UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA

JULIANA PIRES DA SILVA

A MODELAGEM MATEMÁTICA EM UMA PERSPECTIVA SÓCIO-CRÍTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO BÁSICO DO MUNICÍPIO DE SOMBRIO

Araranguá

2011

JULIANA PIRES DA SILVA

A MODELAGEM MATEMÁTICA EM UMA PERSPECTIVA SÓCIO-CRÍTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO BÁSICO DO MUNICÍPIO DE SOMBRIO

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Educação Matemática da Universidade do Sul de Santa Catarina como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Mário Selhorst, Msc.

Araranguá

2011

JULIANA PIRES DA SILVA

A MODELAGEM MATEMÁTICA EM UMA PERSPECTIVA SÓCIO-CRÍTICA: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO BÁSICO DO MUNICÍPIO DE SOMBRIO

Este trabalho monográfico foi julgado adequado à obtenção do título de Especialista em Educação Matemática e aprovado em sua forma final pelo Curso de Especialização em Educação Matemática da Universidade do Sul de Santa Catarina.

Araranguá, 30 de maio de 2011.

____

Prof. e orientador Mário Selhorst, Msc.
Universidade do Sul de Santa Catarina

____

Prof. Dalmo Gomes de Carvalho, Msc.
Universidade do Sul de Santa Catarina

____

Prof. José Humberto Dias de Toledo, Msc.
Universidade do Sul de Santa Catarina

A minha família, pelo apoio incondicional.

Ao meu amor, pelo companheirismo e respeito.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, por tudo que tem feito em minha vida e por ter me surpreendido sempre com muito mais do que eu poderia esperar.

Agradeço aos meus pais amados, por estarem sempre muito presentes em minha vida, incentivando-me no caminho que escolhi percorrer e dando-me apoio incondicional.

A minha família, pela torcida desde os tempos do Ensino Médio.

Agradeço ao Fabrício, meu amor, pelo carinho, pela paciência e companheirismo de sempre, em especial, pelo incentivo e confiança depositada em mim.

Ao professor Mário, pelas orientações, pelas leituras cuidadosas e por acreditar em mim.

Aos professores Humberto e Dalmo, pelas sugestões e contribuições ao trabalho desenvolvido.

Aos professores da pós-graduação que me proporcionaram reflexões contribuindo para meu crescimento e amadurecimento.

A Escola de Ensino Médio Macário Borba, pelo carinho e atenção com que me receberam e se dispuseram a ajudar.

A professora Janaína Hahn Fermiano, por ter disponibilizado sua turma para que a pesquisa pudesse ser realizada.

Ao Programa FUMDES da Secretaria de Estado da Educação de Santa Catarina, pelo apoio financeiro.

Enfim, a todos que diretamente ou indiretamente contribuíram para essa pesquisa.

Muito Obrigada!

“Como professor devo saber que sem a curiosidade que me move, que me inquieta, que me insere na busca, não aprendo nem ensino.”

(PAULO FREIRE, 2004, p.85)

RESUMO

Esta pesquisa buscou compreender quais as contribuições que a Modelagem Matemática em uma perspectiva sócio-crítica pode proporcionar ao processo ensinoaprendizagem de Matemática do Ensino Básico. A amostra pesquisada foi o grupo de alunos da turma 2 da 1ª série do Ensino Médio da Escola de Ensino Médio Macário Borba do município de Sombrio, Santa Catarina. Para tanto, a pesquisa apoiou-se basicamente nas ideias de Barbosa e Skovsmose para definir o ambiente de Modelagem Matemática e defender a perspectiva sócio-crítica na Modelagem. Além disto, construíram-se três ambientes de Modelagem com referência na realidade ambiental. A metodologia utilizada foi à aplicação do terceiro ambiente denominado Modelagem Matemática e a Produção do Lixo na referida turma pela própria pesquisadora, caracterizando a pesquisa participante. Os dados utilizados foram retirados de formulários aplicados no grupo de alunos, observações em sala pela pesquisadora e registros das produções realizadas pelos alunos. Por fim, o ambiente aplicado mostrou-se um cenário de conscientização ecológica por meio da Matemática, além de propiciar significado aos conteúdos matemáticos.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Meio Ambiente. Perspectiva Sócio-Crítica.

ABSTRACT

This research aimed at understanding which contributions Mathematical Modeling considering a socio-critical analysis can provide to the teaching / learning process of mathematics in high school. The research sample was the group of students who are in the first grade of high school. They study at Macário Borba High School, located in Sombrio, in Santa Catarina State, Southern of Brazil. For this purpose, the research was mostly based on Barbosa and Skovsmose proposals to set the environment for Mathematical Modelling and defend the socio-critical perspective on modeling. In addition, it constructed three different modeling environments with reference to the environmental reality. The methodology applied focused the third environment called *Mathematical Modeling and Production of Waste* in that class. The researcher was responsible for the application of this methodology, that is, it was a participant research. Data collection was obtained through: a) answers given by the students to a questionnaire, b) class observations, c) records from productions made by students. Finally, the environment showed to be applied to a scenario of ecological awareness through mathematics, besides providing meaning to mathematical contents.

Keys-words: Mathematic Modeling. Environment. Socio-critical perspective.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A educação no país tem por finalidade o pleno desenvolvimento do educando, seu preparo para o exercício da cidadania e sua qualificação para o trabalho. (art.2º, Lei 9394/96)

Em consonância com este fim, a Educação Matemática contribui à medida que também usa a matemática para formar cidadãos críticos e atuantes na sociedade. Ela busca propor práticas e teorias que melhorem o ensino de matemática e ao mesmo tempo a educação nacional.

O professor neste contexto tem o dever de promover uma educação pela matemática, crítica e emancipadora, como defendida por Paulo Freire.

Por muito tempo, o ensino de matemática foi baseado na teoria dos conjuntos, desligado de quaisquer aplicações práticas. Consequentemente, o aluno apenas memorizava definições exercitando repetidamente atividades repassadas pelo professor. O conteúdo matemático acabou se tornando algo muito distante do que o aluno vivenciava e ele mesmo não entendia por que estudar um conteúdo que não tinha utilidade em sua vida. Ainda hoje, o ensino brasileiro é influenciado por essa forma de conceber os conteúdos matemáticos.

No entanto, em busca de mudanças, educadores e pesquisadores comprovam que o uso de problemas com referência na realidade pode dar significado aos conteúdos matemáticos, além de, oferecer um ambiente de exploração, pesquisa e reflexão aos alunos para além da matemática com a finalidade de ajudá-los a entender e a interferir na realidade que os cerca.

Nesta linha, este estudo, guia-se pela prática da investigação e reflexão no contexto do ensino de matemática trazendo a Modelagem Matemática em uma perspectiva sócio-crítica.

Deste modo, justifica-se esta pesquisa na busca de melhorias para o ensino de matemática através da sugestão de temas de Modelagem Matemática e a aplicação de um deles em uma turma do ensino básico levando em consideração que a perspectiva sócio-crítica será trabalhada nestas atividades e analisada por esta ótica as contribuições da Modelagem Matemática para o ensinoaprendizagem de Matemática.

Para atingir tal propósito, a problemática levantada é a seguinte: Quais as contribuições que a Modelagem Matemática em uma perspectiva sócio-crítica pode proporcionar ao processo ensinoaprendizagem de Matemática entre os alunos de uma turma de 1ª série da Escola de Ensino Médio Macário Borba do município de Sombrio, Santa Catarina?

A fim de buscar subsídios para a resposta do problema, delineia-se o seguinte objetivo geral: Analisar quais as contribuições que a Modelagem Matemática em uma perspectiva sócio-crítica pode proporcionar ao processo ensinoaprendizagem de Matemática entre os alunos de uma turma de 1ª série da Escola de Ensino Médio Macário Borba do município de Sombrio, Santa Catarina. Para tanto, especificamente busca-se:

a) Compreender por meio da História da Matemática de que maneira e quando surgiu a preocupação com o ensino de matemática a fim de orientar e situar o presente estudo;

b) Discorrer sobre a Modelagem Matemática no ensino e suas implicações na Educação Matemática;

c) Definir temas e construir modelos matemáticos voltados aos conteúdos do ensino básico;

d) Analisar os resultados de uma experiência de Modelagem Matemática aplicada em uma turma regular do ensino básico considerando a perspectiva sócio-crítica.

1.1. METODOLOGIA DA PESQUISA

Uma pesquisa é científica se for desenvolvida de forma organizada e sistemática, seguindo um planejamento previamente firmado pelo pesquisador. “É no planejamento da pesquisa que se determina o caminho a ser percorrido na investigação do objeto de estudo”. (LEONEL; MOTTA, 2007, p. 99) Deste modo, se faz necessário definir quais serão os procedimentos metodológicos da pesquisa para que seu intento seja alcançado.

No que tange a classificação da pesquisa quanto aos objetivos, os dados obtidos neste projeto são de natureza descritiva, pois, segundo Gil (1991, p. 46) as pesquisas deste tipo são as “[...] que tem por objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno [...]” e exploratória, uma vez que objetiva-se ter familiaridade sobre o assunto em questão.

Concernente aos procedimentos para coleta de dados a pesquisa é caracterizada como Pesquisa Participante, no qual o pesquisador é envolvido diretamente no contexto da realidade pesquisada, tendo em vista que na pesquisa será aplicado um tema para ser modelado juntamente com uma turma do ensino básico para posterior análise mediante os objetivos traçados. Desta forma, se tem uma abordagem qualitativa, pois os dados obtidos buscam compreender as percepções dos sujeitos pesquisados acerca da situação-problema, objeto da investigação. (LEONEL; MOTTA, 2007)

Os sujeitos investigados nesta pesquisa são alunos do ensino regular da 1ª série do Ensino Médio, turno vespertino, da Escola Ensino Médio Macário Borba do município de Sombrio. A faixa etária está entre 14 e 16 anos e mais da metade são apenas estudantes. São alunos oriundos de diversos bairros, comunidades rurais e outros municípios.

Os alunos[1] desta turma foram escolhidos em virtude de nela constar alunos com baixo desempenho em matemática, outros desmotivados para estudar e outros ainda com potencial para a matéria. Além de, acontecer em um horário propício para a professora pesquisadora. Estas características apontadas facilitarão a análise em questão e, ao mesmo tempo, serão verdadeiros desafios.

Quanto ao método, todo pesquisador necessita de um método ele é “[...] a linha de raciocínio que o pesquisador estabelece para abordar o seu problema de pesquisa”. (LEONEL; MOTTA, 2007, p. 65) e eles podem ser classificados em dois tipos: de abordagem e procedimento.

No que se alude à abordagem do método, a pesquisa parte de investigações *in loco* descrevendo e analisando a ocorrência do fenômeno. Por se tratar de uma Pesquisa Participante, torna-se certo que a abordagem será indutiva. Quanto ao método de procedimento será o monográfico que consiste no estudo minucioso e contextualizado de determinados sujeitos, condições, grupos ou comunidades, com a finalidade de obter generalizações. (LEONEL; MOTTA, 2007)

Para o levantamento e a coleta de dados serão utilizados um questionário inicial com questões abertas, fechadas e mistas, com intuito de caracterizar e descrever os sujeitos da pesquisa, conhecer quais são as percepções dos alunos e da professora a respeito da disciplina matemática e de seu ensino, analisar se o aluno enxerga a disciplina matemática aplicada ao seu dia-a-dia. Para a professora da turma, ainda serão inclusas questões sobre a Modelagem Matemática.

No término da Modelagem, será utilizado um questionário final com questões abertas aplicados aos alunos para investigar se ocorreram mudanças a respeito da visão acerca da matemática e as possíveis contribuições. Ainda serão consideradas as produções feitas pelos alunos em virtude de suas compreensões sobre o assunto. Além disso, a pesquisadora

[1] Características retiradas das conversas com a professora da turma.

observará o andamento da pesquisa objetivando perceber diferentes olhares e expectativas do grupo com o uso da Modelagem Matemática.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Para fins de organização, o trabalho está estruturado em cinco capítulos, a saber:

Neste capítulo introdutório, situa-se o tema no cenário nacional, apresenta-se à questão central da pesquisa e seus objetivos, bem como, alguns pressupostos teóricos, a motivação para a pesquisa, a metodologia da pesquisa e a estruturação do trabalho.

No capítulo dois, realiza-se a revisão de literatura resgatando por meio da historia da matemática a trajetória do ensino da matemática culminando com a área da Educação Matemática. Em seguida, apresenta-se a Modelagem Matemática na Educação Matemática situando-a no cenário internacional e nacional para na sequência se definir a perspectiva de Modelagem adotada dentre as existentes na literatura. Após, sublinha-se os motivos de utilização e as possibilidades de inserção da Modelagem no currículo.

No capítulo três, defende-se a temática Ambiental como diretriz para a construção dos ambientes de modelagem e descreve-se a organização e as propostas destes ambientes e seus subtemas.

Já no capítulo quatro, apresenta-se a aplicação do ambiente de modelagem: Meio Ambiente e Produção do Lixo descrevendo o local da pesquisa, os sujeitos envolvidos e os desdobramentos ocorridos em cada etapa do processo de modelagem. Na sequência, é apresentada a análise dos resultados obtidos durante a aplicação da pesquisa à luz da fundamentação teórica.

No último capítulo, retoma-se a questão central da investigação expondo os resultados obtidos, os desafios encontrados e as contribuições adquiridas.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Na busca por respostas ao problema inicial, envereda-se pelo percurso histórico, primeiramente, resgata-se o ensino de matemática desde os primeiros tempos até a contemporaneidade a fim de entender o trajeto do ensino de matemática e o surgimento da preocupação para com este ensino. Em seguida, situa-se a Educação Matemática no cenário internacional e nacional destacando as linhas de estudo emergidas, em especial, a Modelagem Matemática. Por último, defende-se uma perspectiva para a Modelagem Matemática, sua utilização no ensino e as possibilidades de sua inserção no currículo.

2.1 A HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Nesta primeira seção, tecem-se considerações sobre a Educação Matemática e sua presença na história da humanidade.

2.1.1 Breve histórico do ensino da matemática

> Uma percepção da história da matemática é essencial em qualquer discussão sobre a matemática e seu ensino. Ter uma idéia, embora imprecisa e incompleta, sobre por que e quando se resolveu levar o ensino da matemática à importância que se tem hoje são elementos fundamentais para se fazer qualquer proposta de inovação em educação matemática [...] (D’AMBROSIO, 1997, p.29)

Valendo-se das palavras de D’Ambrosio, busca-se compreender por meio da história da matemática de que maneira e quando surgiu a preocupação com o ensino de matemática a fim de orientar o ensino e a aprendizagem da matemática de hoje.

Deste modo, inicia-se este percurso pelas primeiras manifestações matemáticas que estão atribuídas, de alguma forma, às necessidades imediatas do homem pré-histórico e à observação da natureza por ele. O homem primitivo percebeu, aos poucos, regularidades e padrões na natureza que contribuíram de algum modo à esquematização, representação e construção de objetos, instrumentos e pinturas. (MIORIM, 1998)

Na Idade Antiga[2], com o desenvolvimento das cidades e a transformação das condições sócio-político-econômicas, o ensino de matemática começou a acontecer de maneira intencional e independente, possuindo um caráter, essencialmente, prático. No entanto, para os povos antigos, a matemática já era considerada uma ciência nobre. Assim, era desenvolvida separadamente das artes técnicas e desligada dos ofícios e das atividades manuais. O seu ensino era reservado às classes privilegiadas da sociedade. (MIORIM, 1998) Para Miorim, 1998, p. 13, "os povos das antigas civilizações conseguiram, sem dúvida, desenvolver os rudimentos de várias áreas que viriam a compor o que seria, futuramente, chamado as matemáticas".

Já na Antiguidade Clássica, a sociedade grega preocupou-se com as regras gerais, com a exatidão dos resultados e com os princípios lógicos da matemática, ou seja, com a constituição de uma matemática teórica. Diferentemente do que até então havia sido estudado. Esta preocupação levaria à valorização dos estudos teóricos em detrimento das aplicações práticas.

Um dos principais responsáveis por esta mudança de perspectiva foi o filósofo Pitágoras de Samos (580-500 a. C.) considerado por Singh (2000, p.28) "[...] uma das figuras mais influentes e, no entanto misteriosas da matemática". Pitágoras foi o fundador da Escola Pitagórica, a qual influenciou, definitivamente e profundamente, a Matemática e seu ensino.

Para os pitagóricos, "[...] os números são elementos essenciais para a justificativa da existência de uma ordem imutável, tanto na sociedade quanto na natureza" (MIORIM, 1998, p.14). A escola pitagórica acreditava ser por meio do conhecimento puro que se alcançava a purificação. Assim, os estudos desta escola contribuíram para estabelecer a matemática como uma disciplina racional e abstrata. Além disso, é atribuída aos pitagóricos a concepção de que os homens que lidam com conceitos matemáticos são superiores aos demais.

Foi, então, segundo Miorim (1998) que por meio deles, a matemática pela primeira vez foi introduzida na educação grega, reconhecida como elemento formativo fundamental, restrita inicialmente ao círculo dos filósofos.

Com os sofistas e com Sócrates, o ensino da matemática foi popularizado na sociedade grega e introduzido em um sistema de ensino equivalente ao ensino superior. Entretanto, somente os filhos da classe privilegiada tinham acesso a este ensino. Também com

---

[2] Especialmente, os povos mesopotâmicos, babilônios e egípcios.

eles, vê-se a importância da matemática como valor pedagógico incalculável, particularmente, pela aplicação prática no desenvolvimento da formação do indivíduo.

Contudo, a partir do século IV a. C, com Platão é que se define a nova educação grega. Para D'Ambrosio, 1986, p. 36 "[...] é efetivamente com Platão que a importância da matemática como um dos pontos focais do sistema educacional se consolida." Para Platão, a matemática serviria para despertar o espírito e os conhecimentos mais abstratos, distantes do mundo sensível, teriam o poder de elevar a alma até o mundo perfeito, ou seja, perto de Deus. (MIORIM, 1998)

Quanto ao seu ensino, Platão defendia os estudos matemáticos desde o nível elementar, diferentemente do que acontecia até então. Neste nível, o ensino para as crianças deveria propor problemas adequados à idade delas, desenvolvido ludicamente por meio de jogos evitando os exercícios puramente mecânicos. Todavia, os jogos e os problemas não deveriam se restringir apenas às aplicações práticas, mas introduzir algum grau maior de abstração. Nesta etapa, todas as crianças livres teriam oportunidade de estudar as matemáticas. Já nos demais níveis, seriam realizados seleções entre os mais bem-dotados culminando em um pequeno grupo formado por governantes e futuros filósofos. Para esta minoria da sociedade, somente a matemática totalmente racional destituída de qualquer vestígio da experiência sensível era indicada, visto que Platão via na matemática "uma virtude formadora mais profunda". (MARROU, 1975, p. 122 *apud* MIORIM, 1998, p. 19).

Deste modo, o misticismo envolto na matemática, herdado dos pitagóricos, continuaria com Platão. A concepção platônica assumiria vários aspectos já defendidos por eles, por exemplo: uma ciência perfeita e exata, compreendida por alguns poucos escolhidos vistos como pessoas superiores; detentora do poder de selecionar os mais aptos para o ofício em qualquer ramo. Estas afirmações revelam um dos problemas atuais do ensino de matemática, reconhecidamente, vista como uma disciplina difícil, em que poucos sentem empatia.

Assegura D'Ambrosio (1986, p. 36) que embora Platão defendesse os dois tipos de ensino: uma matemática utilitária para artesãos e comerciantes e outra abstrata para as "melhores mentes", o segundo aspecto, cuja elitização intelectual acontece por meio da matemática, foi o que prevaleceu e perdurou até a civilização romana e prolongou-se até a Idade Média. Corrobora Miorim (1998, p. 25) que "os estudos matemáticos [na época romana] continuam a ser privilégio apenas de uma minoria: os matemáticos profissionais e os futuros imperadores."

A partir do século V, com a queda do Império Romano pelos bárbaros no Ocidente, o ensino clássico foi enfraquecendo dando lugar a um ensino totalmente religioso. Os mosteiros eram os únicos centros de cultura da Europa Ocidental. O ensino das matemáticas tinha o objetivo de entender mais profundamente as escrituras sagradas e calcular o calendário litúrgico.

Os poucos estudos das matemáticas desenvolvidos do século V ao VIII demonstraram um interesse apenas instrumental da matemática. Não existia interesse pelas aplicações práticas e especulações das matemáticas, visto que a atenção despendida era exclusivamente para o cálculo de horas da liturgia, da data da Páscoa, das estações do ano e do calendário eclesiástico. Estas preocupações refletem o que estava acontecendo na Europa, mas enquanto isso, nas costas ao sul do Mediterrâneo, norte da África e Oriente Médio, o descontentamento com a dominação romana e, principalmente, com o cristianismo fez com que surgisse o Islamismo no personagem de Maomé. (D'AMBROSIO, 1997)

Em nome de Alá, os muçulmanos, rapidamente, expandiram seu domínio. Conquistaram todo o norte da África e entraram na península Ibérica. No oeste, chegaram até a Índia e a China. Com a dominação do Islã, a cultura grego-romana foi absolvida e propagada. A principal escola desta fase, foi à Casa da Sabedoria fundada em Bagdá pelo califa Harun Al-Rashid. Era considerada uma verdadeira universidade, onde vários professores puderam gerar conhecimentos matemáticos, científicos e filosóficos. A principal figura desta escola foi o matemático Muhammad ibn Musa Al- Kwarizmi al-Magusi de cultura persa. Responsável por trazer a matemática da Índia, introduzindo o sistema numérico decimal dos hindus e as resoluções de equações de 1º e 2º grau. (D'AMBROSIO, 1997)

Já na Europa Ocidental, a partir do século X até o século XV, vê-se o nascimento e o declínio de um novo tipo de vida intelectual: a escolástica, que encontrou na lógica de Aristóteles a sua maior aliada para justificar a fé cristã por meio da razão. De acordo com Monroe (1939, p. 154 *apud* Miorim, 1998, p. 31),

> É nesse momento que veremos surgir uma extrema valorização do formal, do abstrato, do imaterial. Sem nunca questionar a validade de suas hipóteses, sem levar em consideração nenhum conhecimento concreto ou físico, ou seja, sem nenhuma base real [...]

