k – a = e → inversa da adição (1), ou seja, a subtração;

(4) k – e = a → inversa da comutativa da adição (2).

Desse modo, para determinar o valor de ***k***, podemos operar com a adição (e + a) ou a sua comutativa (a + e). Para determinar o valor de ***e***, operamos com a inversa da adição, ou seja, a subtração (k – a). E, para determinar o valor de ***a***, utilizamos a operação inversa da comutativa (k – e), conforme segue:

k	8	10	9	10	14	8
e	6	7	5	8	10	5
a	2	3	4	2	4	3

Figura 81 – Tarefa 25: Quadro preenchido
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

As operações realizadas em cada coluna do quadro para determinar os valores desconhecidos foram: na segunda e quinta colunas a operação de adição ou a sua comutativa; na terceira e sexta colunas a operação inversa da adição (subtração); e, na primeira e quarta colunas a operação inversa da comutativa (subtração).

Na segunda coluna, por exemplo, foi realizado o seguinte movimento operacional (Figura 82):

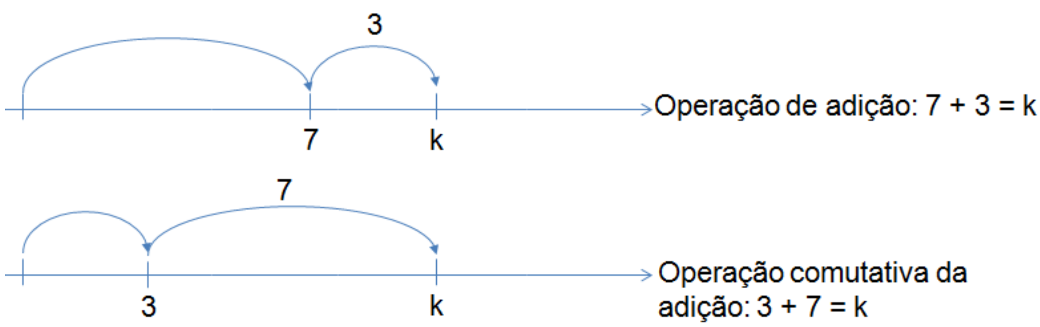


Figura 82 – Tarefa 25: Escolha da operação aritmética
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Ou seja, o resultado da operação 7 + 3 é o mesmo que o resultado da operação 3 + 7. Ambas, pela propriedade comutativa, resultam em ***k*** (**k = 10**)

Na terceira coluna, o valor desconhecido era o ***e***, por isso, a operação considerada foi a inversa da adição: k – a = e, conforme representação geométrica a seguir (Figura 83):

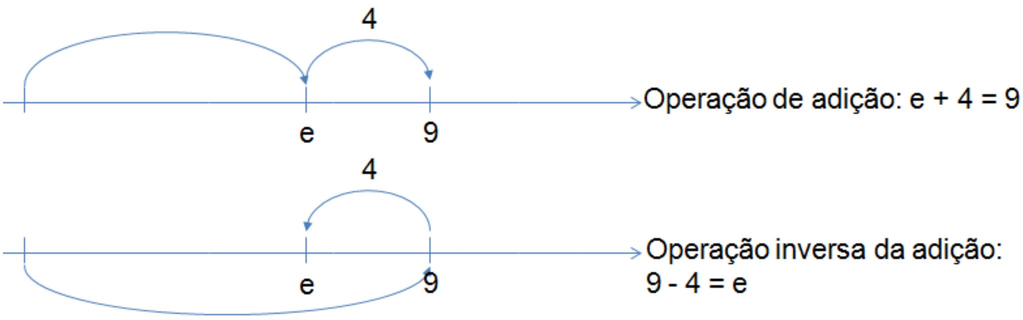


Figura 83 – Tarefa 25: Escolha da operação aritmética
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

A partir do quadro tínhamos que ***e* + 4 = 9**. Como o valor desconhecido era ***e***, o movimento operacional desenvolvido foi o inverso. Ou seja, a partir do valor do todo (9) e de uma das partes (4), subtraímos a parte conhecida do todo: 9 – 4 = ***e*** (***e*** = 5).

E, por fim, apresentamos o exemplo referente à quarta coluna, no qual foi considerada a operação inversa da comutativa, conforme segue na figura 84.

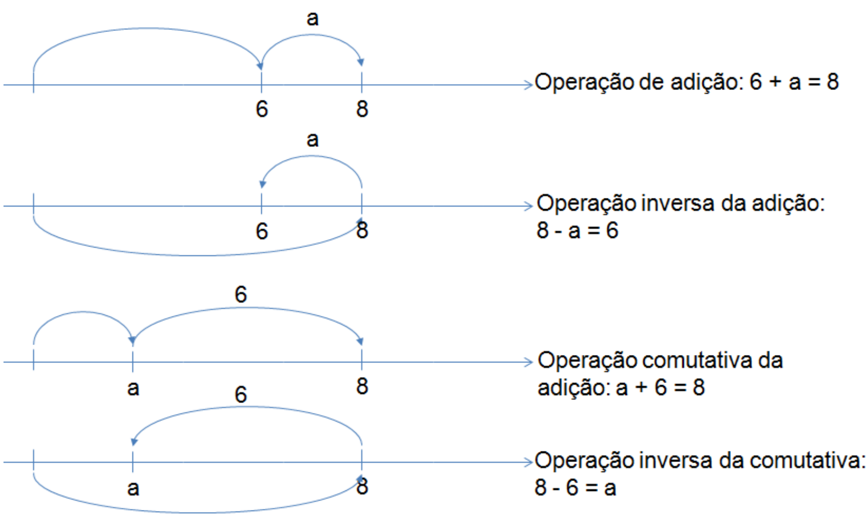


Figura 84 – Tarefa 25: Escolha da operação aritmética
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Na quarta coluna tínhamos: k = 8, ***e*** = 6, ***a*** = ?. Vale lembrar que ***k*** representa o valor do todo e ***e***, uma das partes. A tarefa consiste em determinar o valor da outra parte (***a***). O quadro apresentava a seguinte situação: 6 + ***a*** = 8 (primeiro esquema da figura 84). Como determinar o valor de ***a***? Qual a operação a ser realizada? Seria pela operação inversa? De acordo com Caraça (1951), conforme já apresentamos anteriormente, temos que a inversa de 6 + ***a*** = 8 consistem em: 8 – ***a*** = 6 (segundo esquema da figura 84). Ou seja, ainda não é possível determinar o valor de ***a***. Tal possibilidade só ocorre a partir da inversa da comutativa. Temos que a comutativa de 6 + ***a*** = 8 é ***a*** + 6 = 8 (terceiro esquema da figura 84) e a sua inversa é 8 – 6 = ***a*** (quarto esquema da figura 84). Finalmente surge a possibilidade de determinarmos o valor de ***a***. Pois, se 8 – 6 = ***a***, então, ***a*** = 2.

Nas proposições davydovianas, os esquemas representam o movimento inverso (de ida e volta) entre as operações de adição e subtração, conforme apresentamos nas figuras 82, 83 e 84.

Encontramos uma “atividade” em um dos livros didáticos que aborda a operação da adição, sua inversa, a comutativa da adição e a inversa comutativa da adição, conforme segue (Figura 85).

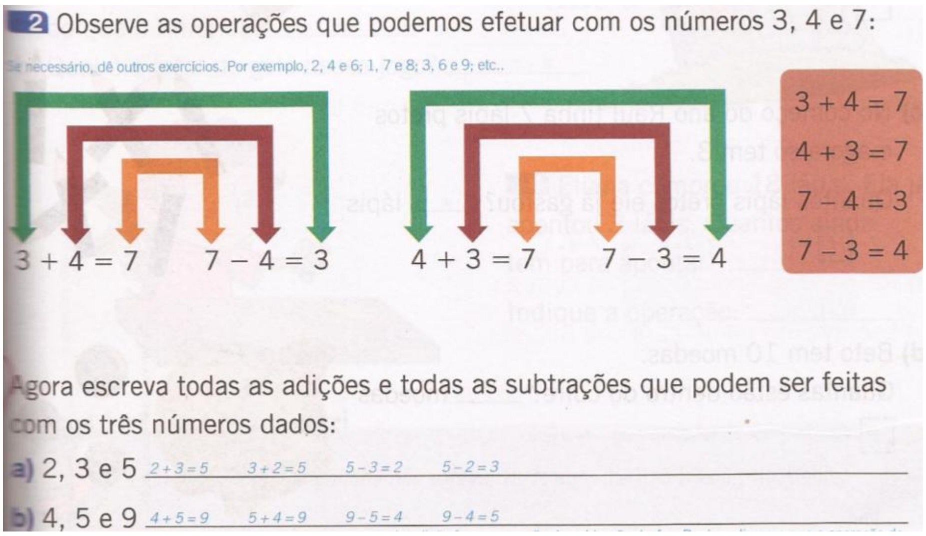


Figura 85: Operação de adição e suas propriedades
Fonte: (DANTE, 2008, p. 47 – 2º ano)

Com base nos fundamentos matemáticos (CARAÇA, 1951), já apresentados anteriormente, a ideia contemplada na “atividade” anterior (Figura 85), relacionada à operação da adição, sua inversa, a comutativa da adição e a inversa comutativa da adição, está equivocada. Pois, as setas indicam que para determinar a operação inversa basta proceder do seguinte modo: o primeiro número de cada operação, na operação inversa, será o último e o último será o primeiro, depois, basta substituir o operador da adição (+) pelo da subtração (-). Tal explicação é vazia de significação matemática. Consta no Manual do Professor, do livro em análise, a seguinte orientação ao professor:

> Chame a atenção dos alunos para este fato: o que a operação de adição faz, a operação de subtração desfaz. Por isso dizemos que a operação de subtração é inversa da operação de adição. Por exemplo, 4 + 5 = 9 e 9 – 5 = 4. Partindo do 9, subtraindo 5, voltamos ao 4” (DANTE, 2008, p. 47 – 2º ano).

Trata-se apenas de um macete a ser memorizado pelos estudantes. Diferentemente das proposições davydovianas. Nestas, revela-se o movimento interno da operação da adição, sua inversa, a comutativa da adição e a inversa comutativa da adição durante o desenvolvimento das tarefas.

<u>Tarefa 26</u>: Realize as operações de diferentes modos na reta numérica (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

$a - 1 - 1 - 1 - 1 = k$ $\qquad$ $a + 2 + 2 + 2 = c$

$a - 2 - 2 =$ $\qquad$ $a + 6 =$

$a - 4 =$ $\qquad$ $a + 4 + 2 =$

Figura 86 – Tarefa 26: Operações na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

A tarefa (Figura 86) apresenta três possibilidades de se operar com uma mesma quantidade de unidades. Tal movimento é explicito na reta numérica, a partir de um ponto genérico ***a*** (Figura 87).