Este novo modo de conceber o conhecimento propiciou a organização de ideias tendo como pressuposto inicial, premissas que não devem ser questionadas, uma vez que são consideradas verdadeiras. Assim, a preocupação maior do ensino era com a organização lógica dos conteúdos sem nenhum conhecimento novo ou aplicação prática deste. (MIORIM, 1998).

Posteriormente, no século XV, com o avanço das grandes navegações, com a descoberta de novas terras e com o florescimento das atividades comerciais e industriais, surgira uma nova forma de organização social e um novo tipo de homem que trouxera mudanças profundas à Educação e ao ensino das matemáticas nos séculos seguintes.

Por conseguinte, a necessidade de compreender melhor as propriedades e transformações deste novo tipo de sociedade que surgiu, as matemáticas começaram a se desenvolver e a se modificar na Europa. Algumas contribuições da matemática deste período foram: os logaritmos de Napier; os números decimais por Stevin; as resoluções de equações de 3º e 4º graus por Cardano e Tartaglia, dentre outras. Isto foi possível, graças aos árabes que traduziram intensamente as obras clássicas gregas, trabalhos indianos e persas. Tem-se, então, o Renascimento da cultura grego-romana. (Ibidem, 1998)

Neste período, surgiram dois modelos de ensino: um preocupado com a preparação prática das novas profissões emergentes e outro desinteressado, mas preocupado com a formação do homem livre. Este último defendido pelos humanistas, os quais implantaram as "humanidades" nos sistemas educacionais tradicionais, principalmente, no nível secundário. As chamadas "humanidades" eram o estudo das línguas e da literatura dos povos clássicos. As matemáticas que não foram relevantes para os escolásticos, tampouco foram alvo de preocupação dos humanistas.

Embora com o surgimento das indústrias e do comércio uma nova classe emergente de trabalhadores necessitasse de uma formação profissional mais aplicada, as matemáticas no ensino secundário eram pouco enfatizadas. Ainda não existia uma preocupação com as aplicações práticas da matemática, mas apenas com o valor formal destes estudos, apontado pela concepção platônico-aristotélica, quando utilizados. (D'AMBROSIO, 1997)

Sinalizando mudanças, muitos homens da época, notadamente, Leonardo Da Vinci percebeu o descompasso existente entre o desenvolvimento da sociedade e o das novas ciências com o ensino ministrado nas escolas e universidades. Da Vinci pregava uma educação voltada para a realidade, mais ligada à observação e à experiência. Ele defendia que a matemática desempenharia papel fundamental neste sentido preconizando o que aconteceria nos séculos seguintes. (D'AMBROSIO, 1997)

Consequentemente, no ano de 1687, com o livro *Principia mathematica philosophie naturalis,* Isaac Newton marcou época lançando as leis da mecânica com o aporte de um novo instrumento matemático desenvolvido por ele: o cálculo diferencial. Tem-se, então, o início da ciência moderna. (Ibidem, 1997)

A partir deste período, as matemáticas passaram a desempenhar um novo papel: o de ferramenta necessária a explicação dos fenômenos. Assim, os aspectos relacionados com "as artes práticas e as artes mecânicas, com as relações quantitativas que poderiam ser estabelecidas para a explicação dos fenômenos, que utilizava o número para melhor compreender as figuras, que tinha no movimento a sua base de sustentação" foram defendidos na matemática. (MIORIM, 1998, p.41). Destacam-se a criação do cálculo infinitesimal e da geometria analítica que transcenderam definitivamente os conhecimentos da matemática grega.

Já no século XVIII com as revoluções: Francesa, Americana, Industrial algumas mudanças anunciadas anteriormente ocorreram.

O movimento Iluminista nascido neste período considerou no ensino de matemática a relação teoria-prática. A obra *Enciclopédia das ciências, das artes e dos ofícios* dos iluministas representou uma mudança de postura com relação aos conhecimentos práticos, principalmente, no que tange a geometria experimental. Esta nova abordagem produziu reações na geometria ensinada nas escolas francesas, pois este ensino ainda era baseado no sistema dedutivo euclidiano. (MIORIM, 1998)

Todavia, somente no século XIX, é que os ideais e as exigências advindas destas revoluções começaram a ser postos em prática. Um novo cenário instalava-se promovido pela industrialização e pelo avanço tecnológico. A proliferação de fábricas e indústrias atrai grandes massas da população para os centros urbanos e o trabalho, que antes era artesanal, foi substituído pelo uso de máquinas cada vez mais modernas. (Ibidem, 1998)

Em face disso, o modo de produção artesanal e o aprendizado prático herdado de gerações passadas desapareceu e, consequentemente, a única educação que as classes trabalhadoras tinham acesso também.

De fato, ao passo que as novas tecnologias surgiam, era imprescindível discutir a educação das novas classes trabalhadoras e a formação de técnicos especializados na melhoria das técnicas de produção. Além disso, "[...] questões ligadas à universalização [...] e outros temas, tais como a laicização e a estatização da educação, também estavam no centro das atenções". (MIORIM, 1998, p. 53)

Assim sendo, surgiram em vários países os Sistemas Nacionais de Educação que organizaram e criaram diversas escolas para todas as camadas da população: escolas elementares e secundárias; escolas de nível médio profissional e, além disso, cursos superiores técnicos. Também renovaram as universidades existentes.

Contudo, cabe ressaltar que, nem todos tinham acesso à universidade. Para os membros das classes populares reservou-se o ensino mais técnico destinado a formação profissional, enquanto as classes mais elevadas tinham outro tipo de formação tendo em vista a cultura geral. Segundo D'Ambrosio (1986) esta distinção entre, os que pensam e os que fazem, persevera desde os tempos de Platão. Nota-se que esta divisão entre o trabalho intelectual e o manual é à base de nosso sistema de produção e propriedade atual.

Com a criação dos sistemas nacionais de educação, o ensino de matemática passou a integrar os currículos dos diversos níveis escolares. Assim, era preciso incorporar ao currículo os modernos conhecimentos matemáticos desenvolvidos dentro das universidades do século XIX, pois havia um descompasso entre os avanços obtidos e o conhecimento ensinado nas escolas secundárias e técnicas. Ademais, era necessário preparar os futuros professores de matemática para estes ensinos.

Em vista disso, ao final do século XIX, as universidades de diferentes países tiveram o compromisso de qualificar estes professores propondo cursos mais direcionados ao ensino de matemática. Somado a isso, foram realizados estudos experimentais por psicólogos americanos e europeus sobre o modo como as crianças aprendiam matemática. Um importante passo nesta área foi dado por John Dewey que propôs em seu livro a Psicologia do número, um ensino mais cooperativo entre professor e aluno e de caráter interdisciplinar. Consequentemente, todos estes fatos foram determinantes para o estabelecimento de uma reforma curricular no ensino da matemática na transição para o século XX. (FIORENTINI; LORENZATO, 2007).

Para Schubring (1999), a matemática foi uma das primeiras disciplinas a iniciar uma reforma curricular e metodológica internacionalmente no ensino. Pode-se dizer que a partir deste momento, a Educação Matemática ganharia espaço e aos poucos se transformaria em uma área prioritária da educação. De acordo com Kilpatrick, 1996, p. 111, precisamente, "[...] quando a formação dos professores [secundários] se tornou uma função crescentemente importante das universidades, a Educação Matemática começou a ser reconhecida como uma matéria universitária."

Dentre as contribuições para o surgimento da Educação Matemática, citam-se os seguintes pesquisadores: o engenheiro e professor de Física, John Perry (1850-1920); o casal de ingleses matemáticos: Grace C. Young (1868-1944) e William H. Young (1879-1932); o respeitadíssimo matemático americano Eliakim H. Moore (1862-19332) e o eminente matemático alemão Christian Felix Klein (1849-1925). Este último reconhecido por dar o passo inicial no estabelecimento da Educação Matemática. (D'AMBROSIO, 2004)

Para Felix Klein, o ensino de matemática no nível universitário, primeiramente, deveria primar pelo próprio desenvolvimento da matemática, uma vez que, isto proporcionaria ao estudante o prazer de uma produção independente. Um segundo ponto seria a importância da matemática para o desenvolvimento de outras ciências e, um terceiro, o valor formal propiciado pelos estudos matemáticos. (MIORIM, 1998)

No que concerne o nível secundário, Klein (1927, p.5, apud MIORIM, 1998, p.69) declarou:

> O professor deve ser por assim dizer, algo *diplomático*; tem de conhecer a psicologia das crianças para poder captar o seu interesse, e isso só poderá conseguir se aceitar apresentar as coisas de uma forma intuitiva facilmente assimilável. Dentro da escola, apenas nas classes superiores se pode revestir a doutrina de forma abstrata [...] Mas isso [...] deveria também estender-se a todo ensino, mesmo o superior; a matemática sempre deveria ser apresentada com tudo aquilo que pudesse interessar ao homem e com o que utilizará em sua vida.

Ainda neste nível, além de considerar os aspectos psicológicos, Klein defendia a introdução do conceito de função como centro do ensino e também a introdução do cálculo infinitesimal. Pregava um ensino mais significativo para a criança, em que o interesse e os conhecimentos aplicáveis deveriam ser trabalhados em sala de aula.

A proposta de Klein consistia em renovar o ensino de matemática tanto no nível secundário como nos estudos universitários. Para o ensino secundário, um dos principais objetivos, era a modernização dos conteúdos considerando os últimos avanços tecnológicos e científicos. Na universidade, uma das preocupações, era propor um ensino que contemplasse a formação de professores secundários. (MIORIM, 1998)

Na Alemanha, Felix Klein liderou a renovação dos currículos dos sistemas escolares de matemática e este empenho o levou a presidir a *Internacional Comission on Mathematical Instruction* - ICMI/IMUK[3], criada em 1908, quando do Quarto Congresso Internacional de Ensino de Matemática realizado em Roma. Com Felix Klein à frente desta comissão, iniciou-se um movimento internacional para a modernização do ensino de matemática. Seu livro Matemática Elementar de um ponto de vista avançado pode-se dizer que representa o início da moderna Educação Matemática. (D'AMBROSIO, 1997)

[3] O *Internationalen Mathematische Unterrichts Kommission* -IMUK a partir de 1954 passou a ser conhecido por ICMI .(SCHUBRING, 1999)

Apesar de o movimento perder as forças com a Primeira Guerra Mundial e também com a morte de Klein em 1925, continuaria a influenciar as propostas de ensino de matemática daquele momento em diante. (MIORIM, 1998), (SCHUNBRIG, 1999).

Assistiu-se, então, a partir do século XX, a preocupação com o ensino de matemática intensificar-se. Vários pesquisadores matemáticos atentam para os currículos do ensino secundário que estavam muito aquém ao desenvolvimento da matemática dos últimos séculos, às necessidades impostas pelo avanço científico e tecnológico e à formação de docentes secundaristas.

Em meio a estes fatos, a Educação Matemática surge enquanto campo científico e profissional, ainda que lentamente em muitos países. São criados vários grupos, comissões e associações que discutem o ensino de matemática. Uma destas, a criação do ICMI, citada anteriormente, consolidou a Educação Matemática "[...] como uma subárea da matemática e da educação, de natureza interdisciplinar [...]" (D'AMBROSIO, 2004, p. 72). Foi, a partir desta comissão, que se inicia a busca pelo espaço da Educação Matemática.

2.1.2 O Movimento da Matemática Moderna-MMM e o surgimento da Educação Matemática no Brasil

O Movimento Internacional de Modernização do ensino de Matemática, iniciado por Klein, nos primeiros anos do século XX, estabeleceu uma nova proposta de ensino de matemática para o ensino secundário. A introdução do conceito de função, por exemplo, representava uma tentativa de aproximar o currículo de matemática aos avanços mais recentes da Matemática.

Entretanto, na prática, as mudanças ocorridas nos currículos em muitos países não chegaram a produzir os efeitos esperados. De fato, nos Estados Unidos, mais fortemente durante a Segunda Guerra Mundial, constatou-se a deficiência existente no ensino de Matemática quando os americanos foram obrigados a promover cursos especiais de matemática aos soldados em virtude do alto grau de dificuldades para com a matéria. (FIORENTINI; LORENZATO, 2007)

Em contrapartida, a Matemática do século XX se desenvolvia, velozmente, contribuindo para os avanços científicos e tecnológicos. Destaca-se, por exemplo, a obra que foi concebida para ser o equivalente no século XX do trabalho de Euclides, sintetizando toda a matemática conhecida. São os *Élements de Mathématique* de Nicolas Bourbaki[4]. Este grupo tinha como objetivo reconstruir o edifício matemático, no qual as estruturas seriam os elementos unificadores. Para eles, a sistematização das relações matemáticas estaria baseada na noção de estruturas, sendo três os tipos de estruturas-mãe: as estruturas algébricas, de ordem e topológicas. Estas seriam responsáveis em unificar os ramos da matemática antes divididos em Aritmética, Álgebra e Geometria. (BÚRIGO, 1989), (D'AMBROSIO, 1997)

Por volta dos anos 50, o ensino de matemática é influenciado por um novo cenário: a aceleração da inovação tecnológica proporcionada pela expansão econômica impulsionou a criação de várias universidades nos países industrializados. Estas, agora, estariam preocupadas com a formação de engenheiros e administradores com maior ou menor grau de especialização devido às novas exigências da produção capitalista. No ensino secundário, vários países tentaram adequá-lo as mudanças do ensino superior. Segundo Búrigo (1989, p. 63) "tratava-se de oferecer, no secundário, um ensino mais qualificado, mais atrativo, [...] e introduzir tópicos mais 'modernos' que preparassem o estudante para a universidade." Estes tópicos mais modernos eram os avanços obtidos nas ciências naturais e exatas. A valorização destes conhecimentos nos currículos justificava-se pela importância que estes tinham à qualificação profissional e, também, às descobertas científicas. O conhecimento matemático, particularmente, era necessário desde o manejo eletrônico da informação e as técnicas modernas de medição até o processo de matematização da ciência. (BÚRIGO, 1989)

Deste modo, a crença de que a tecnologia resolveria os problemas sociais e traria bem-estar social mobilizou também a educação e desencadeou em vários países a busca pelo progresso econômico por meio da veia tecnológica. (BÚRIGO, 1989)

A capacidade de produzir tecnologia entre os Estados Unidos e a União Soviética desencadearia, no ano de 1957, o lançamento do primeiro satélite russo, o Sputnik. Este intento provocaria nos Estados Unidos uma preocupação pela defesa nacional e pela melhoria da formação de seus técnicos e cientistas. Para tanto, constataram que deveriam modernizar o currículo de Matemática agregando os últimos avanços da área. Deste momento em diante, os americanos financiaram e incentivaram freneticamente a criação de grupos, envolvendo

[4] Nicolas Bourbaki é um personagem fictício, adotado por um grupo de jovens matemáticos franceses em 1928; dentre eles, Cartan, Chevalley, Dieudonné, Weil, que se reuniam num seminário para discutir e propor avanços em matemática em todas as áreas. (D'AMBROSIO, 1997), (MIORIM, 1998)

matemáticos, educadores e psicólogos[5] que propusessem um novo currículo contendo a moderna matemática.

Aliado a isto, na França, no ano de 1959, a Organização Européia de Cooperação Econômica organizou durante duas semanas uma Conferência Internacional em Royaumont. Neste evento, compareceram especialistas de vinte países que discutiram as mudanças curriculares para a escola de nível médio visando promover uma reforma generalizada e tão profunda quanto possível do ensino da Matemática a fim de aumentar e melhorar o número de pessoal qualificado em seus países membros. (BÚRIGO, 1989), (FIORENTINI; LORENZATO, 2007)

Nesta mesma década, seria criada a *Commission Internationale pourl´Étude et l´Amélioration de l´Enseignement des Mathématiques*[6]-CIEAEM com a missão de investigar o estado presente da matemática e as possibilidades de melhoria no ensino e na aprendizagem de matemática. A principal contribuição foi à obra *L´enseignement des mathématiques* que reúne textos de J. Piaget, E. W. Beth, J. Dieudonné, A. Lichnerowicz, G. Choquet e G. Gattegno. O livro teve repercussão internacional. (VALENTE, 2008)

Em face disso, estariam assinaladas as bases do que ficou conhecido pelo Movimento da Matemática Moderna ocorrido, internacionalmente, entre os anos de 1950 e 1960. Consoante Santaló (1979, p.41 apud MIORIM, 1998, p.111), o Movimento da Matemática Moderna, reforçado pelos estudos de Jean Piaget, pela concepção bourbakista da matemática e tendo o incentivo de vários governos, espalhou-se "como um rastilho de pólvora por todo o mundo".

A proposta disseminada da Matemática Moderna, segundo, Miorim, 1998, p. 114,

> [...] Baseava-se na teoria dos conjuntos, nas estruturas matemáticas e na lógica matemática. Esses três elementos foram responsáveis pela unificação dos campos matemáticos, um dos maiores objetivos do movimento. [...] Enfatizou-se o uso da linguagem matemática precisa e de justificações matemáticas rigorosas. Os alunos não precisariam saber fazer, mas sim, saber justificar por que faziam.

O ensino de matemática tornou-se carregado de um rigor e de uma formalização excessiva. O que realmente aplicou-se em nome da Matemática Moderna foi um ensino mecânico com ênfase nas estruturas e na axiomatização em detrimento das aplicações e dos problemas vinculados à realidade. (BÚRIGO, 1989) Miorim (1998) caracteriza o Movimento

---

[5] Psicólogos como Jean Piaget, Robert M. Gagné, Jerome Bruner, B.F. Skinner dão a base teórica de aprendizagem de suporte para as propostas. (D'AMBROSIO, 2006, p. 15)

[6] Tradução: Comissão Internacional para estudo e melhoria do ensino de Matemática.

da Matemática Moderna pela mudança de orientação na matemática, em que ocorreu um distanciamento da prática e uma separação entre a matemática pura e aplicada.

No Brasil, de acordo com Pires, (2008, p.16)

> [...] a Matemática Moderna foi veiculada inicialmente por meio de livros didáticos, sem adequada preparação dos educadores nem suficiente discussão de seus propósitos. A Matemática Moderna surgiu como substituta definitiva da velha Matemática, com a qual parecia não manter relação alguma.

Ainda segundo a autora, a matemática que se colocou em prática no Brasil estava distante de ser um ensino renovado e democrático, preparando o aluno para a compreensão da ciência, mas um ensino formalizado ao extremo, decepado de todo suporte intuitivo, apresentado a partir de situações artificiais e, além de tudo, bastante seletivos.

Consoante Miorim (1998), os professores Carlos B. Lyra e Omar Catunda, preocupados com o proclamado pela Matemática Moderna em nossas escolas, alertaram para os riscos de um ensino centrado apenas na linguagem. No entanto, foi este o caminho percorrido pelo MMM no Brasil.

Inicialmente, o Grupo de Estudos de Ensino de Matemática - GEEM fundado pelo professor Osvaldo Sangiorgi em 1961 foi o grande responsável pela introdução do MMM. Foram vários os cursos promovidos e livros didáticos publicados. Além dos Congressos Nacionais de Ensino de Matemática que vinham acontecendo desde o ano de 1955. Todos estes acontecimentos contribuíram para que a Matemática Moderna penetrasse nas escolas do secundário e posteriormente do primário. (D'AMBROSIO, 1997), (MIORIM, 1998), (PIRES, 2008)

Como consequência do Movimento, o ensino de matemática ficou marcado pelo excesso de algebrismo, pelo abandono da Geometria e pela falta de vínculos com o cotidiano. Os professores da época não estavam preparados para entrar no MMM, visto que muitos tiveram em suas graduações uma formação humanística. Em virtude disso, o que se propôs aos professores foi o oferecimento de cursos por meio do GEEM com a finalidade de que conhecessem os modernos conteúdos de matemática. Todavia, nestes cursos, não havia uma discussão mais profunda de seus princípios ou finalidades junto aos professores. Assim, o que se colocou em prática não levou à compreensão dos objetos matemáticos, mas a uma ênfase exagerada na simbologia da Teoria dos Conjuntos. Um depoimento dado à Búrigo (1989, p. 215) por Anna Franchi relata a situação na época: *Até algumas piadinhas saíram na Folha de*

São Paulo do aluno dizendo: ‘Papai, quanto é 2+3? ’, e o pai diz: 5; ‘Não, 3+2 é igual a 2+3’. (PIRES, 2008) (BÚRIGO, 1989)

Na década de 70, as críticas ao Movimento da Matemática Moderna começaram a aparecer, principalmente, com os estudos de Morris Kline e René Thom que combateram os exageros cometidos por muitas das propostas desenvolvidas em vários países.

No ano de 1973, nos Estados Unidos, Kline publica o livro *Why Johnny can't add: the failure of the new math* publicado no Brasil em 1976 sob o título “O fracasso da Matemática Moderna”. Este livro teve grande repercussão em nosso país mesmo não sendo elaborado a partir de experiências brasileiras, pois em um sentido maior abrangia todos os esforços realizados em nome do Movimento da Matemática Moderna. (BÚRIGO, 1989)

Como saldo positivo do MMM, aponta Pires (2008) que ocorreu um despertar para a existência de problemas relacionados com o ensino da matemática, uma busca pela necessidade de compreender os conceitos matemáticos e sua construção pela criança e uma procura por estratégias e recursos didáticos que melhorassem o aprendizado dos alunos em matemática.

Ainda ressalta Pires (2008, p.15)

> No período que sucedeu o declínio da Matemática Moderna, em todo o mundo buscou-se construir currículos de Matemática mais ricos, contextualizados culturalmente e socialmente, com possibilidades de estabelecimento de relações intra e extra-matemática, com o rigor e a conceituação matemáticos apropriados, acessível aos estudantes, evidenciando o poder explicativo da Matemática, com estruturas mais criativas que a tradicional organização linear.

Nesta época, o Brasil vivia um expansionismo universitário com a multiplicação de licenciaturas em ensino de ciências e matemática e a criação de vários programas de pós-graduação em educação, matemática e psicologia culminando com o surgimento de especialistas na área de didática e metodologia de ensino de matemática. As linhas de estudo investigadas eram a didático-metodológica e a psicológica. (FIORENTINI; LORENZATO, 2007)

Somado a isto, as preocupações levantadas após o fracasso da Matemática Moderna, os debates travados em torno deste tema impulsionaram a produção de estudos sobre a aprendizagem da matemática, sobre o currículo e o ensino. É neste período, entre o início dos anos 70 até os primeiros anos da década de 80 que, consoante Fiorentini e Lorenzato (2007), marcariam o nascimento da Educação Matemática (EM) no Brasil enquanto campo profissional. (Ibidem, 2007)

A partir da década de 80, com a abertura política e a redemocratização do país, a Educação Matemática ampliou sua região de inquérito. Outras dimensões passaram a fazer parte do estudo da EM: a histórico-filosófica, a epistemológica, a antropológica, a sociológica e a teleológico-axiológica. Nesse mesmo período, surgiram novas linhas de estudo, como por exemplo: a Etnomatemática, a Modelagem Matemática, a Resolução de Problemas, a Cognição Matemática relacionada aos contextos socioculturais, a Prática Pedagógica e a Formação de Professores. (Ibidem, 2007)

No ano de 1988, foi fundada a Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM e a partir dela, vários encontros nacionais foram promovidos. A organização da comunidade de educadores matemáticos contribuiu para que os mesmos se identificassem como tais e pudessem socializar e discutir as pesquisas científicas produzidas na área por meio de encontros específicos.

No início dos anos 90, tem-se no Brasil uma comunidade de educadores matemáticos doutores que fazem da Educação Matemática o seu campo principal de pesquisa. Muitos deles doutoraram-se no exterior em países como Estados Unidos, França, Alemanha e, uma quantia ainda maior concluiu doutorado no Brasil, em cursos de pós-graduação na área da educação, fortalecendo ainda mais a Educação Matemática nacional. (FIORENTINI; LORENZATO, 2007)

Com uma comunidade forte de pesquisadores com diversas publicações nacionais e internacionais, a Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação-ANPEd passou a reconhecer a Educação Matemática como área de produção de saber criando um Grupo de Trabalho (GT19) de Educação Matemática em 1997. (FIORENTINI; LORENZATO, 2007) (IGLIORI, 2004) Deste grupo, 12 subgrupos foram criados pela SBEM, descritos a seguir por Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 39):

- (GT_1) Educação Matemática - EM nas séries iniciais;
- (GT_2 e GT_3) EM nas séries finais do ensino fundamental e no ensino médio;
- (GT_4) EM no ensino superior;
- (GT_5) História da Matemática e cultura;
- (GT_6) EM: novas tecnologias e educação à distância;
- (GT_7) Formação de professores que ensinam matemática;
- (GT_8) Avaliação em EM;
- (GT_9) Processos cognitivos e linguísticos;
- (GT_{10}) Modelagem matemática;
- (GT_{11}) Filosofia da EM;
- (GT_{12}) Ensino de Probabilidade e estatística.

Todos estes subgrupos são formados por reconhecidos pesquisadores na área de Educação Matemática.

Nos anos de 2000 e 2001 foi criada uma nova área de conhecimento na Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior-CAPES: a área de ensino de ciências e matemática independente da educação. Nos anos seguintes, vários cursos de pós-graduação foram criados no âmbito desta nova área de conhecimento. (FIORENTINI; LORENZATO, 2007)

Por fim, corroborando com as palavras de Fiorentini e Lorenzato (2007, p. 05), a Educação Matemática atualmente

> [...] é uma área de conhecimento das ciências sociais ou humanas, que estuda o ensino e a aprendizagem da matemática. [...] a EM caracteriza-se como uma *práxis* que envolve o domínio do conteúdo específico (a matemática) e o domínio de ideias e processos pedagógicos relativos à transmissão/assimilação e/ou à apropriação / construção do saber matemático escolar. [...] Podemos conceber a EM como resultante das múltiplas relações que se estabelecem entre o específico e o pedagógico num contexto constituído de dimensões histórico-epistemológicas, psicocognitivas, histórico-culturais e sociopolíticas.

A partir das considerações acerca da Educação Matemática, verifica-se que a mesma é uma área de conhecimento recente, mas que já produziu várias inovações e melhorias no ensino de matemática. Com suas múltiplas relações, abrange e envolve vários aspectos do aprendizado e do ensino em matemática, antes desconsiderados pelos matemáticos e pedagogos.

No Brasil, o movimento pela Educação Matemática tem contribuído na efetivação das reformas curriculares e na implantação de novas propostas pedagógicas que sinalizam mudanças significativas no contexto da matemática tanto na Educação Básica quanto na Superior. (BIEMBENGUT, 2009)

Um dos aspectos predominantes nas propostas curriculares é a contribuição das investigações e das experiências na área de Educação Matemática.

De fato, nas Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2004), no que tange à Matemática, o uso da contextualização e da interdisciplinaridade deve nortear o currículo visando desenvolver no aluno: a capacidade de utilizar a matemática na interpretação e intervenção da realidade, além de, habilitá-lo a aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, especialmente, em outras áreas do conhecimento.

Neste sentido, a Modelagem Matemática na Educação tem sido considerada.

Portanto, acreditando que a Modelagem Matemática se faz a partir do ambiente social e cultural dos alunos, permitindo a eles analisar, refletir e intervir sobre este contexto, na sequência se discute a Modelagem Matemática na Educação Matemática, tema central deste estudo.

2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

> Aprender é um ato de conhecimento da realidade concreta, isto é, da situação real vivida pelo educando, e só tem sentido se resulta de uma aproximação crítica dessa realidade. O que é aprendido não decorre de uma imposição ou memorização, mas do nível crítico de conhecimento, ao qual se chega pelo processo de compreensão, reflexão e crítica. (LIBÂNEO, 2006, p.35)

Nesta seção, discorre-se acerca do movimento pela Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Nota-se, anteriormente, que o uso de aplicações no ensino sempre foi secundarizado na matemática. Os primeiros passos para a reformulação do ensino de matemática foram dados por Klein e seus seguidores e, posteriormente, pela necessidade de adequar o currículo à sociedade tecnológica e capitalista. O período que sucedeu o MMM despertou a busca pelas aplicações propiciando novas formas de se trabalhar os conteúdos matemáticos em sala de aula. A Modelagem Matemática surge como uma nova abordagem aos conteúdos matemáticos possibilitando também questionar o poder formatador da matemática na sociedade.

2.2.1 Situando a Modelagem Matemática na Educação Matemática

A discussão acerca da Modelagem Matemática na Educação Matemática surge na literatura mundial na década de 60, segundo Biembengut (2009), com o Movimento Utilitarista[7] que defendia a aplicação prática dos conteúdos matemáticos à ciência e à

[7] Conforme Fiorentini (1995), parte do pressuposto do aprender fazendo. Por isso, didaticamente vai valorizar no processo de ensino, a pesquisa, a descoberta, os estudos dos meios, a resolução de problemas e atividades

sociedade em contraposição ao Movimento da Matemática Moderna que marcou o ensino pela excessiva ênfase à Teoria dos Conjuntos, como visto no capítulo anterior. (BARBOSA, 2001)

O Movimento pelas aplicações levou a formação de diversos grupos de pesquisadores. Dentre eles, o grupo liderado por Hans Freudenthall, denominado IOWO (Holanda), e outro, coordenado por Bernhelm Booss e Mogens Niss (Dinamarca), os quais trabalhavam neste sentido, até que em 1978, em Roskilde (Dinamarca), realizaram um congresso sobre o tema Matemática e Realidade que, mais tarde em 1983, culminaria com o Grupo Internacional de Modelagem Matemática e Aplicações (ICTMA), filiado ao ICMI, que tem periodicidade de dois anos. (BIEMBENGUT, 2009), (DOROW; BIEMBENGUT, 2008) Neste evento, discutem-se questões sociais e epistemológicas e experiências de sala de aula convergentes com o tema.

No cenário nacional, estes movimentos educacionais pela Modelagem Matemática na educação influenciaram simultaneamente o país, com o trabalho de professores, representantes brasileiros na comunidade internacional de Educação Matemática. Estes docentes foram fundamentais no impulso e na consolidação da Modelagem no país. São referências pessoas como: Aristides C. Barreto, Ubiratan D' Ambrosio, Rodney C. Bassanezi, João Frederico Mayer, Marineuza Gazzetta e Eduardo Sebastiani, que começaram um movimento pela modelagem no fim dos anos 70 e início dos anos 80, conseguindo adeptos por todo o país. (BIEMBENGUT, 2009), (DOROW; BIEMBENGUT, 2008)

Ressalva Biembengut (2009, p.02) que "graças a esses precursores, discussões desde como se faz um modelo matemático e como se ensina matemática ao mesmo tempo permitiram emergir a linha de pesquisa de modelagem matemática no ensino brasileiro."

De lá para cá, este movimento conquistou diversos professores e pesquisadores pelo país permitindo trilhar novos caminhos, novas concepções e novas formas de transmitir experiências. Conforme Biembengut (2009, p. 29)

> Os trinta anos que transcorreram testemunham quão significativa tornou-se a modelagem matemática na educação brasileira. Assistido de um ponto, dificilmente, poderia, nós precursores, antever os rumos que as primeiras propostas tomariam: a extensão das propostas, as mudanças não menores no tocante às concepções, a amplitude de produção acadêmica, os esforços de experimentação em todos os níveis educacionais, as referências nos documentos oficiais. Deste ponto, cremos que o surpreendente não é que saibamos tão pouco sobre esta disseminação, mas sim que já saibamos suficiente para continuarmos nesse rumo: saber cada vez mais de como a natureza e os processos envolvidos na modelagem se inserem nas questões

---

experimentais. O modelo de matemática recomendado é a matemática aplicada tendo como método de ensino a modelagem matemática e resolução de problemas.

> da sociedade.

Neste âmbito, quando se busca algo na literatura, nacional ou internacional, acerca da Modelagem Matemática no ensino nota-se que não existe uma única definição para ela. São várias as concepções existentes que revelam diferentes maneiras de produzir modelagem. Acredita-se não existir um único caminho, mas as várias facetas que surgem deste meio enriquecem o ensino de matemática. (HERMINIO, 2009)

Como não há um consenso acerca da definição de modelagem, as concepções semelhantes têm sido agrupadas de acordo com suas características. Um estudo realizado por Kaiser e Sriraman (2006) possibilitou criar um sistema de classificação baseado em análises da literatura produzida, principalmente, por trabalhos desenvolvidos no *International Congress of Mathematical Instructions* (ICMI) *e no International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications* (ICTMA). Neste sistema, seis perspectivas foram encontradas podendo ser caracterizadas por apresentarem similaridades e diferentes abordagens. As perspectivas classificam-se em:

> • **Realística ou modelagem aplicada:** enfatiza o desenvolvimento das habilidades de resolução de problemas matemáticos aplicados, e na promoção de competências em modelagem, as situações problemas são autênticas e reais;
> •C**ontextual**: as situações-problema são devotadas à construção da teoria matemática, mas sustentado nos estudos psicológicos sobre sua aprendizagem;
> •E**ducacional didática ou educacional conceitual:** estrutura o processo de aprendizagem e integra situações-problema autênticas com o desenvolvimento da teoria matemática;
> • **Sócio-crítica**: enfatiza o papel da matemática na sociedade e afirma a necessidade de apoiar o pensamento crítico sobre o papel da matemática na sociedade, ocupa-se com a análise da natureza dos modelos matemáticos e seu papel na sociedade;
> • E**pistemológica:** a ênfase recai sobre as situações-problema que são estruturadas para gerarem o desenvolvimento da teoria matemática. (SANTOS, 2008, p. 349, grifo nosso)

Destas perspectivas, o presente estudo tenta se aproximar da perspectiva sócio-crítica, a qual é caracterizada por Kaiser e Sriraman (2006) como sendo uma continuação da abordagem emancipatória referindo-se a dimensões sócio-culturais da matemática estando estreitamente relacionada com a Etnomatemática de D'Ambrosio (2002) e com a Educação Matemática Crítica de Skovsmose. Para eles (2006, p. 306, tradução nossa)

> Esta perspectiva enfatiza o papel da matemática na sociedade e afirma a necessidade de apoiar o pensamento crítico sobre o papel da matemática na sociedade, sobre o papel da natureza dos modelos matemáticos e da função da Modelagem Matemática na sociedade.

O objetivo central desta perspectiva é desenvolver o pensamento crítico dos alunos. Deste modo, as "[...] discussões reflexivas entre os alunos dentro do processo de modelagem são vistas como uma parte indispensável deste processo." (KAISER; SRIRAMAN, 2006, p. 306, tradução nossa)

Araújo (2009) relata que, no Brasil, a perspectiva sócio-crítica tem forte impacto na comunidade de Modelagem Matemática refletindo nas ações tanto das práticas educacionais como no desenvolvimento de pesquisas. Pesquisadores brasileiros, tais como: Araújo, Barbosa e Caldeira, foram enquadrados nesta perspectiva baseando-se na classificação realizada por Kaiser e Sriraman resultante dos trabalhos apresentados no 11th *International Congress on Mathematical Education* (ICME-11) em 2008.

Barbosa (2001, 2003, 2007) defende que o uso da modelagem nesta perspectiva conduz o aluno a discutir a natureza e o papel dos modelos matemáticos na sociedade. Fala ainda, que este modo de conduzir o ambiente de modelagem favorece a formação de indivíduos atuantes na sociedade com capacidade de analisar como as aplicações matemáticas são utilizadas nos debates sociais. Estas atitudes também contribuem para desafiar "a ideologia da certeza", ou seja, termo cunhado por Skovsmose e Borba (2001) que significa a crença de uma matemática perfeita, pura e geral, em que as verdades matemáticas não são influenciadas por nenhum interesse social, político ou ideológico e que a mesma é relevante e confiável, pois é aplicável a todos os tipos de problemas reais. Esta ideologia gera o entendimento de que a matemática legitima os modelos matemáticos da sociedade sustentando-se num certo reconhecimento de que as explicações matemáticas são neutras e retratam a realidade como ela é.

Deste modo, se o objetivo é educar matematicamente os alunos para que estes se tornem cidadãos críticos e atuantes na sociedade, uma alternativa é tomar as atividades de Modelagem como uma forma de desafiar a ideologia da certeza introduzindo discussões críticas sobre as aplicações da matemática: A que servem? Quem as produziu? Como? O que representam? "Trata-se de uma dimensão devotada a discutir a natureza das aplicações, os critérios utilizados e o significado social, chamado por Skovsmose (2001) de conhecimento reflexivo" destacado anteriormente por Kaiser e Sriraman (2006). (BARBOSA, 2004, p. 02)

O conhecimento reflexivo, juntamente com o matemático e o técnico possibilitará em um ambiente de modelagem conduzir ao objetivo maior da educação que é o pleno desenvolvimento do educando nas dimensões profissionais, sociais e culturais. (BARBOSA, 2007)

Considerando a perspectiva sócio-crítica e as ideias de Barbosa (2001, 2003, 2004, 2007), na próxima secção, defini-se, a Modelagem Matemática na Educação

Matemática.

2.2.2 Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem

Ambiente de aprendizagem é uma expressão usada por Skovsmose (2000) para referir-se às condições pelas quais os alunos são convidados a desenvolverem determinadas atividades. Os ambientes de aprendizagem se distinguem um dos outros conforme a organização do trabalho escolar, os objetivos pretendidos com as atividades, as possibilidades que as atividades apresentam em termos de potencialidades aos seus agentes.

Skovsmose (2000) assinala diferentes ambientes de aprendizagem, enquadrando-os no paradigma do exercício ou naqueles que favorecem um cenário para investigação. O ambiente de Modelagem, em especial, é associado à problematização e a investigação.

Neste ambiente, a problematização caracteriza-se pela ação de formular perguntas, ao passo que, a investigação relaciona-se com a indagação que significa: buscar, averiguar, interrogar, organizar, refletir sobre dados levantados ao problematizar uma situação. (BARBOSA, 2001)

Com estas caracterizações, Barbosa (2001) aponta que o ambiente de Modelagem identifica-se com problema, uma vez que, ao trabalhar com problemas, os alunos não possuem procedimentos previamente fixados. Eles devem tomar decisões conforme o encaminhamento dado. Ao contrário do exercício, em que os alunos já sabem como conduzir a situação.

Considera-se, então, o ambiente de Modelagem um cenário de investigação, onde as atividades são peculiares e possuem um foco de referência. Este explicitado a seguir.

Skovsmose (2000) analisa quais são as referências que levam os estudantes a produzirem significados para os conceitos e para as atividades matemáticas. Esta produção de significado na Educação Matemática esta dividida em termos de três referências: referência à matemática pura; referência à semirrealidade e referência à realidade. O ambiente de Modelagem Matemática se enquadra no último, *referência à realidade*, ou seja, as situações, a serem discutidas pelos alunos no ambiente de modelagem, não são situações fictícias criadas para ensinar matemática. Pelo contrário, elas estão inseridas em uma parte da realidade e este tipo de atividade segundo Skovsmose (2000) tem *referência na realidade*. (BARBOSA, 2001)

Em vista disso, defini-se Modelagem Matemática apoiando-se em Barbosa (2003, p.05) como sendo “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”

Portanto, na defesa pela Modelagem Matemática na EM, na subseção a seguir apresenta-se os motivos para sua utilização.

2.2.3 Pela defesa da Modelagem Matemática no ensino

Muito se têm discutido sobre as razões para a inclusão de Modelagem no ensino:

Bassanezi (2009) apresenta seis argumentos para a sua inserção: motivação, facilidade para compreender melhor os argumentos matemáticos e valorizá-los, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e competência crítica, e compreensão do papel sócio-cultural da matemática.

Blum (1993) aponta quatro argumentos para a utilização da Modelagem: a) um de ordem pragmática, em que o ensino de matemática deve ajudar os alunos a compreender e a lidar com situações do mundo real e problemas. Para esse fim, a modelagem é indispensável. b)O seguinte, formativo, em que os alunos devem adquirir competências e habilidades, como a capacidade de resolver os problemas, ou atitudes, tais como, estarem preparados para novas situações. c) O outro, diz respeito a parte sócio-cultural. Os alunos devem ser ensinados considerando os temas matemáticos como fonte de reflexão gerando uma imagem global e equilibrada da matemática enquanto ciência e parte da história e da cultura humana. Por último, o argumento psicológico, que aponta a motivação e a melhora das atitudes dos alunos em relação à matemática.

Desde 1983, o ICMI vem organizando grupos de estudos a fim de discutir aspectos teóricos e práticos na Educação Matemática. No total já foram discutidos 17 temas pelos grupos. No ano de 2000, foi eleito o 14º tema: Aplicações e Modelagem em Educação Matemática, apresentado pelo *Study Group-14* na Conferência na *University of Dortmund* (Alemanha) em 2004, cujo conteúdo refletiu o que há de mais atual no tópico de Modelagem e Aplicações na Educação Matemática e apontou diretrizes para desenvolvimentos futuros de pesquisa e práticas de sala de aula. Ficou evidente entre os pesquisadores que, embora haja diferentes concepções sobre a Modelagem Matemática, há dois preceitos comuns entre os autores de países e culturas distintas: a Modelagem Matemática contribui para a aprendizagem dos discentes e os docentes necessitam aprendê-la para utilizá-la. (SCHMITT; BIEMBENGUT, 2007)

As razões identificadas pelo *Study Group*-14 para a inserção da Modelagem no ensino foram essas: processo cognitivo; aplicabilidade e utilidade matemática; pesquisa acadêmica e aprendizagem. (SCHMITT; BIEMBENGUT, 2007)

Na primeira razão, *processo cognitivo*, explica-se que este processo acontece por meio de modelos mentais. Os que são internos ajudam a estruturar o pensamento, a processar as informações, a representar situações percebidas e a comunicar as ideias a outrem. Os modelos externos, especialmente os matemáticos, contribuem para que os estudantes tenham melhor produção lingüística ao utilizar registros diferentes: verbal, gráfico e algébrico. Logo, o uso da modelagem seria uma vantagem. (SCHMITT; BIEMBENGUT, 2007)

A segunda razão, *Aplicabilidade e utilidade matemática*, são apontadas pela contribuição na produção de significados aos conceitos matemáticos apreendidos e na integração da matemática a outras áreas do conhecimento. A contextualização e a interdisciplinaridade são afloradas. (BIEMBENGUT, 2009) (SCHMITT; BIEMBENGUT, 2007)

A terceira razão, *pesquisa acadêmica*, defende que ao promover modelagem matemática, também se ensina ao estudante, em qualquer nível de escolaridade, a fazer pesquisa sobre um assunto de seu interesse.

Por último, a quarta razão diz respeito à *aprendizagem*. Nesta, coloca-se que a aprendizagem depende do interesse que a pessoa tem por alguma coisa e neste sentido a Modelagem Matemática seria o âmago da matemática escolar pela dinâmica que é proposta neste ambiente. (BIEMBENGUT, 2009), (SCHMITT; BIEMBENGUT, 2007)

A par disso, é consenso entre educadores e pesquisadores o uso da Modelagem Matemática no ensino. Todavia, ainda persiste certa resistência para sua inserção no currículo. Barbosa (2004, p. 75) fala que “há várias maneiras de implementar a Modelagem no currículo”.