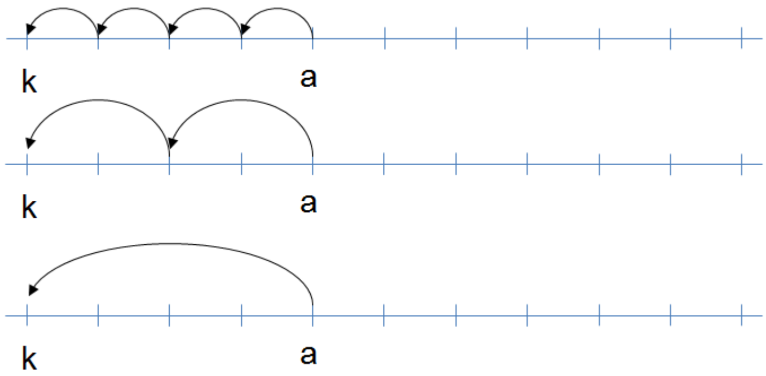


Figura 87 – Tarefa 26: Operações na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Na figura 87 apresentamos o resultado para primeira parte da tarefa em análise. Trata-se da representação geométrica das seguintes operações de subtração: ***a*** – 1 – 1 – 1 – 1 = ***k*** (primeira reta); ***a*** – 2 – 2 = ***k*** (segunda reta); e, ***a* – 4** = ***k*** (terceira reta). Temos um ponto de referência na reta, dado genericamente, a partir dele é possível, com base na operação de subtração, se desloca quatro unidades para a esquerda. Estas quatro unidades na primeira situação não são agrupadas, o movimento na reta segue unidade por unidade (-1, -1, -1, -1). Na segunda reta a mesma quantidade de unidades que na primeira é agrupada de duas em duas (-2, -2). E, na última reta, todas as unidades compõem um único agrupamento formado por quatro unidades (-4). Vale ressaltar, que essa tarefa, revela a gênese dos números negativos na reta numérica. Estes consistem em, dado um ponto de origem na reta numérica, os números apresentados a sua direita são os positivos e a sua esquerda, são os números negativos. Tal ideia matemática, conforme se pode constatar na presente tarefa, é contemplada nas proposições davydovianas durante a realização da operação de subtração já no segundo ano do Ensino Fundamental.

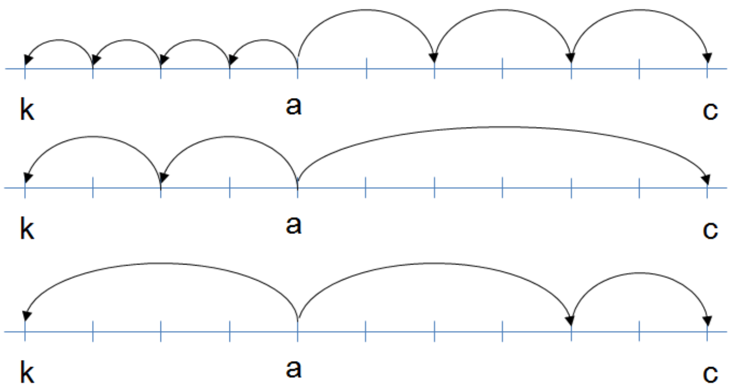


Figura 88 – Tarefa 26: operações na reta numérica
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Na figura 88 apresentamos a representação geométrica das operações: a + 2 + 2 + 2 = c (primeira reta); a + 6 = ___ (segunda reta): e, a + 4 + 2 = ____ (terceira reta). O movimento operacional é o inverso da anterior (Figura 82), para a direita do ponto de referência, na reta numérica.

Em algumas tarefas, Davydov e seus colaboradores envolvem as três significações matemáticas (aritméticas, geométricas e algébricas) de forma inter-relacionada. Assim como ocorreu na tarefa em análise. Tais significações são contempladas pelos numerais indo-arábico, operações de adição e subtração (aritméticas), pela localização na reta numérica (geométricas) e pelo valor genérico (algébricas) (ROSA, 2012).

A “atividade” subsequente (Figura 89) apresenta diferentes operações com resultados coincidentes:

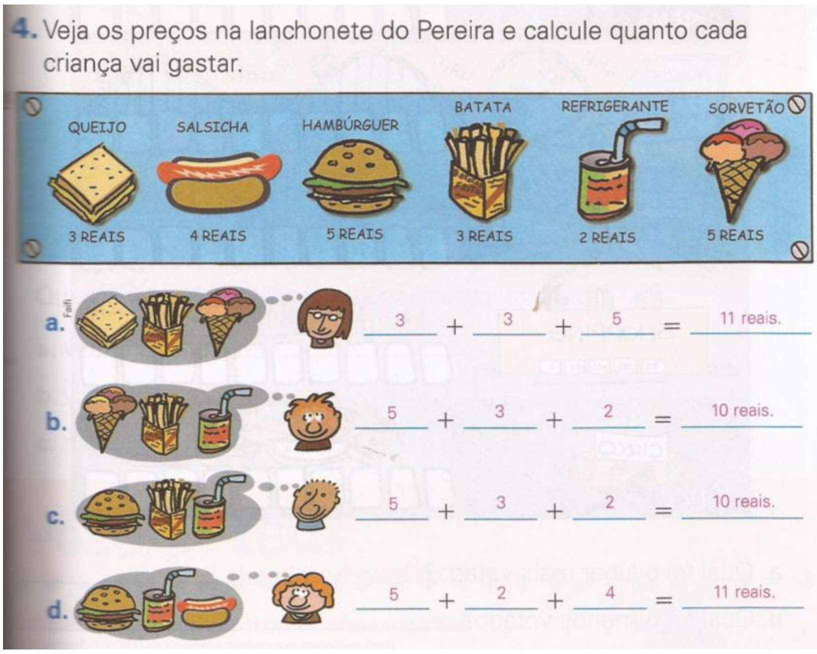


Figura 89: Diferentes operações com resultados coincidentes
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 69 – 2º ano)