Na próxima seção, delineia-se algumas possibilidades para esta implementação.

2.2.4 Modelagem Matemática e as possibilidades de inserção no currículo

O uso da Modelagem Matemática no ensino reflete uma perspectiva escolhida. Cada uma possui um propósito específico e argumentos próprios. Neste estudo, defende-se a perspectiva sócio-crítica da Modelagem Matemática, a qual almeja formar indivíduos para atuar ativamente na sociedade, ou seja, cidadãos críticos e atuantes nos debates sociais. (BARBOSA, 2001a)

O ambiente de Modelagem caracteriza-se pela dinâmica da investigação, em que os alunos são convidados a investigar e indagar por meio da matemática os problemas com referência na realidade. Esta configuração exige do currículo uma mudança de direção para um paradigma de investigação, exploração e reflexão para que as atividades de Modelagem não aconteçam isoladas, mas compartilhadas com outras atividades que configurem um cenário de investigação[8]. (BARBOSA, 2001a)

Embora as diretrizes nacionais indiquem o uso da interdisciplinaridade e da contextualização permeando o currículo, na prática as iniciativas ainda são tímidas. Os programas curriculares ainda seguem os moldes tradicionais do ensino de matemática. Assim, qualquer tentativa de mudança gera desconforto tanto para os professores quanto para os alunos. Esta modificação interfere no contrato didático estabelecido. (BARBOSA, 2001)

Logo, sendo o professor o agente de mudança, ele precisa estar familiarizado com esta prática para que estando seguro aplique na sala de aula as atividades de Modelagem.[9] No entanto, além de conhecê-la deverá ele ser convencido de suas potencialidades, pois a forma como concebe a Matemática, a Modelagem Matemática e a Educação Matemática influenciarão na organização e condução da prática na sala de aula.

Portanto, é mister que se clarifique o entendimento aqui desenvolvido a respeito das atividades de Modelagem Matemática.

As ideias propostas neste estudo convergem com as de Barbosa (2001) que concebe a integração curricular de Modelagem de maneiras diferentes, "[...] de tal modo que pavimente o caminho do professor e dos alunos em direção a este ambiente". (BARBOSA, 2001a, p.08)

Consequentemente, o autor não aceita a ideia de associar Modelagem unicamente à modalidade de projetos. Para ele, outros tipos de atividades de Modelagem que demandam menos tempo e são mais simplificadas também podem ser consideradas. (BARBOSA, 2001a)

Para o autor, o importante é que a situação em estudo provoque nos alunos um convite à investigação e indagação por meio da matemática de situações com referência na

[8] Para mais detalhes sobre cenários de investigação ver Skovsmose (2000).
[9] Vimos anteriormente no estudo do *Study Group-14* do ICMI esta necessidade sendo apontada.

realidade sem que seja necessariamente construído um modelo matemático ou que a situação parte de um tema não-matemático. Segundo ele, são várias as possibilidades de materializar a atividade de Modelagem no currículo, visto que nem sempre o contexto escolar e a experiência e a confiança do professor corrobora para a utilização de projetos. (BARBOSA, 2001)

A par disso, baseando-se nas experiências postas na literatura nacional e internacional, Barbosa (2001, 2004) classifica estas experiências em termos de regiões de possibilidades. Cada uma representa diferentes organizações curriculares de Modelagem denominadas de casos, os quais são ilustrados a seguir:

> No caso 1, o professor apresenta um problema, devidamente relatado, com dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a investigação. Aqui, os alunos não precisam sair da sala de aula para coletar novos dados e a atividade não é muito extensa. Citarei um exemplo extraído de minha própria sala de aula no qual solicitei aos alunos para investigar sobre os planos de pagamento disponíveis no mercado para ter o acesso à internet. [...] Nesse caso, os estudantes trataram com "um problema" que qualquer pessoa poderia enfrentar no dia-a-dia. Eles não sabiam exatamente como proceder, porém não foi necessário coletar mais dados para resolvê-lo. A investigação tomou pouco tempo, cerca de 150 minutos (ou três aulas), incluindo a discussão dos resultados. (2004, p. 04)
> No caso 2, o professor traz para sala de aula um problema não-matemático, por exemplo: *"qual a forma e quais as dimensões ideais para a construção de uma caixa d'água para a escola?* Os alunos devem coletar as informações qualitativas e quantitativas necessárias para resolver o problema; ao professor coube formular e apresentar o problema. (2001, p. 39)

"Nesse caso, o professor teve menos controle sobre as atividades dos alunos e esses tiveram uma maior oportunidade de experimentar todas as fases do processo de Modelagem." (BARBOSA, 2004, p. 04)

> [...] no caso 3, trata-se de projetos desenvolvidos a partir de temas 'não-matemáticos', que podem ser escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Aqui, a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução são tarefas dos alunos. Essa forma é muito visível na tradição brasileira de Modelagem. (BARBOSA, 2004, p. 05)

Os três casos representam regiões de possibilidades, as quais podem ser adaptadas para atender as demandas do contexto escolar, dos professores e dos alunos. Desta maneira, Barbosa (2001) nos diz que cada caso ilustra uma configuração curricular que pode ser utilizada dependendo do momento e da segurança do professor. Assim, em algum momento o interesse pode ser pelo caso 1, em outro momento trabalha-se um projeto mais longo, como no caso 3. O importante, segundo ele, é trilhar as diversas formas de organização curricular das atividades de Modelagem para alimentar a prática.

O papel do professor em todos os casos é fundamental. É ele quem suscita a indagação nos alunos, procurando conduzir o processo juntamente com os estudantes. Dependendo do caso, a responsabilidade do professor vai sendo compartilhada com os alunos no andamento das atividades. Abaixo, na tabela 1, esquematiza-se a participação do professor e do aluno em cada caso.

Tabela 1: Casos de Modelagem e a relação professor x aluno.

Etapas	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração da situação-problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Resolução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: Extraído de (BARBOSA, 2001a, p. 09)

Nota-se que, no caso 1, o professor toma para si a maior parte da responsabilidade em desenvolver as atividades, porém à medida que se vai avançando, as responsabilidades do professor e do aluno vão sendo compartilhadas. Ele passa a ser o mediador do processo. (BARBOSA, 2001)

É importante frisar que as atividades desenvolvidas no ambiente de Modelagem devem ser permeadas pelo diálogo professor-aluno e aluno-aluno, em especial, as discussões reflexivas devem mediar o processo a fim de suscitar nos estudantes o sentido da cidadania e participação nos debates sociais. (BARBOSA, 2001)

Esta tarefa, de acordo com Barbosa (2001) não possui uma receita. É na prática do dia-a-dia que o docente vai desenhando o ambiente de aprendizagem de Modelagem. Sublinha-se que ele deva se sentir instigado a usar a Modelagem para assegurar aos seus alunos a confiabilidade das atividades dentro deste ambiente.

Neste contexto, o professor deverá ser capaz de estabelecer relações entre partes da matemática e entre estas com outras áreas não-matemáticas. Isto implica constante estudo, resignificações da prática e criatividade ao lidar com as situações em estudo. O professor estará envolto em um processo de ida e voltas, em que a cada novo desafio, a percepção deste é requerida, pois a cada nova investigação os caminhos traçados mostram-se diferentes. Os próprios alunos, ao lançarem questões, levarão os docentes a refletirem sobre novos aspectos da Matemática, da Modelagem ou do significado da situação estudada. (BARBOSA, 2001) Ademais, o professor neste meio torna-se um investigador e observador junto aos alunos.

Assinala Barbosa (2001, p. 50) “cabe a ele [professor], o cuidado de compreender a maneira como pensam os alunos para poder se comunicar com eles, pois sem isso não se pode contribuir para o trabalho dos estudantes”.

Em vista disso, a postura problematizadora do professor no andamento das atividades de modelagem pode contribuir para estimular o surgimento de estratégias e abrir caminhos à investigação aos alunos. O autor ainda aconselha “o professor fala o que sabe, o que percebe, respeitando o entendimento posto pelos alunos, sublinhando a forma como os conceitos matemáticos estão sendo usados, ‘problematizando’ os procedimentos e seus resultados.” (BARBOSA, 2001, p. 50-51)

Por fim, engajar-se na utilização da Modelagem Matemática no ensino requer um rompimento com o ensino tradicional. Seu caráter interdisciplinar colabora para que os professores caminhem para o paradigma da investigação. Todavia, sabe-se das barreiras encontradas para tal propósito. Assim, as diferentes maneiras de implementar a Modelagem no currículo traz vantagens para os iniciantes desta prática, pois os encoraja aos poucos a abraçar esta causa. Além do que, as inúmeras publicações da área têm dado suporte para que outros também se aventurem com intuito de inovar e melhorar o ensino e a aprendizagem de matemática.

No próximo capítulo, considerando a revisão de literatura, propõem-se ambientes de modelagem a partir da temática ambiental, uma vez que este é um assunto pertinente nos dias atuais. Presenciam-se cada vez mais desastres ambientais provocados pelas ações do homem na natureza. Sabe-se que nem todos os acontecimentos são naturais. A maioria deles são reflexos do consumismo desenfreado e irresponsável da humanidade.

Deste modo, uma das responsabilidades enquanto cidadãos é promover uma educação ambiental para as crianças e jovens de nosso país para que estes sejam multiplicadores do compromisso nosso perante o bem-estar das gerações futuras.

3. A TEMÁTICA AMBIENTAL E A CONSTRUÇÃO DOS AMBIENTES DE MODELAGEM

A preocupação com a proteção do meio ambiente vem sendo amplamente discutida nas últimas décadas. Várias conferências internacionais têm sido realizadas na tentativa de buscar soluções e alertar os seres humanos para a situação do planeta Terra. As catástrofes ocorridas como enchentes, furacões, *tsunamis* revelam as conseqüências da ação do homem à natureza. (LOUREIRO; COSSÍO, 2007)

É consenso que políticas públicas sejam implementadas na efetivação de uma Educação Ambiental que promova nos seres humanos a conscientização e a mudança de comportamento. Os seres humanos devem estar compromissados com o bem-estar de gerações futuras.

Portanto, a par desta situação e conscientes desta problemática, elege-se a temática Ambiental como referência da realidade na construção dos ambientes de modelagem.

Neste capítulo, apresenta-se a configuração de três ambientes de modelagem e os possíveis modelos e conteúdos matemáticos que podem ser utilizados no Ensino Básico.

3.1 ORGANIZAÇÃO E PROPOSTA DOS AMBIENTES DE MODELAGEM

Considerando a fundamentação teórica, os ambientes de Modelagem serão construídos conforme Barbosa (2001). Estes ambientes serão propostos para professores que assim como a pesquisadora são simpatizantes e iniciantes na prática de Modelagem Matemática. Deste modo, foram pensados e organizados conforme o caso 2 proposto por Barbosa (2001). Contudo, permitirá, aos que desejarem utilizar os ambientes, a adaptação aos outros casos.

A sistemática desenvolvida na organização dos ambientes segue o consagrado na literatura de Modelagem: a escolha do tema; levantamento das questões e problema; resolução do problema, obtenção do modelo e análise do modelo obtido (validação) sendo adaptadas ao estudo em questão.

Quanto às competências mobilizadas pelos alunos no ambiente de Modelagem, citam-se as abordadas nas Orientações curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2006, p. 85), a saber:

> [...] selecionar variáveis que serão relevantes para o modelo a construir; problematizar, ou seja, formular o problema teórico na linguagem do campo matemático envolvido; formular hipóteses explicativas do fenômeno em causa; recorrer ao conhecimento matemático acumulado para a resolução do problema formulado, o que, muitas vezes, requer um trabalho de simplificação quando o modelo originalmente pensado é matematicamente muito complexo; validar, isto é, confrontar as conclusões teóricas com os dados empíricos existentes; [...]

Além disto, no ambiente de Modelagem os discursos reflexivos e críticos devem permear todo o processo.

Na sequência, os três ambientes desenvolvidos serão apresentados dentro da Temática Ambiental, são eles: Modelagem I: Meio Ambiente e o Consumo de Energia; Modelagem II: Meio Ambiente e o Consumo de GNV *versus* Gasolina e Modelagem III: Meio Ambiente e a Produção do Lixo. O último ambiente foi o escolhido para a aplicação em uma turma de 1ª série do Ensino Médio.

3.1.1 Modelagem I: Meio Ambiente e o consumo de energia

Seguindo a sistemática adotada, tem-se:

a) a escolha do tema:

O tema escolhido foi Meio Ambiente e o subtema Meio Ambiente e o consumo de energia. Este assunto é relevante, visto que as comodidades do século XXI, tais como eletrodomésticos, eletroeletrônicos, informática, proporcionaram ao ser humano mais tranquilidade a sua vida. Contudo, é responsabilidade de cada um economizar energia, visto que a geração e a garantia desta implicam na construção de termoelétricas e hidroelétricas que afetam o meio ambiente. Esta ação de prevenção deve acontecer pela mudança de hábitos dentro do convívio familiar, escolar e do trabalho.

Deste modo, este tema será abordado por meio da matemática com intento de despertar os alunos para esta problemática, ao mesmo tempo, em que incentiva a investigação, a análise e a construção de conceitos matemáticos.

Na interação com o tema, propõe-se que o professor traga vídeos e reportagens sobre o alto consumo de energia e as conseqüências disso direcionando para notícias relacionando o alto consumo de energia e a emissão de CO_2. Como sugestão, tem-se o vídeo Momento Ambiental-Energia[10]. Após a contextualização do assunto, discutir as implicações para a vida humana e problematizar as situações. Deixar o espaço livre para indagações dos alunos em grupos.

b) Levantamento das questões e problema:

Neste momento, anotar as indagações feitas pelos alunos e fazê-los refletir sobre o alto consumo de energia. Provocar neles o compromisso de economizar energia desde o convívio familiar até em outros ambientes. Em seguida, lançar a seguinte problemática: Com quantos quilos de CO_2 cada família contribui para a poluição do meio ambiente?

A ideia deste ambiente de Modelagem é que cada aluno crie um modelo para a fatura da conta de energia elétrica e verifique quantos quilos emitiu de CO_2 e quantas árvores deveriam ser plantadas para compensar a emissão.

c) Resolução do problema:

- Dados fornecidos pelo professor: fatores de conversão de CO_2 (ASEC[11], 2007) e conta de energia elétrica do professor (ANEXO A);
- Os alunos deverão cada um trazer as suas contas de energia elétrica;

O professor juntamente com os alunos verificará os dados constantes na conta de energia e explicará os itens discriminados sempre dialogando com os alunos.

d) Obtenção do Modelo:

Partindo para a construção do modelo, verificando a tarifa, observa-se que a mesma é utilizada dependendo da faixa de consumo. Deste modo, para as famílias que consomem até 150 kWh, o valor cobrado por kWh é R$ 0,3878 e para as famílias que ultrapassam os 150 kWh é cobrado até 150kWh o valor de R$ 0,3878 e acima disso o valor de R$ 0.4592. Além disso, na fatura é cobrado uma contribuição para o Custeio de Serviço de Iluminação Pública – COSIP no valor de R$ 4, 69.

Os alunos deverão chegar à seguinte conclusão: o total a pagar (T) será a quantidade de kWh por mês multiplicado pela tarifa acrescido do valor do COSIP.

---

[10] Disponível em: <http://www.youtube.com/watch?v=uE5hHRwgRMY> . Acesso em 05 abr. 2011.
[11] Associação dos engenheiros da Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental de São Paulo (2007)

Matematicamente, tem-se:

- O total a pagar (T);

- A quantidade que varia de kWh (x).

$$T(x) = \begin{cases} x.0{,}3878 + 4{,}69 & se\ 0 \leq x \leq 150 \\ x.0{,}4592 + 62{,}86 & se\ x > 150 \end{cases}$$

Como a empresa que fornece energia para a região de Sombrio é a mesma, todos os alunos poderão utilizar o modelo. Poderão também calcular o consumo médio diário. Após os alunos terem feitos os cálculos, colocar no quadro:

- Fator de conversão – 0,2636 Kg CO_2/kWh (ASEC, 2007)

Perguntar aos alunos como poderemos saber o total de quilos que cada família emite de CO_2? Deixar para que os grupos tentem descobrir. Eles deverão relacionar cada kWh com 0,2636 Kg de CO_2 . Chega-se ao seguinte modelo:

T(Kg de CO_2) = 0,2636 x (quantidade de kWh)

Posteriormente, calcular os valores emitidos de CO_2 de mar/10 a mar/11 utilizando os kWh constantes na conta de energia conforme tabela 2 abaixo. Com o auxílio do *software* Excel, montar a tabela e construir o gráfico.

Em seguida, cada aluno relatará quanto sua família produz de CO_2 para a classe.

Neste momento, poderá surgir a discussão sobre os diferentes valores e o compromisso de cada família na economia do consumo de energia.

Tabela 2: Total de emissão de CO_2 de mar/10 a mar/2011

Meses	Total de kWh	Total de emissão de CO_2 (Kg)
Mar/10	228	60,10
Abr/10	244	64,32
Mai/10	209	55,09
Jun/10	224	59,05
Jul/10	229	60,36
Ago/10	290	76,44
Set/10	233	61,42
Out/10	240	63,26
Nov/10	231	60,89
Dez/10	220	57,99
Jan/11	241	63,53
Fev/11	187	49,29
Mar/11	202	53,25
Total: 12 meses	2978	785

Fonte: Valores extraídos da conta de energia da pesquisadora. (mar/2011)

Posteriormente, questionar a turma se há alguma compensação para o CO_2 emitido à atmosfera? Discutir o efeito estufa e o poder das florestas em absorver o CO_2. Lançar no quadro a seguinte relação:

- 1 hectare de árvores absorve 80 ton. CO_2 /ano. (ASEC, 2007)
- 1 hectare corresponde a 1.667 mudas de árvores. (ASEC, 2007)

Considerando isto, será que poderemos saber quanto cada família deveria plantar de mudas de árvores para compensar a emissão de CO_2? Deixar para que os grupos reflitam.

Os grupos deverão chegar ao modelo:

- Como 1 ton. equivale a 1000 kg, tem-se:

80.000 kg ______ 1 hectare de árvores

785 kg _______ x

$x = \frac{785}{80.000} = 0.0098125 \text{ ha} = 981.25 \text{m}^2$. Estes 785 kg/ano produzido de CO_2 correspondem a uma área de 981.25 m² de árvores. Como em cada hectare pode-se plantar 1.667 mudas, tem-se:

1 ha ______ 1.667 mudas

0.0098125 ha _______ x

Logo, x = 16, 357 ~ 17 mudas a serem plantadas.

Generalizando, chega-se ao modelo:

- kg de CO_2/ ano = c
- Total de mudas = M

T (área a ser plantada) = total de quilos de CO_2 anuais dividido por 80000 quilos

$M = (\frac{c}{800\,00}) \times 1667$

Posteriormente, soma-se a quantia das áreas a serem plantadas de toda a classe e compara-se com a área do município de Sombrio (142,75 km²). Discutir as comparações com a classe.

e) análise do modelo obtido (validação): Nesta fase, que pode ir acompanhando a obtenção do modelo, os resultados encontrados devem ser analisados retomando o problema investigado.

Por fim, com esta problemática, os alunos poderão explorar os conteúdos de regra de três, média, unidades de medidas, comparações, função do 1º grau, função composta, porcentagem, tabelas e gráficos. Além disso, também poderão refletir sobre os seus papéis na contribuição à poluição do meio ambiente e ao bem que pequenos atos podem fazer na proteção ao meio ambiente.

3.1.2 Modelagem II: Meio Ambiente e o consumo de GNV *versus* Gasolina

Considerando a sistemática escolhida, descreve-se a seguir cada etapa:

a) escolha do tema:

O tema escolhido foi Meio ambiente e o subtema Meio Ambiente e o consumo de Gás Natural Veicular x Gasolina. Este subtema é pertinente em virtude da quantia de carros que circulam todos os dias nas ruas e a poluição causada por estes. Sabe-se que a queima do combustível fóssil libera dióxido de carbono contribuindo à intensificação do efeito estufa.

Para motivar os alunos ao tema, o professor deve apresentar vídeos e reportagens que tratam das emissões de CO_2 dos automóveis e as possíveis implicações ao meio ambiente.

Na sequência, discutir em classe as responsabilidades e o papel do cidadão para com o meio ambiente. Posteriormente, deixar que os alunos em grupo façam indagações.

b) Levantamento das questões e problema:

Ao levantar as questões no grupo, o professor levanta a seguinte problemática: Do ponto de vista ambiental e econômico, é mais vantagem utilizar a gasolina ou o GNV? Propor aos alunos que entrevistem pessoas que utilizam a gasolina para trabalhar e outras que utilizem o GNV.

Para desenvolver esta modelagem, a pesquisadora entrevistou um policial ambiental da região que utiliza o GNV para se deslocar ao trabalho. Deste modo, os dados fornecidos são verídicos. O nome do policial será preservado. Algumas respostas serão transcritas ao longo da modelagem para que possamos responder a problemática levantada. A entrevista na íntegra pode ser lida no anexo B.

c) Resolução do problema:

Para solucionar a questão, alguns dados foram fornecidos na entrevista com o policial ambiental:

- Tipo de veículo: Pálio Fire 1.0;

- Distância percorrida todos os dias (segunda a sexta-feira): 80 km
- Preço de conversão da gasolina para GNV com dois cilindros de 7,5m³: R$ 2.500,00
- Preço de conversão da gasolina para GNV com um cilindro de 15m³: R$ 2.000,00 (Desvantagem porta-malas fica inutilizável)
- Preço por litro de gasolina: R$ 2,94
- Preço por m³ do GNV: R$ 1,80

O policial também disse *“que com 1m³ de GNV, é possível rodar 18 km, 2 km a mais, que com 1l de gasolina.”*

Os alunos poderão chegar à seguinte indagação diante dos fatos: O preço do GNV é 38,77% mais barato que a gasolina e é mais econômico (2 km a mais que a gasolina). No entanto, na conversão se gasta R$ 2.500,00. Logo, em quanto tempo se recuperaria o dinheiro investido na conversão? Para isso, deverão efetuar cálculos para que obtenham a resposta.

Os alunos deverão ainda pesquisar quanto que cada combustível libera de CO_2 à atmosfera a fim de discutir a vantagem de utilização do ponto de vista ambiental.

De posse dos dados, os alunos em grupo deverão solucionar o problema.

d) Obtenção do modelo:

O professor deve questionar seus alunos de que forma poderiam calcular o tempo de recuperação do dinheiro investido na conversão.

Para isso, calcula-se o custo de ambos os combustíveis por quilômetro rodado e monta-se um modelo de custo para utilização do combustível.

- Gasolina

$$\frac{R\$\,2{,}94}{R\$\,x} = \frac{16km}{1km} \rightarrow x.16 = 2{,}94 \rightarrow x = \frac{2{,}94}{16} \cong \frac{0{,}19}{km}$$

- GNV

$$\frac{R\$\,1{,}79}{R\$\,x} = \frac{18km}{1km} \rightarrow x.18 = 1{,}79 \rightarrow x = \frac{1{,}79}{18} \cong \frac{0{,}10}{km}$$

Logo, tem-se o custo de R$ 0,19 por quilômetro rodado de gasolina e R$ 0,10 por quilômetro rodado com o GNV. Analisando abaixo:

1 km ______ R$ 0,19

2 km ______ R$ 0,38

3 km ______ R$ 0,57

⋮ ⋮

n km ______ R$ 0.19n

Assim, observa-se que o valor pago pelo combustível depende da quantia de quilômetros rodados e a taxa de variação é constante, igual a 0,19. Para tanto, o modelo para a gasolina será:

- O custo a pagar pela gasolina (C_g);
- A quilometragem (x);

Logo, $C_g(x) = 0,19x$.

Analogamente, para o GNV,

- O custo a pagar pelo GNV (C_{GNV});
- A quilometragem (x);

Logo, $C_{GNV}(x) = 0,10x + 2.500$

Será acrescido o valor de 2.500,00, pois é o custo para converter o veículo ao GNV. Para o custo da gasolina, não se acrescenta nenhum valor, pois o carro já vem de fábrica com este combustível.

Na construção dos modelos, os alunos deverão perceber os conceitos de função envolvidos e deverão utilizá-los para prosseguir com os cálculos. Se for uma turma que ainda não estudou este conceito, o professor pode introduzi-lo com esta modelagem.

No próximo passo, será necessário igualar as funções para que se encontre a quilometragem comum as duas funções:

$$C_g(x) = C_{GNV}(x)$$

$$0{,}19x = 0{,}10x + 2500$$

$$0{,}19x - 0{,}10x = 2500$$

$$0{,}09x = 2500$$

$$x = \frac{2500}{0{,}09} = 27777{,}77$$

Graficamente:

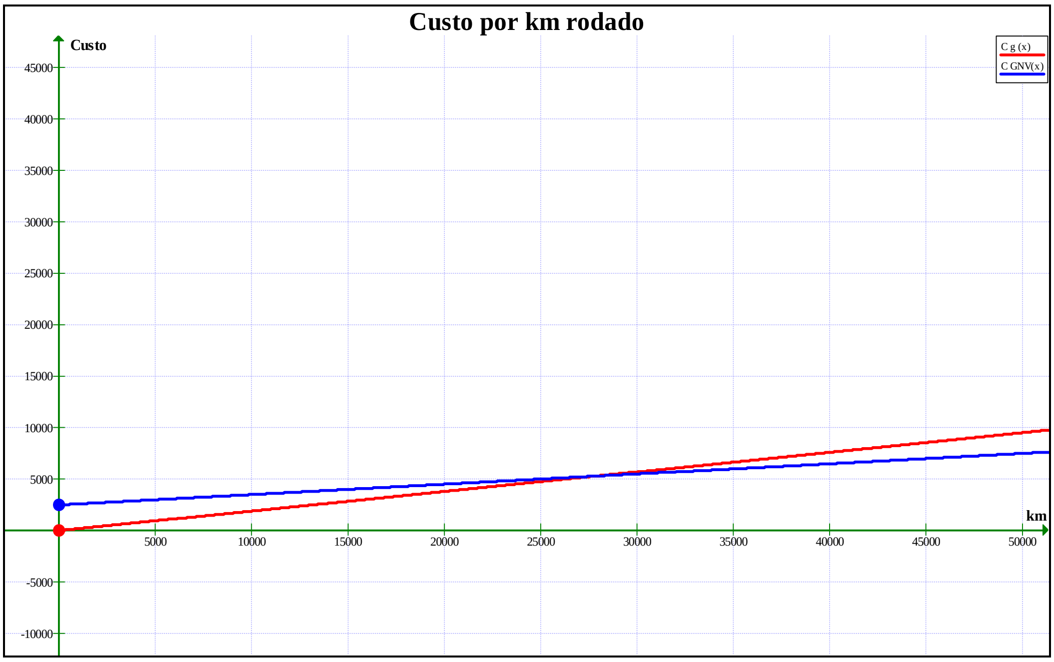


Gráfico 1: O custo do combustível x km rodado
Fonte: Criado pela autora no *software* Graph (2011)

Analisando os gráficos, é possível perceber que a função $C_g(x)$ cresce de forma mais acentuada que a função $C_{GNV}(x)\cdot$. Porém a $C_{GNV}(x)$ inicia com um custo de R$ 2.500,00 e que será alcançado por $C_g(x)$ quando o veículo atingir os 27.777,77 km. A partir deste ponto, em que as funções são iguais, a $C_g(x)$ ultrapassa a $C_{GNV}(x)$ e inicia a fase a economia com o GNV.

Para responder em que tempo será alcançado esta economia, basta verificar a quilometragem que o condutor realiza diariamente.

Segundo os dados repassados pelo policial, ele roda aproximadamente 80 km diariamente de segunda a sexta-feira. Deste modo, basta dividir a quilometragem encontrada por 80. Fazendo os cálculos, tem-se: $\frac{27.777,77}{80} \sim 347$ dias. Como o deslocamento acontece somente durante a semana, logo, considerando o ano com 365 dias, é necessário descontar o final de semana: 2 dias x 4 semanas= 8 dias no mês x 12 meses = 96 dias → 365 – 96 = 269 dias. Então, tendo em um ano 269 dias deslocados, o tempo possível para resgatar dinheiro investido será de 1 ano, 3 meses e 12 dias.

Do ponto de vista econômico, o GNV deve ser utilizado. Entretanto, do ponto de vista ambiental é necessário calcular o combustível menos poluente.

Para tanto, o professor deve perguntar aos alunos de que maneira isto é possível? Uma das possibilidades é descrita a seguir: um carro 1.0 movido a gasolina libera na atmosfera a cada 100 km rodados 0,018t de CO_2, enquanto que um carro movido a GNV libera 0,012t, ou seja, 33% a menos de poluição. Estes dados são do Instituto Oksigeno[12]. De acordo com o Instituto, para neutralizar 1tonelada de CO_2, é necessário plantar cinco arvores.

De posse destes coeficientes, pode-se criar um modelo para calcular a quantidade de árvores a serem plantadas em um ano.

Com os dados pesquisados, observa-se que o GNV libera menos CO_2 que a gasolina. Logo, do ponto de vista ambiental o GNV é mais vantajoso. A seguir, acompanhe os cálculos:

- 80 km x 269 dias rodados = 21.520 km/ano;
- 100 km com o GNV libera 0,012t de CO_2;

Então: $21.520 \cdot 0{,}012 = 100 \cdot x \rightarrow x = \frac{21520 \cdot 0{,}012}{100}$ =2,58 ton. CO_2/ano

Para a gasolina:

- 100 km libera 0,018t de CO_2;

Logo, $21.520 \cdot 0{,}018 = 100 \cdot x \rightarrow x = \frac{21520 \cdot 0{,}018}{100}$ = 3,87 ton. CO_2/ano

Para o cálculo da quantidade de árvores, é necessário conhecer a quilometragem realizada. Como se observa anteriormente, o policial desloca-se em um ano 269 dias. Logo, com o GNV tem-se:

- 5 árvores neutralizam 1 ton. de CO_2.
- Quantidade de árvores (Q)

$$Q = \frac{(\frac{km}{ano}) \cdot 0{,}012}{100} \cdot 5$$

Aplicando os valores, temos: Q ~ 13 árvores.

Para a gasolina, temos:

- 100 km libera 0,018 ton. de CO_2;

$$Q = \frac{(\frac{km}{ano}) \cdot 0{,}018}{100} \cdot 5$$

Aplicando os valores, chega-se a aproximadamente 19 árvores.

Deste modo, concluí-se que em um ano o carro a gasolina produz 1,29t de CO_2 a mais que o carro no GNV. Além disso, seria necessário conseguir mais seis mudas utilizando a gasolina.

Como atividade, sugere-se que os alunos utilizem os modelos adaptando-os a outros tipos de combustíveis e façam comparações.

e) análise do modelo obtido (validação):

---

[12] Organização da Sociedade Civil de Interesse Público sem fins lucrativos. Site: http://www.oksigeno.org.br

Esta etapa é o momento de retornar a problemática para confrontar os resultados verificando se os valores obtidos estão coerentes com a situação em estudo.

Verifica-se que a solução da questão: Do ponto de vista ambiental e econômico, é mais vantagem utilizar a gasolina ou o GNV? Foi respondida por meio da matemática, cujo ambiente proporcionou aos alunos lidar com situações reais.

Por fim, com esta problemática, os alunos poderão explorar os conteúdos de regra de três, unidades de medidas, arredondamentos, função do 1º grau, porcentagem e gráficos. Além disso, também poderão refletir a respeito do uso de combustíveis fósseis não-renováveis e os impactos ao meio ambiente.

3.1.3 Modelagem III: Meio Ambiente e a Produção do Lixo

Como a Modelagem III foi a escolhida para ser aplicada em uma turma de 1ª série do Ensino Médio do município de Sombrio, a sistemática adotada na organização desta modelagem será um pouco diferenciada.

As etapas serão configuradas e apenas indicadas deixando-se para o próximo capítulo as ações realizadas pelos alunos.

a) escolha do tema:

O tema escolhido Meio Ambiente e o subtema Meio ambiente e a Produção do Lixo reflete uma preocupação com a questão dos resíduos que contaminam nossos solos e águas. É um assunto importante para ser tratado nas escolas, visto que a maioria da população desconhece a realidade do trajeto do lixo doméstico. Conhecer esta realidade implica a conscientização deste problema.

Portanto, por meio da matemática, pretende-se lidar com situações reais que ao mesmo tempo levem os alunos a investigarem os problemas e despertem neles a conscientização pela proteção ao meio ambiente.

Na interação com o tema, propõem-se discutir as notícias em grupo: “Você sabia? Que, no Brasil, cada pessoa produz entre 300 a 500 gramas de lixo por dia?” [13]; “Que quando

[13]Disponível em: http://www.meioambientecriancas.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=28. Acesso em: 17 abr. 2011.

se joga alguma coisa fora, o caminho do lixo está apenas começando?” [14]; “Lei não muda relação com lixo e população ainda não separa” [15], “Prefeito verifica condições de trabalho de recicladores” [16] e “Que você pode ajudar a diminuir o problema do lixo?” [17] e assistir aos vídeos “Lixão x Aterro Sanitário[18]” e “Momento ambiental: lixo” [19].

Posteriormente, os alunos divididos em grupos deverão formular questões referentes ao assunto abordado.

b) Levantamento de questões e problema:

Da apresentação anterior, algumas questões poderão ser suscitadas, a saber:

- Quantos quilos de lixo são produzidos no Brasil? No nosso município?
- Quanto será que uma pessoa produz de lixo doméstico por dia em nosso município?
- Como é feita a coleta de lixo em nosso município?
- Quanto suporta de lixo o aterro sanitário em nosso município? Até quando suportará?
- Você está a par da Lei da Política Nacional de Resíduos Sólidos que entrou em vigor este ano?
- O que você faz para contribuir com a diminuição do lixo? Que sugestões você daria?

Após, indaga-se a seguinte situação: Considerando a população atual do nosso município, podemos fazer uma previsão de quantos quilos de lixo doméstico serão produzidos daqui a 20 anos e se este poderá ser acomodado no aterro sanitário municipal de Sombrio?

c) Resolução do problema:

Para responder o problema, precisa-se prever a população para os próximos anos, saber o quanto de lixo doméstico é produzido no Sombrio e qual a capacidade do aterro sanitário. Além de verificar os dados que se têm e investigar os demais para que o problema seja solucionado.

Dados pesquisados:

---

[14] Disponível em: http://www.meioambientecriancas.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=28. Acesso em: 17 abr. 2011.
[15] Disponível em: <http://grupocorreiodosul.com.br//> Acesso em: 15 abr. 2011.
[16] Disponível em: < http://www.sombrio.sc.gov.br/Institucional/Noticias/Noticias_067.html>. Acesso em: 18 abr. 2011.
[17] Disponível em: http://www.meioambientecriancas.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=30. Acesso em: 17 abr. 2011.
[18] Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=Rw7W6ARFCFU . Acesso em: 01 mar. 2011.
[19] Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=-tsJCeC3u5k. Acesso em 01 mar. 2011.

- População sombriense em 2010: urbana – 19.650 / rural – 6.976 = total 26.626 habitantes (fonte: IBGE2010)
- Taxa geométrica de crescimento em Santa Catarina referente a 2010: 1,55% a.a. (fonte: IBGE2010)
- Aterro sanitário sombriense feito para durar até 2023. (fonte: Prefeitura de Sombrio, servidor Aldoir Minatto)
- Produzidos em média 12 ton./dia de lixo doméstico em 2010. Destes 87,5% vão para o aterro sanitário (fonte: Prefeitura de Sombrio, servidor Aldoir Minatto)

d) Obtenção do modelo:

Os alunos deverão chegar a um modelo para previsão da população. Após, montarão uma tabela com os dados até 2031, por exemplo, tendo como referência o ano de 2010 e a taxa de crescimento.

Em seguida, farão uma tabela para a previsão da produção do lixo e verificarão quanto de lixo será produzido ao longo dos anos.

Na construção deste ambiente, serão abordados os conteúdos: produtos notáveis, simplificações de expressões algébricas, arredondamentos, previsões, função exponencial, porcentagem, potenciação e tabelas.

e) Validação do modelo:

Sabendo uma previsão do lixo produzido até 2023, pode-se depois comparar com a capacidade do aterro sanitário e verificar o proposto.

4. APLICAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo, apresenta-se a aplicação do ambiente de modelagem III: Meio Ambiente e a Produção do Lixo descrevendo o local da pesquisa, os sujeitos envolvidos e os desdobramentos ocorridos em cada etapa do processo de modelagem. Na sequência, analisam-se os resultados obtidos durante a aplicação da pesquisa à luz da fundamentação teórica.

4.1 A EXPERIÊNCIA EM AÇÃO: APLICAÇÃO DO AMBIENTE DE MODELAGEM III

Tendo como objetivo deste estudo, analisar quais as contribuições que a Modelagem Matemática em uma perspectiva sócio-crítica pode proporcionar ao processo ensinoaprendizagem de Matemática entre os alunos de uma turma de 1ª série da Escola de Ensino Médio Macário Borba do município de Sombrio, faz-se necessário, primeiramente, conhecer o ambiente em que ocorrerá a aplicação e os sujeitos envolvidos. Em seguida, descrevem-se os fatos e as ações ocorridas *in loco* levando em consideração as observações e impressões da pesquisadora enquanto participante e condutora da Modelagem.

4.1.1 O local da pesquisa: a Escola de Ensino Médio Macário Borba

A Escola de Ensino Médio do município de Sombrio denominada Macário Borba foi a escolhida pela pesquisadora para a aplicação da Modelagem Matemática. Um dos motivos que levaram a esta escolha, foi que, além de residir em Sombrio, esta escola foi local de estágio supervisionado da pesquisadora no ano de 2007. Na época, foram observadas 20h/a de matemática em uma turma de 1ª série e a impressão que ficou foi de um ensino tradicional de matemática semelhante ao que ela tinha vivenciado nos tempos de escola no ano de 1999.

Deste modo, com a oportunidade do presente estudo, os olhares voltam-se novamente a Escola de Ensino Médio Macário Borba. Desta vez, sendo cenário para a pesquisa de campo da pós-graduação *lato sensu* possibilitando disseminar metodologias novas no âmbito escolar.

Para fins de caracterização, a Escola de Ensino Médio Macário Borba localizada na Avenida Prefeito Francisco Caetano Lumertz Júnior no bairro Nova Brasília em Sombrio, é um estabelecimento de ensino estadual inaugurado em 2004 com o apoio do Programa de Melhoria e Expansão do Ensino Médio do Ministério da Educação e Cultura. Este programa é uma parceria entre governo estadual e federal financiado pelo Banco Interamericano de desenvolvimento (BID). Em todo o estado somente 11 municípios foram contemplados com este projeto. (ESCOLA DE ENSINO MÉDIO MACÁRIO BORBA, 2006)

Esta escola de Ensino Médio é conhecida por Escola Jovem de Sombrio atendendo praticamente toda a juventude sombriense oriunda de diversas classes sociais. (ESCOLA DE ENSINO MÉDIO MACÁRIO BORBA, 2006)

Atualmente, a E.E.M. Macário Borba possui 1.046 alunos matriculados distribuídos entre o Magistério e o Ensino Médio nos períodos diurno e noturno. São 36 turmas oriundas de 29 bairros e 12 comunidades rurais, além de alguns alunos de municípios vizinhos. (SANTA CATARINA, 2011)

Uma característica apontada no Projeto Político Pedagógico - PPP (2006) é que 40% dos alunos que estudam à noite trabalham fora e ajudam no sustento da família.

Quanto aos professores, são 49 docentes no quadro atual da escola. Destes, 28 são efetivos e 21 temporários. Os de matemática são 5 efetivos e 1 temporário. (SANTA CATARINA, 2011)

No que tange a estrutura física, a escola possui 15 salas de aula, 01 sala de artes, 01 auditório com data-show e áudio, 01 ginásio de esportes, 01 laboratório de informática, 01 laboratório de física, 01 de química, 01 biblioteca, 01 copa, 01 cantina, 42 banheiros, 01 sala de professores, 01 sala de articulação pedagógica, 01 de Direção, 01 de coordenador de turno, 01 de APP, 01 de Grêmio Estudantil, 01 de supervisão de estágio de magistério, 01 sala de secretaria, 01 almoxarifado, 01 guarita de vigilantes.

No que alude os preceitos institucionais, a escola Jovem de Sombrio tem como missão “universalizar o conhecimento científico, artístico e filosófico culturalmente produzidos pela humanidade para que o educando se aproprie do mesmo como forma de oportunizar a construção da própria cidadania.” (ESCOLA DE ENSINO MÉDIO MACÁRIO BORBA, 2006, p. 21)

Tomando este objetivo maior da escola, a pesquisa poderá contribuir à medida que permitirá aos alunos analisar situações reais, por meio da matemática, dentro da temática ambiental possibilitando a eles exercerem a tomada de decisões. Esta competência proporcionará ao aluno utilizar o conhecimento matemático como instrumento para compreender a realidade e intervir nela. Além de, exercer seu papel de cidadão.

É importante ressaltar ainda, que a Escola defende o uso do ensino com projetos em seu PPP, pois acredita que dessa maneira o aluno aprende participando, investigando, pesquisando as informações necessárias, simplificando para analisar e tomar atitudes diante dos fatos. Coloca ainda, que esta proposta caracteriza-se por utilizar "o conhecimento como instrumento para a compreensão da realidade e possível intervenção nela" e que "propõem atividades abertas, permitindo que os alunos estabeleçam suas próprias estratégias" (ESCOLA DE ENSINO MÉDIO MACÁRIO BORBA, 2006, p.53)

De acordo com o Projeto Pedagógico da Escola (2006), as temáticas que devem ser desenvolvidas pelos projetos são: gravidez precoce, drogas, álcool e consciência ecológica. Para tanto, é o setor de articulação pedagógica que coordena os estágios do magistério e os projetos desenvolvidos na escola.

Por último, observa-se que a Escola também acredita no uso de situações reais como instrumento pedagógico e prega a preservação ao meio ambiente.

4.1.2 Os sujeitos da pesquisa

A aplicação do projeto na escola envolveu os alunos e a professora de matemática da 1ª série 2, turno vespertino.

Para a escolha da turma, a pesquisadora conversou com a articulação pedagógica da escola solicitando autorização para aplicação do projeto (APÊNDICE D). A turma disponibilizada foi o 1º ano 2, em virtude de o mesmo não ser do Ensino Médio Inovador, em que os alunos participam de oficinas no contra-turno.

Com a turma definida, aplicou-se um questionário a fim de caracterizar e descrever os sujeitos da pesquisa, conhecer quais são as percepções dos alunos e da professora a respeito da disciplina matemática e de seu ensino e de analisar se o aluno enxerga a disciplina matemática aplicada ao seu dia-a-dia. Deste modo, na sequência, apresentam-se algumas considerações relevantes sobre os envolvidos na aplicação do ambiente de modelagem:

a) A turma tem 27 alunos, com idade entre 14 e 16 anos, dos quais mais da metade são apenas estudantes, oriundos de diferentes bairros, comunidades rurais e outros municípios;

b) Quanto ao desempenho em matemática, os alunos se consideram de regulares a bons. A maioria já repetiu de série;
c) Dos que gostam de Matemática, a maioria deles atribui este gosto a facilidade aos cálculos. Apenas um aluno justificou o gosto pela matemática a importância da disciplina no dia-a-dia;
d) A maioria dos alunos gostaria que nas aulas de matemática fossem utilizados problemas do dia-a-dia concordando que utilizam a matemática fora da sala de aula, principalmente, nas atividades de comércio;
e) O tema ambiental é considerado importante por todos os alunos da turma. No entanto, apenas dois alunos concordam que a matemática pode contribuir para a preservação do meio ambiente.
f) Os pais, em sua maioria, têm apenas o Ensino Fundamental e trabalham na construção civil, comércio, agricultura e fábricas da região.