Podemos evidenciar mais uma vez a ausência das significações algébricas e geométricas nas proposições brasileiras analisadas. Segundo Rosa (2012, p. 56), “a álgebra é a doutrina das operações matemáticas consideradas formalmente do ponto de vista geral, com abstração dos números concretos”. Por isso, há a importância de abordar tais significações. Porém o livro didático apresenta situações particulares, relacionadas ao dia – a – dia dos estudantes que envolvem apenas as significações aritméticas.

Tarefa 27: Apresente algumas possibilidades de deslocamento mental por uma reta numérica imaginária, que levem ao mesmo resultado da primeira operação apresentada na sequência (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

$8 + 2 + 3 = \square$	$14 - 4 - 5 = \square$
$8 + \square + \square + \square = \square$	$14 - \square = \square$
$8 + \square = \square$	$14 - \square - \square - \square = \square$

Figura 90 – Tarefa 27: Cálculo mental
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Para completar os espaços em branco, é possível escolher números aleatórios, a fim de que todos os resultados para cada situação coincidam, conforme a figura 91.

$8 + 2 + 3 = \boxed{13}$

$8 + \boxed{2} + \boxed{2} + \boxed{1} = \boxed{13}$

$8 + \boxed{5} = \boxed{13}$

$14 - 4 - 5 = \boxed{5}$

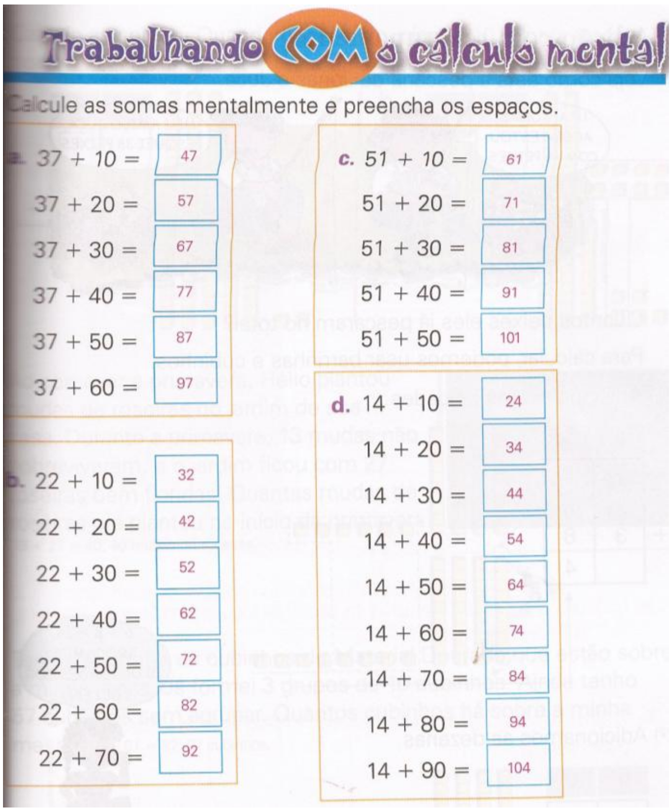
$14 - \boxed{9} = \boxed{5}$

$14 - \boxed{3} - \boxed{4} - \boxed{2} = \boxed{5}$

Figura 91 – Tarefa 27: Cálculo mental
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

A tarefa em análise, além de propor o desenvolvimento do cálculo mental, também enfatiza as relações de equivalência entre as operações e contempla a gênese para introdução, nos anos seguintes, das expressões numéricas. Além disso, vale ressaltar o movimento adotado por Davydov e seus colaboradores. Primeiro, as tarefas são desenvolvidas por meio de ações objetais. Depois, gradativamente, num movimento marcado por idas e vindas, são introduzidos os esquemas abstratos e a reta numérica. E só depois, as operações são elevadas ao plano mental, mas, como alerta Galperin (1987), com compreensão.

Embora com outro teor, as proposições brasileiras já referenciadas também introduzem o cálculo mental. Apresentaremos na sequência, duas “atividades” propostas por um dos livros didáticos analisados na presente investigação (Figuras 92 e 93).



Trabalhando com o cálculo mental

Calcule as somas mentalmente e preencha os espaços.

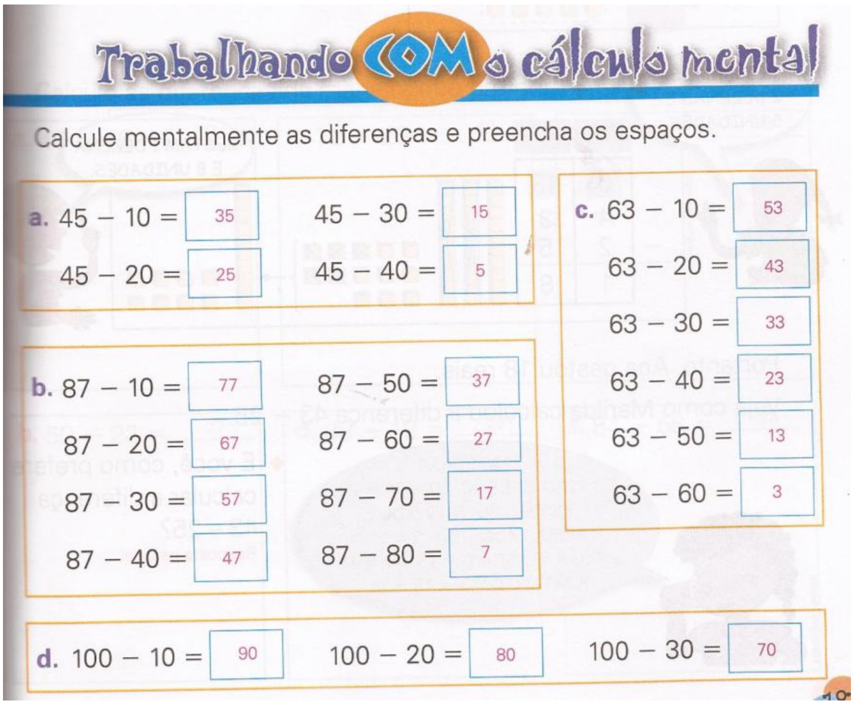
a. 37 + 10 = 47
37 + 20 = 57
37 + 30 = 67
37 + 40 = 77
37 + 50 = 87
37 + 60 = 97

b. 22 + 10 = 32
22 + 20 = 42
22 + 30 = 52
22 + 40 = 62
22 + 50 = 72
22 + 60 = 82
22 + 70 = 92

c. 51 + 10 = 61
51 + 20 = 71
51 + 30 = 81
51 + 40 = 91
51 + 50 = 101

d. 14 + 10 = 24
14 + 20 = 34
14 + 30 = 44
14 + 40 = 54
14 + 50 = 64
14 + 60 = 74
14 + 70 = 84
14 + 80 = 94
14 + 90 = 104

Figura 92: Cálculo mental
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 175 – 2º ano)



Trabalhando com o cálculo mental

Calcule mentalmente as diferenças e preencha os espaços.

a. 45 − 10 = 35
45 − 20 = 25
45 − 30 = 15
45 − 40 = 5

b. 87 − 10 = 77
87 − 20 = 67
87 − 30 = 57
87 − 40 = 47
87 − 50 = 37
87 − 60 = 27
87 − 70 = 17
87 − 80 = 7

c. 63 − 10 = 53
63 − 20 = 43
63 − 30 = 33
63 − 40 = 23
63 − 50 = 13
63 − 60 = 3

d. 100 − 10 = 90
100 − 20 = 80
100 − 30 = 70

Figura 93: Cálculo mental
Fonte: (RODRIGUES, NETO e CENTURIÓN, 2008, p. 187 – 2º ano)

Como pode-se observar no enunciado, as “atividades” em análise também propõem o cálculo mental (Figuras 92 e 93). Porém, as operações de adição e subtração são abordadas separadamente, ou seja, primeiro adição, depois subtração, diferentemente das proposições davydovianas, que abordam ambas as operações de forma inter-relacionada, inversamente.

No primeiro momento (Figura 92), são propostos apenas cálculos que contemplam a operação de adição. No segundo (Figura 93), somente cálculos que abordam a operação de subtração. O cálculo mental se limita apenas para a soma ou subtração de dois números, diferentemente das proposições davydovianas. Além disso, as operações não são contextualizadas na reta numérica. Ou seja, os números não são operados no seu contexto matemático. Não há um movimento gradativo até se atingir o cálculo mental, mediado por representações abstratas. Trata-se da relação direta entre as representações empíricas e o cálculo mental. Por outro lado, em Davydov esse movimento é mediado pelo esquema abstrato e a reta numérica.

Após todo um processo reflexivo sobre as relações parte-todo, Davydov e seus colaboradores, revelam a nomenclatura utilizada em Matemática nas operações de adição e subtração.

A operação de adição é composta por *parcelas* e *soma* (Figura 94). Cabe destacar que as parcelas juntas (4 + 3), compõem o todo e também são chamadas de soma. Porém, isoladamente (4) e (3), são denominadas parcelas. (ГОРБОВ, МИКУЛИНА e САВЕЛЬЕВА, 2009).

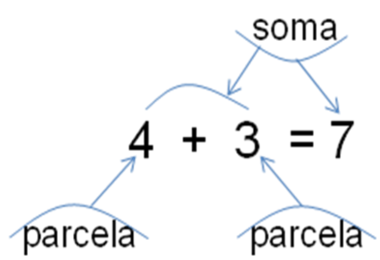


Figura 94: Introdução dos termos da adição
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Como diz Caraça (1951), chamamos de parcelas para os termos em conjunto adicionando e adicionador. Para Bezout (1791, p. 14 – grifo do autor),

> somar não é outra coisa mais, do que mostrar o valor total de muitos números por meio de um só, que seja igual a todos juntos. Este número que se busca por meio da operação, chama-se *Soma;* e os números que se juntam, (os quais devem significar toda a mesma espécie de unidades), chamam-se *Adições*, ou *Parcelas*.

E, a operação de subtração é composta por *minuendo* e *subtraendo*, conforme figura 95.