No que tange as informações a respeito da professora da turma, ela tem 35 anos e já leciona há 13 anos. É graduada em Ciências com habilitação em Matemática. Possui especialização em Educação Matemática e em Gestão Escolar. A média semanal de aulas é de 50 horas-aula.

A professora optou lecionar matemática em virtude de possuir o raciocínio rápido e ter facilidade com os cálculos. Frequentemente participa de cursos, especialmente, os à distância. Destes cursos, aplica em parte o que aprende em sala, pois há falta de tempo para preparar as atividades e falta de material de apoio, por exemplo, laboratórios de informática com poucos computadores.

Sobre a concepção de matemática, considera a disciplina difícil, pois se exige de quem quer aprender o exercício do raciocínio. Segundo a professora "os alunos de hoje não estão acostumados a pensar, querem uma receita pronta, e na matemática exige isso".

Como professora de matemática, seu papel é o de mediadora de conhecimento. Para tanto, acha válido discutir assuntos não-matemáticos nas aulas de matemática, pois nessa discussão o professor passa a ser mediador e as aulas tornam-se mais interessantes.

A principal necessidade matemática dos alunos apontada pela professora é a falta de conceitos matemáticos. Ela destaca que a "matemática básica [é] muito ruim". Considera ser importante ao aluno de matemática do Ensino Médio: a) saber bem os conceitos matemáticos; b) relacionar a matemática com outras disciplinas e ser crítico e capaz de raciocinar.

Durante a aplicação do questionário sempre colocou ser importante trabalhar com questões reais na matemática, principalmente situações em que são mostrados dados reais, pois o aluno conscientiza-se da dimensão do problema social, no caso da questão ambiental. Logo, ela julga importante trabalhar com a temática ambiental “para maior conscientização dos alunos, principalmente para mostrarmos em números reais os problemas ambientais.”

4.1.3 Descrição da experiência *in loco*

A experiência realizada ocorreu no período de aulas durando 4 horas-aula para a inserção do ambiente de modelagem escolhido.

A pesquisadora, previamente, conversou com a professora da turma para apresentar a proposta do trabalho situando-a no contexto da pesquisa. Além de conhecer o perfil da turma e entregar-lhe a autorização para uso dos registros escritos dela. Segundo a professora, a turma do 1º 2 é participativa, mas a maioria tem dificuldade em matemática.

Após o consentimento da professora, a pesquisadora marcou o dia para a conversa com os alunos a fim de comunicar-lhes o projeto.

No primeiro contato com a turma, no dia quatro de maio de dois mil e onze, a pesquisadora apresentou-se, conversou sobre o projeto a ser aplicado e entregou-lhes as autorizações para levarem aos pais para o aceite. (APÊNDICE D) Avisou-lhes, ainda, que a primeira aula de matemática seria no auditório da escola situado no térreo. Os alunos foram receptivos e mostraram-se curiosos na exposição do projeto.

Na primeira aula no auditório da escola, aos nove dias do mês de maio, tinha-se a disposição no local: um projetor multimídia, aparelhos de áudio e um computador. O ambiente era pequeno e pouco iluminado com um palco na frente e cadeiras escolares distribuídas em filas. A pesquisadora utilizou o projetor multimídia para a apresentação dos vídeos e *slides.* (APÊNDICE E) Compareceram neste dia 19 alunos.

Inicialmente, foi solicitada a colaboração dos alunos nas atividades. Na sequência, a pesquisadora distribuiu os questionários iniciais (APÊNDICE A) e, prontamente, os alunos começaram a responder. Durante as respostas alguns alunos solicitaram explicações sobre o entendimento das questões, em especial a questão 10. Um dos motivos seria a falta de reflexão sobre o modo como aprendem matemática. Para a professora da turma também foi entregue um questionário conforme apêndice C.

Após, a aula prosseguiu com a apresentação do tema Modelagem Matemática: Meio Ambiente e a Produção do Lixo.

Como o tema foi previamente definido pela pesquisadora conforme o caso 2 de Barbosa (2001), ela o justificou com o objetivo de provocar nos alunos a curiosidade sobre a problemática do lixo e ao mesmo tempo fazê-los perceber que este é um problema mundial e tão próximo da realidade deles. Consoante Paulo Freire (2004, p. 32) a curiosidade nos move a “[...] procura de esclarecimento” assim os alunos sentindo-se curiosos estariam propensos a se envolver nas atividades de Modelagem.

Na sequência, foi frisado o objetivo maior da aplicação: investigar uma situação real por meio da matemática chegando a um modelo se necessário. Para tanto, foram assistidos dois vídeos e distribuídos cinco reportagens, descritos na seção 3.1.3 para o levantamento de questões e contextualização do problema que viria a ser apresentado.

A dinâmica foi dividir os 19 alunos[20] em cinco grupos. Cada grupo recebeu quatro cópias das reportagens e folhas almaço para anotações, a saber:

a) Grupo A: aluna A, aluna C, aluna D, aluna M;

Reportagem: Você sabia? Que, no Brasil, cada pessoa produz entre 300 a 500 gramas de lixo por dia?

Esta reportagem traz dados sobre a produção do lixo doméstico produzido no Brasil. Ainda traz um panorama da produção de lixo nos países mais desenvolvidos, como: EUA, Itália, Japão, entre outros.

b) Grupo B: aluna K, aluna R, aluna N;

Reportagem: Lei não muda relação com lixo e população ainda não separa;

Esta notícia foi veiculada no jornal Correio do Sul trazendo informações sobre a lei de Política Nacional de Resíduos Sólidos em vigor no início deste ano. Alerta que os moradores deverão separar o lixo orgânico do lixo seco facilitando o trabalho dos recicladores. Traz ainda, depoimentos de moradores que separam o lixo e outros que não o fazem. Por último, fala do Aterro Sanitário de Sombrio, onde cerca de dez trabalhadores recebem todo o lixo doméstico do município e fazem o trabalho de separação.

c) Grupo C: aluna E, aluna M1, aluno J, aluna I;

Reportagem: Que você pode ajudar a diminuir o problema do lixo?

Nesta reportagem, são listadas 16 pequenas ações que podem fazer a diferença na preservação ao meio ambiente.

d) Grupo D: aluno R, aluna A1, aluno W, aluna J;

---

[20] A identidade dos alunos será preservada. Para tanto, será utilizado letras para diferenciá-los.

Reportagem: Que quando se joga alguma coisa fora, o caminho do lixo está apenas começando?

As informações contidas nesta notícia mostram que o lixo proveniente de tantos lugares como: residências, indústria, comércio, hospitais, tem um destino apropriado. Primeiramente são coletados e, posteriormente, são levados a aterros sanitários, centros de triagem ou compostagem, incineradores, reciclagem e infelizmente a lixões a céu aberto.

e) Grupo E: aluno J1, aluno C, aluna C1, aluna J1.

Reportagem: Prefeito verifica condições de trabalho de recicladores.

As informações acima foram noticiadas no site do município de Sombrio mostrando que o único município do extremo sul catarinense a contar com aterro sanitário é o Sombrio que abriga uma usina de reciclagem, dando oportunidade de trabalho a 12 pessoas. Relata ainda, o ambiente de trabalho desses recicladores e informa que em média 12 toneladas de material chegam ao aterro sanitário todos os dias para a separação por eles.

Quanto aos vídeos, foi solicitado aos alunos que atentassem para os dados fornecidos nas imagens. O vídeo Momento Ambiental: Lixo é um programa do Centro de Produção da Justiça Federal mostrando a importância da separação do lixo orgânico do seco e alertando para o perigo dos lixões a céu aberto que contaminam os solos e a água. Recomenda ainda, a utilização dos aterros sanitários como um caminho viável para o destino do lixo e exibe dados estatísticos sobre a produção do lixo no Brasil. Já o vídeo Lixão x Aterro Sanitário, é uma produção realizada por um grupo de alunas que distingue o que é lixão de aterro sanitário e traz dados da produção do lixo do Brasil. Além disso, entrevista um engenheiro ambiental apontando os fatores positivos e negativos destes dois destinos para o lixo coletado.

Após, a pesquisadora lançou indagações comparando o que estava no vídeo com a realidade local: *"Vocês já pararam para perceber o quanto de lixo produzimos todos os dias? "Vocês sabiam que no Sombrio temos aterro sanitário?"*Os alunos responderam que não sabiam sobre o aterro. Ademais, mostraram-se concentrados durante os vídeos e compromissados com a atividade organizando-se rapidamente em grupos.

Logo após, solicitou aos grupos a formulação de três questões associando os vídeos, as reportagens, a realidade sombriense e a matemática para posterior apresentação com o objetivo de inseri-los na temática Ambiental em questão. Um dos alunos perguntou se a resposta deveria ser colocada também. A pesquisadora disse que não deveriam se preocupar com a resposta, mas com as questões considerando as informações fornecidas e os conhecimentos prévios de cada um. Como exemplo algumas questões foram colocadas e retomadas conforme apêndice E.

Após esta etapa, lançou-se a questão conforme a Modelagem III descrita na seção 3.1.3 pela pesquisadora: Considerando a população atual do nosso município, podemos fazer uma previsão de quantos quilos de lixo doméstico serão produzidos daqui a 20 anos e se este poderá ser acomodado no aterro sanitário municipal de Sombrio?

Em seguida, foi solicitada a obtenção de uma solução para a questão levantada. É nesta etapa que os alunos em grupos, de posse das informações e com a mediação do professor, investigam por meio da matemática padrões, regularidades e conceitos matemáticos da situação estudada.

Abaixo, expõem-se duas fotografias da turma durante as atividades em grupo:

Fotografia 1: Apresentação da questão formulada aos alunos (2011)
Fonte: Elaborado pela autora, 2011.

Fotografia 2: Alunos trabalhando em grupo (2011)
Fonte: Elaborado pela autora, 2011.

Finalizando a aula, ficou combinada, para o próximo encontro, a apresentação das questões formuladas pelos grupos e a apresentação de alguma solução para a questão levantada pela pesquisadora. Ainda, foi solicitado que deixassem os questionários respondidos e as autorizações levadas aos pais sobre a mesa.

Por último, a aluna E interveio dizendo que já tinha encontrado a solução para o problema. A pesquisadora disse que ela aguardasse a próxima aula.

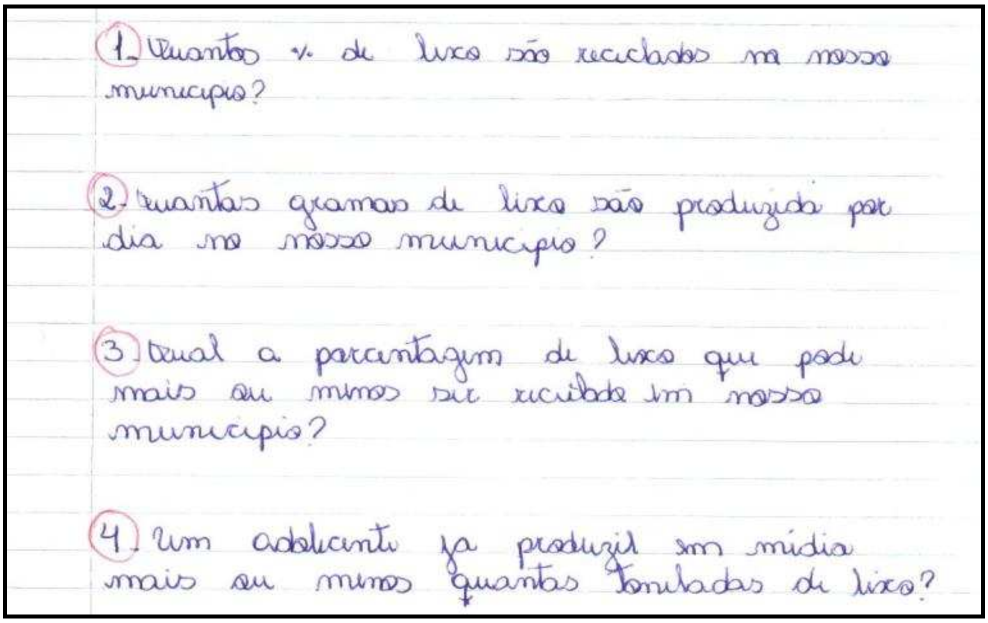
Os materiais entregues foram levados pelos grupos para casa.

No segundo encontro, aos dezesseis dias do mês de maio, compareceram 11 alunos: do Grupo A: apenas uma aluna; Grupo B: três alunas; Grupo C: 02 alunas; Grupo D: 02 alunos e Grupo E: 02 alunos. Além desses, mais um aluno que não estava no primeiro encontro juntou-se ao Grupo A, em que havia apenas um integrante.

Após os grupos acomodarem-se, a pesquisadora iniciou a aula retomando as atividades da aula anterior.

Apenas três grupos trouxeram as questões formuladas que foram lidas por um integrante do grupo.

O Grupo A formulou as seguintes questões:


1. Quantos % de lixo são reciclados no nosso município?

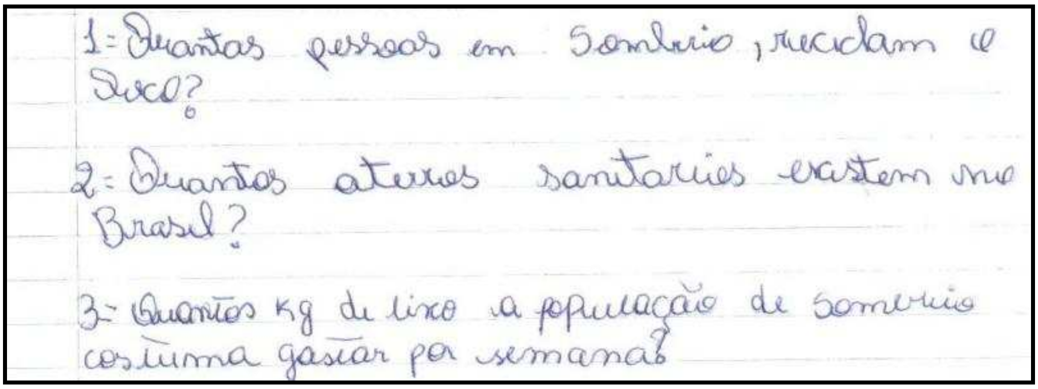
2. quantas gramas de lixo são produzida por dia no nosso município?

3. Qual a porcentagem de lixo que pode mais ou menos ser reciclado em nosso município?

4. Um adolecente já produziu em média mais ou menos quantas toneladas de lixo?

Figura 1: Questões formuladas pelo grupo A. (2011)
Fonte: Alunos da 1ª série 2 da E.E.M. Macário Borba. (2011)

O Grupo B, as seguintes:


1: Quantas pessoas em Sombrio, reciclam o lixo?

2: Quantos aterros sanitarios existem no Brasil?

3: Quantos Kg de lixo a população de Sombrio costuma gastar por semana?

Figura 2: Questões formuladas pelo grupo B. (2011)
Fonte: Alunos da 1ª série 2 da E.E.M. Macário Borba. (2011)

E o Grupo C, formulou apenas uma:

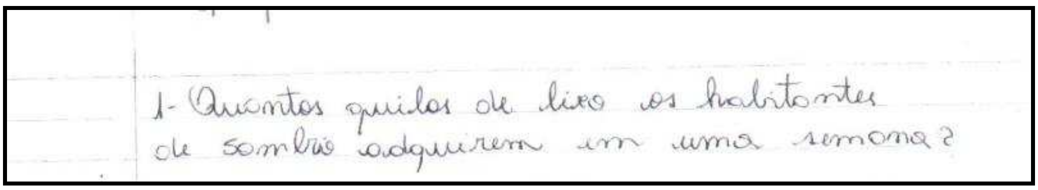

1- Quantos quilos de lixo os habitantes de sombrio adquirem em uma semana?

Figura 3: Questão formulada pelo grupo C. (2011)
Fonte: Alunos da 1ª série 2 da E.E.M. Macário Borba. (2011)

Nos dois grupos restantes, notou-se a despreocupação para com a atividade. Como não estavam sendo avaliados, os alunos destes grupos simplesmente não fizeram a atividade.

Na sequência, a pesquisadora leu o problema lançado na aula anterior e perguntou aos alunos se era possível fazer uma previsão do lixo produzido daqui a 20 anos. A maioria respondeu que sim. Alguns alunos responderam que não. A pesquisadora disse que é possível fazer uma previsão, ou seja, uma estimativa de quanto será produzido. Graças à matemática este cálculo é possível.

Em seguida, perguntou aos grupos quem conseguiu obter alguma solução. A aluna E prontamente se manifestou.

Pesquisadora: – *Qual foi a solução que encontraste?*

Aluna E: *Eu peguei a população que é 28.000 habitantes e multipliquei pelo lixo que é produzido em uma semana no Brasil que dizia no vídeo e depois multipliquei por quantidades de semana e depois por anos até 2031.*

Pesquisadora: – *Como encontraste o número 28.000 para os habitantes de Sombrio?*

Aluna E: *Eu acho que é isso.*

Outro aluno: *Acho que não é 28.000 são 31.000 habitantes.*

Pesquisadora: – *Considerasse sempre a mesma população?*

Aluna E: *Fez gesto com a cabeça que sim.*

Pesquisadora: – *Não levasse em consideração que em todo ano as pessoas nascem e morrem?*

Pesquisadora: *O seu raciocínio está quase certo. Vamos ver como fica.*

Pesquisadora: – *Alguém mais tem alguma proposta?*

Ninguém se manifestou. Logo após, a pesquisadora disse que o número de habitantes estava aproximado e entregou uma lista de municípios do censo 2010 contendo dados sobre a população sombriense a cada grupo. Explicou que, no Sombrio, a maioria das pessoas vive na cidade com 19.650 habitantes e apenas 6.976 vivendo na zona rural totalizando em 2010, 26.626 habitantes.

Em seguida, ela anotou no quadro os dados da população de Sombrio no ano de 2010 e a taxa de crescimento da população em Santa Catarina para o ano de 2010 que é de 1,55% a.a, dados mais recentes do IBGE. Na fotografia abaixo, se ilustra este momento:

Fotografia 3: Pesquisadora e os grupos na resolução do problema (2011)
Fonte: Elaborado pela autora (2011)

Na sequência, a pesquisadora iniciou as indagações:

Pesquisadora: – *Agora com estes dados, alguém arrisca algum palpite para a previsão da população para 2011?*

Ninguém se manifestou. Para fazê-los raciocinar a respeito do assunto, foi feita analogia com um dinheiro aplicado em uma poupança.

Pesquisadora: – *Se coloco R$ 100,00 em uma poupança por um mês a uma taxa de 10% a.m. Quanto terei no final do mês?*

A aluna E respondeu prontamente:

Aluna E: – *R$ 110,00.*

Pesquisadora: – *Como chegasse a este resultado?*

Aluna E: –*Eu dividi o R$ 100,00 em 10 partes.*

Pesquisadora: – *Considerasse a décima parte de 100, então? Muito bem. Alguém mais sabe como fazer este cálculo?*

Ninguém se manifestou. A pesquisadora prosseguiu com os questionamentos relembrando o conteúdo de porcentagem e alguns exemplos em que ela aparece. Após, fez o cálculo no quadro: Valor a ser aplicado x taxa = R$ 100,00 $\times\ 10\% = 100 \times \frac{10}{100}$ = 10. Logo, R$10,00 seria o rendimento e no final do mês teríamos R$ 100,00+ R$ 10,00 = R$ 110,00.

Relembrou, também com eles, as simplificações necessárias que facilitam os cálculos manuais. Na sequência, perguntou aos alunos.

Pesquisadora: – *E agora como fazer para prever a população para 2011 tendo estes dados?*

Pesquisadora: – *A conta é do mesmo jeito. Então como fica? A população de 2010 é quanto?*

Alunos: *26.626 habitantes.*

Pesquisadora: – *E multiplica-se por quem?*

Alunos: *Pela taxa de 1,55% a.a.*

Pesquisadora: – *Posso usar a taxa assim?*

Aluna R: – *Tem que dividir por 100.*

Pesquisadora: – *Dá quanto? Utilizem a calculadora.*

Alunos: *0,0155 a.a.*

Pesquisadora: – *Fazendo os cálculos chega-se a quanto?*

Alunos: *412,703*

Pesquisadora: – *Vamos considerar apenas a parte inteira, pois estamos falando de habitantes. Então, 412 habitantes representam a quantia que cresceu em 2011 com relação a 2010. Em 2011, teremos qual população?*

Alunos: *27.038 habitantes.*

Posteriormente, a pesquisadora anotou no quadro:

P_1 – População de 2011;

P_0 – População de 2010;

i – taxa de crescimento.

Considerando os cálculos anteriores, substituindo os valores pelas letras atribuídas, tem-se:

Pesquisadora: – *Como faremos agora utilizando as letras?*

Neste momento, observou-se a dificuldade de abstração dos alunos, principalmente porque estavam trabalhando com letras diferentes das habituais: o x e o y.