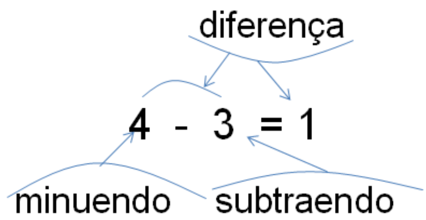


Figura 95: Introdução dos termos minuendo e subtraendo
Fonte: Elaboração nossa com base nas proposições davydovianas

Os termos minuendo e subtraendo são utilizados apenas no contexto da operação de subtração e correspondem, respectivamente, ao todo e a uma das partes. E, a diferença consiste na outra parte.

Esse movimento conceitual apresentado nas proposições davydovianas consiste no inverso daquele apresentado nas proposições brasileiras. Ou seja, a nomenclatura referente às operações é apresentada em Davydov após todo um processo de revelação de seu significado. Constitui o ponto de chegada, embora também fosse o ponto de partida, mas não em forma de síntese. Por outro lado, nas proposições tradicionais, a síntese de tais operações é apresentada logo no início de cada seção, em sua forma pronta. Enquanto que, em Davydov a síntese é reproduzida durante o desenvolvimento das tarefas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nosso objetivo na presente monografia foi investigar as relações de distanciamentos entre as proposições davydovianas e as proposições tradicionais para o ensino das operações de adição e subtração e as possibilidades de superação das últimas.

Em concernência com o método de investigação aqui adotado, procedemos, em todas as tarefas, a análise da essência em detrimento da aparência. Às vezes, à primeira vista, as "atividades" brasileiras aparentemente eram semelhantes com as tarefas davydovianas. Quando analisávamos a essência, percebíamos distanciamentos e, inclusive, contradições em ambas as proposições.

Os livros didáticos referentes ao primeiro e segundo ano do Ensino Fundamental enfatizam o campo dos números naturais. E propõem procedimentos de resolução arcaicos para as operações de adição e subtração, se considerarmos o atual estágio de desenvolvimento da Matemática.

As tarefas davydovianas são apresentadas de forma interconectada. Forma um sistema de tarefas que ao ser desenvolvido revela as significações teóricas das operações de adição e subtração no contexto geométrico, aritmético e algébrico. Durante o processo de operacionalização com as grandezas é que o conceito de número é revelado. No ensino tradicional, o movimento é o contrário, primeiro são apresentados os números para depois as operações fundamentais. Além disso, não há um movimento gradativo até se atingir o cálculo mental. Trata-se da relação direta entre as representações das quantidades e o cálculo mental.

Por outro lado, as tarefas davydovianas inicialmente são desenvolvidas por meio de ações objetais. Depois num movimento gradativo, são introduzidos os esquemas abstratos e a reta numérica. Estas representações abstratas constituem o elemento mediador que possibilitam elevar as ações objetais ao plano mental.

Desde as ações objetais, as proposições davydovianas envolvem a relação entre grandezas (discretas e contínuas) na inter-relação entre as significações aritmética, algébrica e geométrica presente em suas tarefas.

Em síntese, as proposições brasileiras se distanciam das proposições davydovianas por vários fatores, dentre eles destacamos o limite apenas no contexto dos números naturais, com metodologias arcaicas de resolução das operações de adição e subtração, respaldadas em representações empíricas tais como: tracinhos, pontos, agrupamentos de objetos, etc.. As operações de adição e subtração são abordadas separadamente nos limites das significações aritméticas.

Enquanto que as proposições davydovianas contemplam a totalidade dos números, ou seja, os números reais. As operações particulares de adição e subtração são resolvidas com base na relação universal parte-todo das grandezas discretas e contínuas na interconexão entre as significações aritméticas, algébricas e geométricas. Além disso, diferentemente das proposições tradicionais, as davydovianas contempla a cientificidade referente aos fundamentos da Matemática.

Enfim, as proposições brasileiras apresentam somente distanciamentos quando comparadas às proposições davydovianas. A primeira, tradicional propõe o desenvolvimento dos conceitos empíricos enquanto a outra, davydoviana, contempla a dimensão teórica dos conceitos. Desse modo, finalizamos a presente monografia com a seguinte reflexão: As proposições tradicionais são as que temos, mas, é o que queremos? Estamos satisfeitos com os resultados obtidos a partir do modo pelo qual está organizado o sistema de ensino brasileiro, conforme revela a PISA, a Prova Brasil, o IDEB, entre outros? Caso não estejamos, temos outras possibilidades, conforme apresentamos no decorrer desta monografia em sintonia com as demais investigações desenvolvidas pelos integrantes do GPEMAHC.

REFERÊNCIAS

ASBAHR, Flavia da Silva Ferreira. **“Por que aprender isso professora?” Sentido pessoal e atividade de estudo na Psicologia Histórico-Cultural.** 2011. 219 f. Tese (Doutorado em Psicologia). Área de concentração: Psicologia Escolar e do Desenvolvimento Humano - Universidade de São Paulo. Instituto de Psicologia, São Paulo.

AVILA, Astrid Baecker; ORTIGARA, Vidalcir. Realismo crítico e produção do conhecimento em Educação: Contribuições de Roy Bhaskar. In: Anais da 28ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-graduação e Investigação em Educação, 17. 2005. Caxambu. **Anais...** ANPED, 2005. p. 1-16. Cd-rom.

BÉZOUT, Étienne. **Elementos de arithmetica.** Coimbra: na Real officina da Universidade, 1791. - IV, 270 p.

BRUNELLI, Josiani Barbosa. **Projeto ou atividade de ensino e de aprendizagem? Expressões da implantação da Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina.** 2012. 128 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

CORREA, Jane; MOURA, Maria Lucia Seidl de. A solução de problemas de adição e subtração por cálculo mental. **Psicologia reflexão e crítica**, Porto Alegre, vol. 10, n. 1, 13 p, sd.

COSTA, J. M. C. Da. **Tratado de arithmetica**. Lisboa: Imprensa Nacional, 1866.

CUNHA, Micheline Riscallah. Kanaan da. **Estudo das elaborações dos Professores sobre o Conceito de Medida em atividades de ensino.** 2009. 135 f. Tese (Doutorado em Educação). Área de concentração: Educação Matemática - Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

DAMAZIO, A.; et al. Concepção de álgebra na proposição de Davydov para o ensino de número. **POIÉSIS** - Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação (UNISUL), v. v.5, p. 280-299, 2012.

DAMAZIO, A.; ROSA, J. E.; EUZÉBIO, J. S. O ensino do conceito de número em diferentes perspectivas. **Educação Matemática Investigação**, v. v. 14, p. 209-231, 2012.

DANTE, Luiz Roberto. **Col. Aprendendo Sempre**: Alfabetização Matemática, 2º ano. Ed. Ática, SP: 2008.

DAVÍDOV, V. V. **Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo.** In: SHUARE, M. La psicología Evolutiva y pedagógica en la URSS. Moscú: Progreso, p. 143-155, 1987.

DAVYDOV, V.V. **Tipos de generalización en la enseñanza.** 3ª. ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

___________. **La enseñanza escolar y el desarrollo psiquico.** Investigación teórica y experimental. Trad. Marta Shuare Moscú: Editorial Progreso, 1988.

DUARTE, N. A anatomia do homem é a chave da anatomia do macaco: a dialética em Vigotski e em Marx e a questão do saber objetivo na educação escolar. Caderno Cedes. v. 21, n. 71, jul. 2000. Disponível em: http://www.scielo.br. Acesso em: 28 março 2012.

EVES, H. **Introdução à historia da matemática.** Howard Eves; tradução: Hygino H. Domingues. – Campinas, SP: Unicamp, 2007.

EUZÉBIO, Juliana da Silva. **Ensino do conceito de número: Proposta de ensino Davydov e as proposições tradicionais.** 2011. 64f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Pedagogia) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

FERREIRA, Érica da Silva Moreira. **Quando a atividade de ensino dá ao conceito matemático a qualidade de educar.** 2005. 127 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas.

FREITAS, M. T. A. O pensamento de Vygotsky nas reuniões da ANPEd (1998-2003). **Educação e Investigação**, São Paulo, v.30, n.1, p. 109-138, jan./abr. 2004.
GALPERIN, P. Sobre la investigación del desarrollo intelectual Del niño. In. SHUARE, M. **La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS**. Editorial Progreso, Moscú, p. 125-143, 1987.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. **O fenômeno da supervalorização do saber cotidiano em algumas investigações da educação matemática.** 1997. 171

f. Tese (Doutorado em Educação). Área de concentração: Educação Matemática - Universidade de São Carlos, São Carlos.

ILIENKOV, E. V. La ascension de lo abstracto a lo concreto em principios de la lógica dialéctica. In: Alfredo Tecla Jiménez, **Teoría de la construcción del objeto de estudio.** México: Instituto Politécnico Nacional, p. 151 – 200, 2006.

IMENES, Luíz Márcio Pereira; LELLIS, Marcelo Cestari. **Matemática (1º Grau).** São Paulo, Editora Spicione, 1997 (Manual Pedagógico).

KALMYKOVA, Z. I. Pressupostos psicológicos para uma melhor aprendizagem da resolução de problemas aritméticos. In: LÚRIA; LEONTIEV, VYGOTSKI, et al. **Pedagogia e Psicologia II.** Lisboa: Estampa, p. 9 - 26,1991.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento.** Tradução de Paulo Bezerra. Rio de Janeiro: Civilização brasileira, 1978.

KOSIK, K. **Dialética do concreto.** Rio de Janeiro: Terra e Paz, 1976.

KRUTETSKY, V. A. Algumas características do desenvolvimento do pensamento nos estudantes das escolas superiores. In: LÚRIA; LEONTIEV, VYGOTSKI, et al. **Pedagogia e Psicologia II.** Lisboa: Estampa, 1991.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do psiquismo.** Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LIBANEO, J. C. **A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a teoria histórico-cultural da atividade e a contribuição de Vasili Davydov.** Rev. Bras. Educ., Rio de Janeiro,n. 27, dez. 2004 . Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-24782004000300002&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 21 de junho de 2011.

MADEIRA, Silvana Citadin. **"Prática": Uma leitura Histórico-Crítica e proposições davydovianas para o conceito de multiplicação.** 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma.

MARTINS, L. M. **As aparências enganam: divergências entre o materialismo histórico dialético e as abordagens qualitativas de investigação.** Disponível em: www.anped.org.br/reunioes/. 29ª. Reunião Anual/ Anped/ 2006.

MARX, K.; ENGELS, F. **A ideologia alemã.** Lisboa/ São Paulo: Presença/ Martins Fontes, 1980.

___________. **A história dos homens (A idelogia alemã).** In: FERNANDES, F. (org). *Marx e Engels:* História. São Paulo: Ed. Ática 1989, p. 409-417. (Coleção Grandes Cientistas Sociais).