Fazendo juntamente com os alunos, chegou-se a:

$P_{2011} = 26.626 \text{ x } 0{,}0155 + 26.626$

$P_{2011} = P_{2010} \text{ x } 0{,}0155 + P_{2010}$

$P_1 = P_0 \text{ x } i + P_0$

A pesquisadora perguntou aos alunos se a expressão poderia ser melhorada, ou seja, simplificada. Os alunos não se lembravam do conteúdo de simplificação algébrica. Deste modo, foi necessário relembrar como colocar um termo em evidência. Realizado os cálculos, obteve-se:

$P_1 = P_0\ (i + 1)$

Depois se fez o caminho inverso para provar que as expressões eram equivalentes.

Pesquisadora: – *E agora para prevermos a população para 2012? Tendo P_2 = 2012.*

Alunos: *População de 2012 x taxa + população de 2012.*

Anotando no quadro, tem-se:

$P_2 = P_1 \times i + P_1$

Colocando P_1 em evidência:

$P_2 = P_1 (i+1)$

Pesquisadora: – *Temos o valor de* P_1*?*

Aluna R: *Sim, 27038.*

Pesquisadora: – *Mas quem é* P_1*?*

Aluna R: – *É a população de 2011.*

Pesquisadora: – *Ok. Mas qual a expressão que usamos para chegar a* P_1*?*

Os alunos ficaram quietos. Assim, a pesquisadora mostrou no quadro a expressão anterior em que estava P_1 e o substituiu ficando $P_2 = P_0 (i+1)(i+1)$.

Pesquisadora: – *E agora como podemos simplificar? Há várias maneiras, pois na matemática não há um único caminho. O que fazer? Efetuar o produto termo a termo ou alguém sabe outra forma de resolver?*

Como os alunos não se lembravam dos produtos notáveis, a pesquisadora fez analogia considerando os dois termos, potências de mesma base:

Pesquisadora: – *Considerando os termos (i +1) (i+1) como sendo a x a. Quanto é a x a?*

Aluna D: *2a.*

Pesquisadora: – *Pense bem. O que fazemos quando temos uma multiplicação de potências de mesma base? Conservamos a base e somamos os expoentes. Assim,* $a^1 \times a^1 = a^2$.

Usando a propriedade da potenciação, a expressão ficou $P_2 = P_0 (i+1)(i+1) \rightarrow P_2 = P_0 (i+1)^2$.

Para a população de 2013, os alunos usaram o mesmo raciocínio e conseguiram acompanhar a lógica chegando a $P_3 = P_0 (i+1)^3$.

Pesquisadora: – *Considerando a expressão para a* P_1*,* P_2 *e* P_3*, o que vocês observam?*

Aluna D: – *Que quando é* P_2 *o número em cima é 2 e quando é* P_3 *o número é 3.*

Pesquisadora: – *É isso aí. Como ficaria* P_4*?*

Alunos: – $P_4 = P_0 (i+1)^4$.

Foi notável este momento, pois os alunos conseguiram acompanhar o raciocínio e perceberam a lógica utilizada.

Prosseguindo:

Pesquisadora: – *E para um ano qualquer?*

Ninguém se manifestou. Logo, a pesquisadora chamou de *n* um ano qualquer e colocou no quadro: $P_n = P_0\ (i+1)^n$.

Aluna D: – *Eu não entendi o n.*

Pesquisadora: – *Por exemplo, vimos que a regularidade se mantém infinitamente, ou seja, para os próximos* P_5, P_6, P_7, P_{100}*... O modelo permanece igual. Então, para um ano qualquer se generaliza para n.*

Portanto, chegou-se ao modelo de previsão da população: $P_n = P_0\ (i+1)^n$.

A seguir, mostra-se a pesquisadora juntamente com os alunos construindo o modelo. Os demais modelos dos grupos podem ser vistos no anexo C.

Fotografia 4: Construção do modelo. (2011)
Fonte: Elaborado pela autora. (2011)

A previsão de 2011 já havia sido calculada com aproximações ficando em 27.038 habitantes. A proposta inicial era prever a população daqui a 20 anos, ou seja, até 2031. No entanto, decidiu-se prever a população até 2015 ficando como extraclasse a previsão até 2031.

Iniciaram-se os cálculos montando-se uma tabela no quadro. Com o auxílio da calculadora, os alunos iniciaram pela população de 2012. A primeira dificuldade surgiu com a multiplicação do termo: $P_2 = P_0\ (i+1)^2 \rightarrow P_2 = 26.626 \times (0{,}0155+1)^2$, uma vez que a calculadora que os grupos tinham era a simples. A pesquisadora, então, os questionou:

Pesquisadora: – *Como faremos na calculadora* $(1,0155)^2$*?*

Aluna R: *Basta multiplicar duas vezes.*

Pesquisadora: – *E se fosse elevado ao cubo?*

Aluna R: *Três vezes.*

Pesquisadora: – *É isso. Se souberem o conceito de potência, com esta calculadora simples vocês também conseguem calcular.*

Os cálculos foram feitos pelos grupos e à medida que a potência aumentava no modelo os alunos se impressionavam com os números de vários algarismos na calculadora. Deste modo, os alunos foram orientados a arredondar os valores para as previsões de população considerando a variável utilizada e a simplicidade na efetuação dos cálculos.

Durante a realização dos cálculos e transcrição ao quadro, a aluna E questionou a pesquisadora se para calcular a população de 2031 era necessário ir calculando ano a ano.

A pesquisadora então respondeu:

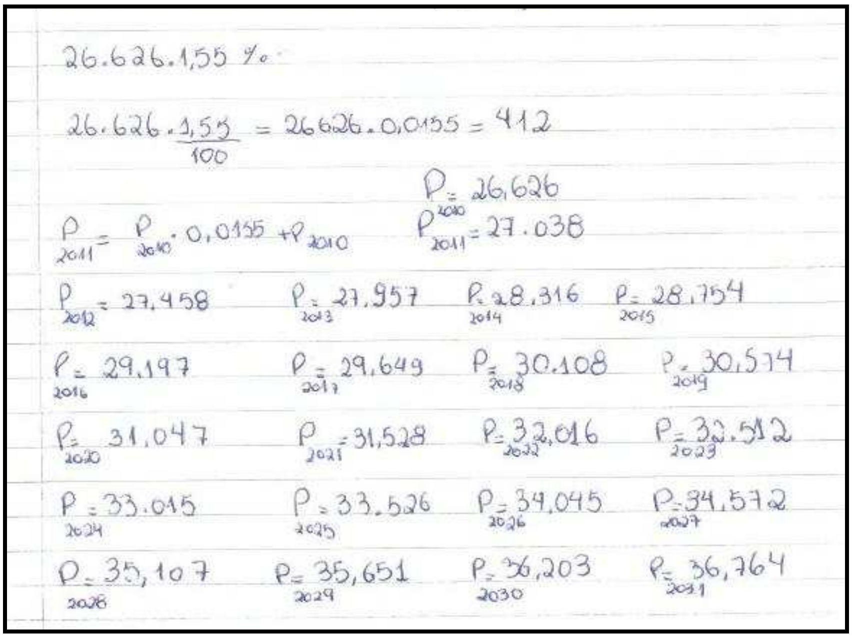
Pesquisadora: – *Não, basta você utilizar o modelo considerando o ponto de partida o ano de 2010. Logo, você calcularia a* P_{21}*. Como no nosso caso, queremos saber a produção do lixo, logo teremos que calcular a produção ano a ano e o acumulado no final de 5 anos.*

Aluna E: – *Eu já calculei até 2031.*

Pesquisadora: – *Como?*

Aluna E: – *Eu peguei a população de 2010 e multipliquei pela taxa e somei novamente pela população de 2010 e fiz assim até chegar em 2031 na calculadora. Sem fórmula, direto na calculadora.*

Abaixo, o cálculo realizado pela aluna E:


26.626.1,55 %

$26.626 \cdot \frac{1,55}{100} = 26626 \cdot 0,0155 = 412$

$P_{2010} = 26,626$

$P_{2011} = P_{2010} \cdot 0,0155 + P_{2010}$ $P_{2011} = 27.038$

$P_{2012} = 27.458$ $P_{2013} = 27.957$ $P_{2014} = 28.316$ $P_{2015} = 28.754$

$P_{2016} = 29.197$ $P_{2017} = 29.649$ $P_{2018} = 30.108$ $P_{2019} = 30.574$

$P_{2020} = 31.047$ $P_{2021} = 31.528$ $P_{2022} = 32.016$ $P_{2023} = 32.512$

$P_{2024} = 33.015$ $P_{2025} = 33.526$ $P_{2026} = 34.045$ $P_{2027} = 34.572$

$P_{2028} = 35,107$ $P_{2029} = 35,651$ $P_{2030} = 36,203$ $P_{2031} = 36,764$

Figura 4: Cálculos realizados pela aluna E do Grupo C. (2011)
Fonte: Alunos da 1ª série 2 da E.E.M. Macário Borba. (2011)

Pesquisadora: – *Ok. Você utilizou o mesmo raciocínio e isto é o que importa. A diferença foi que você não fez na folha todos os cálculos. O modelo é bom ser utilizado por que se pode escolher um ano qualquer. Vamos montar a tabela e ver se os valores batem com os teus?*

Aluna E: *Sim.*

Prosseguindo com os cálculos, montou-se a seguinte tabela. Os valores da taxa trabalhados consideraram duas casas decimais para o arredondamento:

Tabela 2: Previsão da População a partir de 2010 até 2015 em Sombrio.

	Ano	População (hab.)
2010	0	26.626
2011	1	27.038
2012	2	27.458
2013	3	27.957
2014	4	28.316
2015	5	28.754

Fonte: Elaborado pela autora (2011)

Durante a construção da tabela, a aluna E foi dizendo os resultados que encontrava e eles eram semelhantes aos da tabela. Havia diferença somente na casa das unidades devido aos arredondamentos efetuados.

Os cálculos dos outros grupos são ilustrados a seguir no anexo C.

Logo após, retomando o problema central, a primeira parte estava resolvida. Restava apenas saber, quanto é produzido no Sombrio de lixo doméstico.

Desta forma, a pesquisadora informou aos alunos que entrou em contato com a prefeitura informando-se sobre o lixo.

De posse dos dados, expôs aos alunos o seguinte: são produzidas em média 12 ton./dia de lixo doméstico e destas 10,5 ton./dia vão para o aterro sanitário. Ainda foi comentado, que a diferença, ou seja, 1,5 ton./dia de lixo são a quantia reciclada e que estes dados constavam em reportagem do Grupo E. Além disso, foi informado aos alunos que: o aterro sanitário localiza-se no Morro do Cipó sendo o único da região; o município de Araranguá que é mais numeroso não possui aterro sanitário e os demais lixos: o hospitalar é incinerado e o industrial é levado a Içara para um fim correto.

Prosseguindo com as atividades, ela perguntou aos alunos quantos quilos tinha uma tonelada e a aluna R respondeu 1.000 kg. Logo depois, a pesquisadora lançou a pergunta:

– Quanto será que cada sombriense produz de lixo doméstico por dia? Como será feito este cálculo?

Aluna E: – *Pega o 10.500 e divide pela população em 2011.*

Pesquisadora: – *Podemos considerar toda a população? Será que na zona rural é recolhido o lixo doméstico?*

Os alunos não sabiam responder. Assim, a pesquisadora disse que segundo a prefeitura a coleta é realizada em todo o município. Logo, poderia ser utilizada toda a população.

A pesquisadora anotou no quadro o cálculo e foi resolvendo junto com os alunos: 10.500 ÷ 27.038 = 0,388 Kg = 388 g. Logo, cada sombriense produz 0,388 Kg por dia.

Neste momento, a pesquisadora destacou o resultado encontrado, fazendo os alunos refletirem sobre o que cada um produz por dia comparando com a reportagem entregue ao grupo A.

Prosseguindo com a atividade, a pesquisadora perguntou: – *Em um ano, como fica a produção do lixo? Quantos dias têm um ano?*

Alunos: *Pega 0,388 que é por dia e multiplica por 365 dias = 141,62 quilos e depois multiplica pela população.*

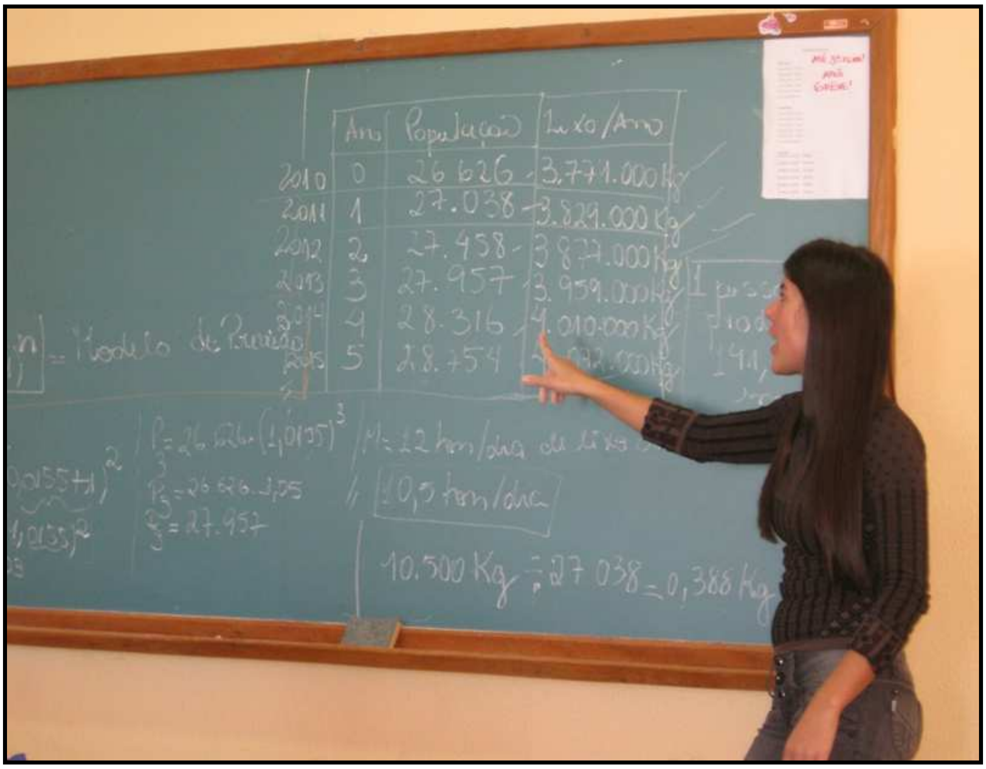
Pesquisadora: – *É isso? Vamos montar na tabela a quantia de lixo produzido por ano.*

A seguir, mostra-se a tabela construída com ajuda dos alunos e a foto deste momento:

Tabela 3: Previsão da Produção do lixo a partir de 2010 até 2015 em Sombrio.

Ano	População (hab.)	Lixo/ano
0	26.626	~3.771.000 kg
1	27.038	~ 3.829.000 kg
2	27.458	~ 3.888.000 kg
3	27.957	~ 3. 959.000kg
4	28.316	~ 4.010.000 kg
5	28.754	~ 4.072.000 kg
5 anos	Total:	~23.529.000 kg

Fonte: Elaborado pela autora (2011)



Fotografia 5: Tabela da produção de lixo de 2010 a 2011. (2011)
Fonte: Elaborado pela autora (2011)

Durante a montagem da tabela para somar o acumulado do lixo, a aluna R disse que a calculadora não aguentaria tantos números. A pesquisadora disse então que considerasse apenas os quatro primeiros algarismos para a soma e, por fim, era acrescentar os três últimos zeros significando multiplicar o total por 1000.

O acumulado do lixo ao final dos cincos anos foi de aproximadamente 23 milhões de quilos. Os alunos se impressionaram com a quantia de lixo produzido.

Pesquisadora: – *O resultado está condizente com a realidade?*

Aluna E: *Acho que sim.*

Pesquisadora: – *Considerando que falamos de previsão, o resultado está coerentemente correto. Se pegarem a população de 2015 e dividirem pela de 2014 encontraram a razão de crescimento.*

Pesquisadora: – *Vocês pararam para pensar que todo este lixo irá para o aterro? Será que ele poderá ser acomodado lá? E, se continuarmos a reciclar tão pouco, imaginem daqui a 20 anos?*

Aluna R: *Eu não sabia que tinha aterro no Sombrio e que era no Morro do Cipó. Deve ser grande lá.*

A pesquisadora informou-lhes que, conforme a prefeitura, o lixo poderá ser acomodado até 2023, visto que o aterro iniciou as atividades em 2003. Então, desde este tempo o lixo está lá acumulado. Logo, os 23 milhões de quilos calculados nestes cinco anos poderão ser acomodados lá. No entanto, para a produção do lixo até 2031 que era a proposta inicial da Modelagem, uma nova área para acomodar todo o lixo será precisa, caso não houver conscientização das famílias para a separação do lixo e a redução deste.

Além disso, a pesquisadora salientou a estimativa de lixo produzida por ano no Sombrio alertando os alunos da importância do papel da matemática nas situações cotidianas. Além de esclarecer, que por meio da matemática foi possível quantificar os valores da produção do lixo.

Deste modo, mediante a Modelagem Matemática, os alunos manusearam dados reais levando a uma conscientização da problemática, pois ao trabalharem com os dados verdadeiros da situação, o problema se torna próximo de quem realiza os cálculos. Neste veio, a matemática pode contribuir para a preservação ao meio ambiente à medida que fornece informações para que sugestões e cobranças sejam feitas ao governo e à sociedade exigindo-se atitudes favoráveis à natureza

Por fim, foram entregues os questionários sobre as atividades desenvolvidas (APÊNDICE B) conforme estabelecido na metodologia da pesquisa.

Após todos terem respondidos os questionários, a pesquisadora despediu-se da turma agradecendo a participação no projeto.

4.2 A ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

Nesta seção, apresenta-se a análise acerca das interpretações dos dados obtidos por meio dos questionários aplicados, dos registros escritos dos alunos, das observações referentes às atividades desenvolvidas e das discussões à luz da revisão de literatura apresentada.

Logo, como guia desta análise toma-se a questão formulada como eixo principal deste estudo: analisar quais as contribuições que a Modelagem Matemática em uma perspectiva sócio-crítica pode proporcionar ao processo ensinoaprendizagem de Matemática entre os alunos de uma turma de 1ª série da Escola de Ensino Médio Macário Borba do município de Sombrio.

Para atingir tal propósito, a configuração do ambiente de Modelagem levou em consideração o defendido por Barbosa (2001) em uma perspectiva sócio-crítica. Deste modo, o objetivo da pesquisadora foi construir um ambiente em que as discussões reflexivas fossem afloradas além das matemáticas pelos alunos.

O caminho encontrado foi propor a temática Ambiental e mais especificamente a "Produção do Lixo", uma vez que, a matemática esta seguramente envolvida com as questões ambientais tanto nos debates políticos, econômicos ou sociais. Sabe-se que a matemática é uma poderosa ferramenta para fazer importantes análises sociais, tais como, destruição do meio ambiente, epidemias, contaminações do solo e da água, dentre outras. (FERREIRA, 2003)

Segundo Skovsmose (2000, p. 101) "para que a educação, tanto como prática quanto como pesquisa, seja crítica, ela deve discutir condições básicas para a obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão, [...]"

Na fundamentação teórica, discutiu-se que a Modelagem Matemática no ensino pode ser um caminho para este debate, pois ela "[...] possui o potencial de gerar algum nível de crítica," sendo uma atividade aberta investigativa e problematizadora. (BARBOSA, 2001a, p. 04)

Sendo assim, após a aplicação do ambiente proposto, ficaram evidentes as contribuições da Modelagem Matemática em uma perspectiva sócio-crítica ao processo ensinoaprendizagem dos alunos da 1ª série 2 da E.E.M.Macário Borba de Sombrio.

Em sua dimensão sócio-crítica, a Modelagem Matemática:

a) Despertou nos alunos a consciência pela problemática do lixo;

Aluna R: *Aprendemos o quanto é importante reciclar.*

Porque ajuda [a matemática] *a incentivar as pessoas a cuidar do meio ambiente.*

Aluna A: *Aprendemos que temos que produzir menos lixo.*

Aluna M1: *Tivemos muitas vantagens a consciência do lixo que produzimos no dia-a-dia.*

Aluno C: *Eu não sabia que no Sombrio saia* [sic] *tanto lixo por semana por ano.*

Aluno P: *Que devemos cuidar mais de nosso município reciclando o lixo.*

Aluna K: *Eu não fazia idéia de quantas toneladas a nossa população produzia...*

b) Fez com que percebessem que a matemática pode interferir na realidade;

Aluno P: [com a matemática] *podemos melhorar a reciclagem e diminuir a quantidade de lixo; Sabemos mais ou menos a quantidade de lixo em 4 anos e poderemos evitá-lo.*
Ajudou a entender um pouco mais do futuro do lugar que nós vivemos.
Aluna R: *Ela* [a matemática] *ajuda a entender melhor a quantidade de lixo que as pessoas gastam.*
Aluna D: *Podemos prever muita coisa com a matemática.*

c) Oportunizou novos conhecimentos;
Aluna D: *Eu nem sabia que tinha um aterro em Sombrio.*
Aluna N: *Fiquei sabendo que muito pouca quantidade de lixo vai para a reciclagem.*
Aluna A: *Eu não sabia quantos lixo* [sic] *eles recolhião* [sic] *e agora eu sei.*

c) Perceberam que a matemática está presente no dia-a-dia deles;
Aluna D: *[...] Eu não imaginava que a matemática era útil para o lixo.*
Aluna M1: *Através das aulas aprendemos as várias importâncias da matemática no nosso dia.*
Aluna K: *Muita coisa que eu não sabia que na matemática eu poderia aprender.*

Quanto aos aspectos motivacionais, a Modelagem Matemática contribuiu para:
a) Deixar as aulas mais interessantes;
Aluno J: *Com a modelagem matemática as aulas ficaram para mim mais interessantes;*
Aluna N: *As aulas ficaram mais interativas;*
Aluna K: *Porque aprendemos mais sobre o lixo que produzimos e que a população produz.* Neste registro, observa-se que a aluna atribui o interesse porque a modelagem aproximou a realidade dela na aula de matemática.
Aluna D: *Porque eu gostei da maneira que ela explicou.* Esta opinião pode ser atribuída ao fato de que a postura problematizadora e questionadora da pesquisadora durante a aplicação, criou uma dinâmica diferente da vivenciada pelos alunos.