MARX, K. **Para a crítica da economia política.** Tradução de José Arthur Giannotti e Edgar Malagodi. In: ___________. *Manuscritos econômico-filosóficos e outros textos escolhidos*. (Os pensadores) 2ª ed. São Paulo: Abril Cultural, 1978.

___________. **Teoria e processo histórico da revolução social** (prefacio à contribuição à critica da economia política). In: FERNANDES, F. (org). *Marx e Engels:* História. São Paulo: Ed. Ática 1989a, p. 231-235. (Coleção Grandes Cientistas Sociais).

___________. **O Capital.** Livro I. São Paulo: Abril Cultural, 1983 (Coleção "Os economistas").

___________. **O método da economia política.** In: FERNANDES, F. (org). *Marx e Engels:* História. São Paulo: Ed. Ática 1989b, p. 409-417. (Coleção Grandes Cientistas Sociais).

MARZZITELLI, E. V Encontro Brasileiro de Educação e Marxismo. Marxismo, Educação e Emancipação humana. In: **Conhecendo o materialismo histórico e o marxismo: conhecendo Marx.** Florianópolis, SC, 2011.

MATOS, Cristina Felipe de. **Resolução de problemas davydovianos sobre adição e subtração por estudantes brasileiros do sexto ano do ensino fundamental.** 2013. 168 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, criciúma.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria da Educação Básica. **Orientações curriculares para o ensino médio:** ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. vol. 02. Brasília: 2006.

OLIVEIRA, Betty. **A dialética do singular - particular - universal.** In: Abrantes, A. e outros (org.) *Método Histórico Social na Psicologia Social*. Petrópolis: Vozes, 2005.

PASQUALINI, Juliana Campregher. **Princípios para a organização do Ensino na Educação Infantil na Perspectiva Histórico-Cultural: um estudo a partir da**

análise da prática do professor. 2010. 268 f. Tese (Doutorado em Educação). Área de concentração: Ciências e Letras - Universidade Estadual Paulista, Araraquara.

RODRIGUES, Arnaldo Bento; NETO, Mário Batista dos Santos; CENTURIÓN, Marília Ramos. **Col. Porta Aberta**: Alfabetização Matemática, 2º ano. Ed. FTD, SP: 2008.

ROSA, Josélia Euzébio da. **O desenvolvimento de conceitos na proposta curricular de matemática do Estado de Santa Catarina e na abordagem Histórico-Cultural.** 2006. 111 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

___________. **Proposições de Davydov para o ensino de matemática no primeiro ano escolar: inter-relações dos sistemas de significações numéricas.** 2012. 244 f. Tese (Doutorado em Educação). Área de concentração: Educação Matemática - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

ROSA, J. E.; DAMAZIO, A. O ensino do conceito de número: uma leitura com base em Davydov. **Revista Unión** (San Cristobal de La Laguna), v. 30, p. 81-100, 2012.

ROSA, J. E.; SOARES, M.T.C.; DAMAZIO, A. Conceito de número no sistema de ensino de Davydov, In: **Anais da XIII Conferência interamericana de Educação Matemática**; Recife, 2011.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação Ciência e Tecnologia. **Proposta curricular de Santa Catarina**: **estudos temáticos**. Florianópolis: IOESC, 2005.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação e do Desporto. **Proposta Curricular de Santa Catarina**. Florianópolis: GOGEM, 1998.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação e do Desporto. **Tempo de Aprender: subsídios para as classes de aceleração nível 3 e para toda a escola**. Florianópolis: DIEF, 2000.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação. **Proposta Curricular: uma contribuição para a escola pública do pré-escolar,** 1º grau, 2º grau e educação de adultos. Florianópolis: IOESC, 1991.

SANTA CATARINA, Secretaria Municipal de Educação. **Proposta curricular da rede municipal de Criciúma: currículo para diversidade: sentidos e práticas**. Criciúma, 2008.

SANTOS, Cibele Mendes Curto. **O Livro Didático do Ensino Fundamental: As escolhas do professor.** 2007. 236 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

TEIXEIRA, Leny Rodrigues Martins. **DIFICULDADES E ERROS NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA.** Unesp/ P. Prudente e UCDB/MS. Sd. 14p.

TALIZINA, N. F. **La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares.** Moscu: Editorial Progresso, 1987.

________. **Psicologia de la enseñanza**. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores.** Michael Cole et al (orgs.); trad. Jose Cippola Neto, Luis Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche - 6. ed. São Paulo: Martins Fontes,1998.

________. **A construção do pensamento e da linguagem.** Trad. Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

ДАВЫДОВ, В. В. О. et al. **Математика, 1-Kjiacc.** Mockba: Мпрос - Аргус, 2012. Davidov, V.V. **Matemática, 2ª série**. Livro didático e de exercícios para os estudantes da primeira série. Moscou: MIROS, Argus, 2012.

ГОРБОВ, С. Ф. МИКУЛИНА Г. Г.; САВЕЛЬЕВА О. В. . **Обучение математике.** 2 класс: Пособие для учителей начальной школы (Система Д.Б.Эльконина – В.В. Давыдова). 2-е ида. перераб. - М.:ВИТА-ПРЕССб, 2009. [Ensino de Matemática. 2 ano: livro do professor do ensino fundamental (sistema do D.B.Elkonin – V.V. Davidov)/ S.F.Gorbov, G.G.Mikulina, O.V.Savieliev – 3-a edição, - Moscou, VITA-PRESS, 2009.