No que tange os aspectos matemáticos, a Modelagem Matemática contribuiu para:
a) Relembrar conteúdos vistos em séries anteriores;
Aluna R: *Porcentagem, divisão;*
Aluna A: *Lembramos algumas contas que aprendemos na 7ª série;*
Aluno R: *Porcentagem, produtos notáveis, álgebra;*

Além destes, durante a montagem do modelo, revisaram potenciação.

b) Mostrar novas formas de resolver os problemas;

Aluno R: *Lembrei como se faz porcentagem, descobri cálculos diferentes;*

Aluna D: *Aprendi uma nova forma* [modelo] *utilizando uma coisa para nosso futuro;*

Registra-se aqui também, a forma de resolver da aluna E no cálculo para previsão da população. Ela se mostrou, desde o primeiro encontro, ansiosa em expor seu raciocínio. No segundo encontro, quando teve oportunidade, demonstrou ter tentado achar uma solução. Após, obter os valores reais, rapidamente, calculou a previsão da população utilizando o mesmo raciocínio instituído pela pesquisadora.

c) Atribuir significado aos cálculos matemáticos;

Aluna K: *A questão de quantas toneladas de lixo a população produz;*

Aluna E: *Calcular o lixo da minha cidade;*

Aluna R: *A importância do lixo de quantos produzimos e de quantos gastamos.*

Aluna N: *Como fazer contas sobre a quantidade de lixo em auguns* [sic] *anos...*

d) Compreender os cálculos matemáticos;

Aluna N: *Porque agora ficou muito mais claro a quantidade de lixo que o município de Sombrio produz.*

Observa-se no "*muito mais claro*" que a Modelagem contribuiu na compreensão do problema.

Aluna M1: *Aprendemos mais e lembramos dos cálculos.*

Aluna K: *Através dos cálculos agente* [sic] *sabe muito.*

Aluna N: *Aprendi muitas coisas que tinha dúvida.*

e) Utilizar ferramentas de cálculos;

Os alunos tiveram oportunidade de utilizar a calculadora nos cálculos da previsão da população e do lixo aprendendo a obter potências em calculadoras simples e arredondar os números;

Quanto aos obstáculos na inserção do ambiente, a seguir apontam-se alguns registros em que se evidencia este posicionamento. Como já discutido no capítulo dois, a Modelagem Matemática no ensino pode quebrar o contrato didático estabelecido entre professor e aluno, visto que estabelece um cenário investigativo, onde o aluno deve ser altamente ativo. Esta ação gera desconforto em virtude da cultura estabelecida em que o aluno quer tudo pronto do professor.

Bassanezi (2009) nos diz que a modelagem foge da rotina de ensino tradicional levando os alunos a serem também responsáveis pela realização da aula, como não estão acostumados a este processo, podem se tornarem apáticos nas aulas. Este estado pode ser evidenciado nos registros do aluno R. Para ele, os cálculos o desanimaram referindo-se a montagem do modelo.

Já a professora da turma também apontou um obstáculo, o tempo para vencer o conteúdo programático. De acordo com ela, a Modelagem Matemática é viável "[...] desde que o professor integre os conteúdos com a modelagem de forma bem objetiva, caso contrário, não dá tempo de dar todo o conteúdo." Quanto a isto, Barbosa (2001) sugere três regiões de possibilidades para inserção da Modelagem no currículo como visto na seção 3.1.3. Desta forma, cumprir o conteúdo programático deixa de ser um empecilho, basta o professor se aventurar com a Modelagem.

Por fim, cabe salientar que a Modelagem pode contribuir para que conteúdos novos possam ser abordados intuitivamente para que posteriormente se faça a apresentação conceitual. Na aplicação da Modelagem III, os alunos trabalharam com o conceito de previsão e raciocinaram perfeitamente na construção do modelo. Não houve necessidade neste momento em apresentar a função exponencial. No entanto, dependendo do objetivo o professor poderá realizar esta ação.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, retoma-se a questão central da investigação expondo os resultados obtidos, os desafios encontrados e as contribuições adquiridas.

Assim sendo, parte-se da questão central da pesquisa: analisar quais as contribuições que a Modelagem Matemática em uma perspectiva sócio-crítica pode proporcionar ao processo ensinoaprendizagem de Matemática entre os alunos de uma turma de 1ª série da Escola de Ensino Médio Macário Borba do município de Sombrio, Santa Catarina.

Para atingir tal propósito, um ambiente de aprendizagem foi desenvolvido na turma 2 da 1ª série da Escola Jovem de Sombrio consoante as considerações colocadas na fundamentação teórica.

Após aplicação do ambiente, chegou-se aos seguintes resultados tendo como objetivo responder a questão norteadora:

Em uma dimensão sócio-crítica, a Modelagem Matemática contribuiu para:

a) Despertar nos alunos a consciência pela problemática do lixo;

b) Perceber que a matemática pode interferir na realidade;

c) Oportunizar novos conhecimentos;

c) Perceber que a matemática está presente no dia-a-dia.

Quanto aos aspectos motivacionais, ela contribuiu para:

a) Deixar as aulas mais interessantes;

No que tange os aspectos matemáticos, a Modelagem Matemática contribuiu para:

a) Relembrar conteúdos vistos em séries anteriores;

b) Mostrar novas formas de resolver os problemas;

c) Atribuir significado aos cálculos matemáticos;

d) Compreender os cálculos matemáticos;

e) Utilizar ferramentas de cálculos;

De fato, o ambiente proporcionado pela Modelagem Matemática alterou a dinâmica da turma. Os alunos no primeiro encontro puderam assistir aos vídeos, discutir reportagens da região, trabalhar em grupos. Uma situação muito diferente do ambiente tradicional de matemática.

Ao serem instigados pela pesquisadora, os mesmos formularam questões envolvendo a matemática e a questão do lixo no município contribuindo para que eles percebessem que é um assunto da realidade deles.

Com a apresentação dos dados sobre o lixo, a turma ficou impressionada com a quantia produzida no Sombrio. A maioria não sabia do Aterro Sanitário no município.

Já no segundo encontro, com a montagem do modelo, eles observaram que por meio da matemática, eles conseguiram obter um modelo que fornece a previsão da população e, consequentemente, a produção do lixo no município.

Deste modo, a matemática possibilitou aos alunos novos conhecimentos e argumentos baseados em dados quantitativos da real situação do lixo no município. A par destes dados, a conscientização por parte destes alunos é despertada. Ao revelar os dados matematicamente, as pessoas se sensibilizam com os resultados.

É este poder formatador da matemática que precisa ser questionado na sociedade, uma vez que ele pode tanto favorecer quanto o contrário, como discutido na seção 2.2.

Assim, educar pela matemática utilizando a perspectiva sócio-crítica pode ao mesmo tempo despertar o aluno para os conteúdos matemáticos como também alertar para os problemas sociais, ambientais e econômicos e ainda proporcionar ao aluno uma postura crítica diante dos fatos.

Consoante Barbosa (2003) a Modelagem pode potencializar a intervenção das pessoas nos debates e nas tomadas de decisões sociais que envolvem aplicações da matemática.

Quanto aos desafios encontrados, estes são encarados como experiências enriquecedoras. O principal deles, é que a pesquisadora assim como outros simpatizantes da Modelagem, é iniciante desta prática e isto gera uma apreensão inicial. Entretanto, ficou claro depois da experiência *in loco* que o ambiente de Modelagem pode ser aplicado seguindo o proposto por Barbosa (2001), visto que para ser aplicado no período regular consome um pouco mais de aulas, mas proporciona muito mais aprendizado do que uma lista de exercícios ou problemas fictícios.

Finalmente, neste estudo foram construídos três ambientes de Modelagem, os quais dependendo do contexto, dos professores e dos alunos poderão gerar novas ideias, novos caminhos e novos conteúdos. A experiência realizada com a aplicação de um ambiente fornecerá subsídios aos professores para que reflitam sobre as contribuições proporcionadas e os desafios encontrados. Além disso, as pesquisas da área, igualmente serão beneficiadas, pois este trabalho se juntará aos demais na disseminação das práticas de Modelagem no ensino.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Jussara Loiola de. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**. Florianópolis, UFSC, v.2, n.2, p.55-68, jul. 2009. Disponível em: <http://www.ppgect.ufsc.br/alexandriarevista/numero_2_2009/jussara.pdf> Acesso em: 12 mai. 2010.

ASSOCIAÇÃO DOS ENGENHEIROS DA CETESB (ASEC)**. Compensação de emissões de gases de efeito estufa**. In: ENCONTRO TÉCNICO AMBIENTAL DE INOVAÇÕES DA CETESB NA GESTÃO AMBIENTAL. 8. São Paulo, 2007. Disponível em: < http://www. asec.com.br/v3/docs/Doc _Encontro08 _CompensacaoDeGee.pdf > . Acesso em: 05 nov. 2011.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores**. 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/teses. php > Acesso em: 24 abr. 2010.

______, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, 2001a, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001a. 1 CD-ROM. Disponível em:< http://www.uefs.br/nupemm/anped2001.pdf >. Acesso em: 12 jun. 2010.

______, J. C.. Modelagem Matemática na sala de aula. **Perspectiva,** Erechim, v. 27, n. 98, p. 65-74, jun. 2003. Disponível em:< http://www.uefs.br/nupemm/perspectiva.pdf > Acesso em: 12 jun. 2010.

______, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004. Disponível em: < http://www.uefs.br/nupemm/veritati.pdf> Acesso em: 24 mai. 2010.

BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. Modelagem matemática, perspectivas e discussões. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9, Belo Horizonte. **Anais...** Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2007. 1 CDROM. Disponível em: < http://www.uefs.br/nupemm/cc86136755572.pdf> Acesso em: 12 jun. 2010.

BASSANEZI, C. R. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais**. ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia,** v.2, n.2, p.7-32, jul. 2009. Disponível em: http://www.ppgect.ufsc.br/alexandriarevista/numero_2_2009/mariasalett.pdf> Acesso em: 25 mar. 2010.

BLUM, Werner**. Mathematical modelling in mathematics education and instruction**. In: Teaching and learning mathematics in context. Chichester: Ellis Horwood, 1993, Disponível em: <http://oai.bibliothek.uni-kassel.de/handle/urn:nbn:de:hebis:34-2009051227366> Acesso em: 12 jul. 2010.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros curriculares nacionais:** Ensino Médio. 3. ed.. Brasília: Secretaria, 2004. Disponível em:<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf> Acesso em: 24 jun. 2010.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica**. Orientações Curriculares para o ensino médio.** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. v.2. Brasília: Disponível em:< http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book _volume _02_internet. pdf> Acesso em: 24 jun. 2010.

______. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.** Disponível em: < https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Leis/L9394.htm. > Acesso em: 15 abr. 2011.

BÚRIGO, E. Z. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: estudo da ação e do pensamento de educadores matemáticos nos anos 60. 1989. 285 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre-RS, 1989. Disponível em: < http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/5237> Acesso em: 10 mai. 2010.

D’AMBROSIO, Ubiratan. A Educação Matemática como disciplina. In: IGLIORI, Sônia Barbosa Camargo (Coord.). A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação.** n.27, p.71-74, set/dez. 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a05.pdf>. Acesso em: 12 mai. 2010.

______, Ubiratan. **Educação matemática**: reflexões sobre educação e matemática. 5. ed. São Paulo: Summus, 1986.

______, Ubiratan. **Educação matemática**: da teoria á prática. 2. ed. Campinas: Papirus, 1997.

______, Ubiratan. **Etnomatemática:** elo entre as tradições e a modernidade. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

______, Ubiratan. Prefácio. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática.** 2. ed. ampl.e rev. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 118 p.

DOROW, Kelli Cristina; BIEMBENGUT, Maria Salett. Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no ensino brasileiro: análise das dissertações e teses desenvolvidas no Brasil. **Dynamis: revista tecno-científica.** Blumenau, n.14, vol.1, jan/mar, 2008. p. 54-61. Disponível em: <http://proxy.furb.br/ojs/index. php/dynamis/article/viewArticle/651> Acesso em: 24 jun. 2010.

ESCOLA DE ENSINO MÉDIO MACÁRIO BORBA**. Projeto político pedagógico**. Sombrio, 2006. 80 p.

FERREIRA, Denise Helena Lombardo. **O tratamento de questões ambientais através da Modelagem matemática: um trabalho com alunos de Ensino Médio e Fundamental**. 2003. 269 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003. Disponível em: <http://www.rc.une sp.br/gpimem/teses.php > Acesso em: 02 mai. 2011.

FIORENTINI, Dario; LORENZATO, Sergio. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2007.

FIORENTINI, Dario. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. **Zetetiké.** v. 3, n.4, 1995. p. 1-38. Disponível em: < http://.fe.unicamp.br/zetetike /viewissue. php?id=20#> Acesso em: 24 jun. 2010.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: Saberes necessários a prática educativa. 30. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2004.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 3. ed. São Paulo: Atlas 1991.

HERMINIO, Maria Helena Garcia Barbosa. **O processo de escolha dos temas dos projetos de modelagem matemática**. 2009. 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP, Rio Claro, 2009. Disponível em:< http://www.rc.umesp.br/gpimem/downloads/dissetacoes/herminio_mhgb_me_rcla.pdf >. Acesso em: 12 jun. 2010.

IGLIORI, Sônia Barbosa Camargo. A criação do Grupo de Trabalho de Educação Matemática na ANPEd. In: ______ (coord.) A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação.** n.27, p.71-74, set/dez. 2004. Disponível em: <http//www.scielo.br/ pdf/rbedu/n27/n27a05.pdf>. Acesso em: 12 mai. 2010.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblattfür Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, p. 302-310, jun/ 2006. Disponível em: < http://://www.emis.de/journals/ZDM/zdmcont.html>Acesso em: 12 mai. 2010.

KILPATRICK, Jeremy. Fincando estacas: uma tentativa de demarcar a Educação Matemática como campo profissional e científico. **Zetetiké**. v.4, n.5, p. 99-120, jan./jun. 1996 Campinas: Disponível em: < http://www.fe.unicamp.br/zetetike/viewarticle.php?id=210> Acesso em: 25 mai. 2010.

LIBÂNEO, José Carlos. **Democratização da escola pública**: A pedagogia crítico-social dos conteúdos. 21. ed. São Paulo: Loyola. 2006

LEONEL, Vilson; MOTTA, Alexandre de Medeiros. **Ciência e Pesquisa:** livro didático. 2. ed.rev.atual. Palhoça: Unisulvirtual, 2007.

LOUREIRO, Carlos F.; COSSÍO, Mauricio F. B.. Um olhar sobre a educação ambiental nas escolas: considerações iniciais sobre os resultados do projeto “O que fazem as escolas que dizem que fazem educação ambiental?”In: MELLO, Soraia Silva de. (coord.). **Vamos cuidar do Brasil:** conceitos e práticas em educação ambiental na escola. Brasília: MEC, MMA: UNESCO, 2007. cap. 2. p. 55-57. Disponível em: <http:// portal.mec.gov.br/dmdocuments /p ublicacao3.pdf> Acesso em 11 nov. de 2010.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à historia da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

PIRES, Célia Maria Carolino. Educação Matemática e sua Influência no Processo de Organização e Desenvolvimento Curricular no Brasil. **Bolema**. Rio Claro, ano 21. n.29, p. 13-42, 2008. Disponível em:< http://.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/ viewArticle/1715>Acesso em: 10 mai. 2010.

SANTA CATARINA. Secretaria de Estado da Educação. **Sistema estadual de registro e informação escolar-serienet.** Disponível em:< http://sistemas.sed.sc.gov.br/serieedu/hcadue. aspx?8RaHat 967tcpIxuV7rZA3w==>. Acesso em: 26 abr. 2011.

SANTOS, Marluce Alves dos. Modelagem matemática em uma perspectiva sociocrítica: sobre a produção de discussões reflexivas**. Educação Matemática Pesquisa,** São Paulo, v. 10, n. 2, pp. 347-365, 2008. Disponível em:< http://revistas.pucsp.br/índex.php/emp/article/viewArticle/1018>Acesso em: 12 jul. 2010.

SCHMITT, Ana Luisa Fantini; BIEMBENGUT, Maria Salett. Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no cenário mundial: análise dos trabalhos no 14º grupo de estudo do Comitê Internacional de Educação Matemática – Study Group, 14 – ICMI. **Dynamis revista tecno-científica.** Blumenau: FURB. vol.13, n.1, out-dez/2007, p. 11- 20. Disponível em: < http://proxy.furb.br/ojs/index. php/dynamis/article/viewArticle/366>. Acesso em: 15 mai. 2010.

SCHUBRING, G.. O primeiro movimento internacional de reforma curricular em Matemática e o papel da Alemanha: um estudo de caso na transição e conceitos. **Zetetiké**. Campinas, CEPEM, v. 7, n.11, p. 29-50, jan/jun.1999. Disponível em: <http:// www.fae. unicamp .br /zetetike /search.php?op=authorDetail&id=107>. Acesso em: 02 jun. 2010.

SINGH, Simon. **O último teorema de Fermat**: a história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos. 7. ed. Rio de Janeiro: Record, 2000.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, n. 14, p. 66-91, 2000. Disponível em: <http://www.spce.org.pt/sem/01Ole.pdf> Acesso em: 12 jul. 2010.

SKOVSMOSE, O; BORBA, M. de C.. **A ideologia da certeza em Educação Matemática.** In: Educação Matemática Crítica: uma questão de democracia. Tradução de Jussara de Loyola Araújo. Campinas: Papirus, 2001.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Osvaldo Sangiorgi e o movimento da matemática moderna no Brasil. **Revista Diálogo Educacional.** Curitiba: Champagnat. v. 8, n. 25, p. 583-613, set./dez. 2008.Disponível em: <http://www2.pucpr.br/reol/index.php/DIALOGO?dd1 =2435 &dd99=view> Acesso em: 24 jun. 2010.

ANEXO A – CONTA DE ENERGIA ELÉTRICA

Celesc
Distribuição S.A.

Nota Fiscal/Conta de Energia Eletrica Serie Unica

882087

No. Unidade Consumidora

5061431

Mes/Ano - Fatura

03/2011

FAT-01-2011572739569-34

Dados do Consumidor

ELADIO FERRAZ DA SILVA
R ANDRE ALVES DA SILVA SOBRINHO 1119
88960000 JANUARIA SOMBRIO SC
Loc/Etapa/Liv 1010,07,006738 - Medidor: A00902785 - TENSAO NOMINAL: 220v - v - GRUPO B
Classificacao: 01 - RESIDENCIAL - CONVENCIONAL - MONOFASICO
Cod. Fiscal de Operacao: 5.258

FS [1.5.67.5]

Descricao de Consumo

Medidor	A00902785	Unidade de Medida	kWh
Leit. Atual	6578	Origem da Leitura	LIDA
Leit. Anter	6376	Fator de Potencia	
Consumo Med/Fat	202/202		
Numero de Dias Faturado	30		
Consumo Medio Diario (kWh)	6,73		
Fator de Multiplicacao	1,00		

CPF / CNPJ / Insc. Est.

Historico de Consumo (kWh)

MAR/11	202	AGO/10	290
FEV/11	187	JUL/10	229
JAN/11	241	JUN/10	224
DEZ/10	220	MAI/10	209
NOV/10	231	ABR/10	244
OUT/10	240	MAR/10	228
SET/10	233		

Media 3 ultimos meses (kWh): 210

Datas Importantes

Leit. Anterior	09/02/2011
Leit. Atual	11/03/2011
Emissao/Apresentacao	11/03/2011
Prox. Leitura	11/04/2011

Indicadores de Continuidade

JAN/11	DIC	FIC	DMIC
Meta Mensal	6.27	3.80	3,71
Meta Trim.	12,54	7.60	
Meta Anual	25,08	15.20	
Realizado			

Conj ANEEL SOMBRIO
CM (R$) 23.88

Discriminacao do Faturamento

Itens Faturados	Quantidade na faixa	Tarifa (R$/kWh)	Valor(R$)
Faixa de Consumo			
CONSUMO	150	0.387866	58,18
CONSUMO	52	0.459230	23,88
Total - Preco (1)			82,06
Outras Cobrancas			
COSIP			4,69
Total - Preco (2)			4,69
Total a Pagar (R$)			86,76

Composicao do Preco (Art. 31 Resolucao 166/2005)

ENERGIA	29.35	DISTRIBUICAO	20,02
TRANSMISSAO	5.55	TRIBUTOS	16,42
ENC. SETORIAIS	10.62	SOMA DEMONSTRATIVO	82,06

Mensagens

Para a UC ter beneficio da Tarifa Social de EE, deve atender uma das condicoes: Familia Inscrita no CadUnico, Receber o beneficio de Prest. Continuada da Assistencia Social, Inscrita no CadUnico com portador de doenca que requer uso de aparelho elet. Indigenas ou Quilombolas.

ANEXO B – ENTREVISTA COM POLICIAL AMBIENTAL

Entrevista

1) Qual a sua profissão?
Policial Militar Ambiental.

2) Onde você reside? É próximo ao seu trabalho? Se não, qual a distância em km até o serviço?
a) Sombrio. b) Não. c) 80 km, ida e volta.

3) Qual o meio de transporte que você utiliza para se deslocar até o trabalho?
Desloco-me de automóvel.

4) Que tipo de veículo você possui?
Um FIAT Pálio Fire 1.0.

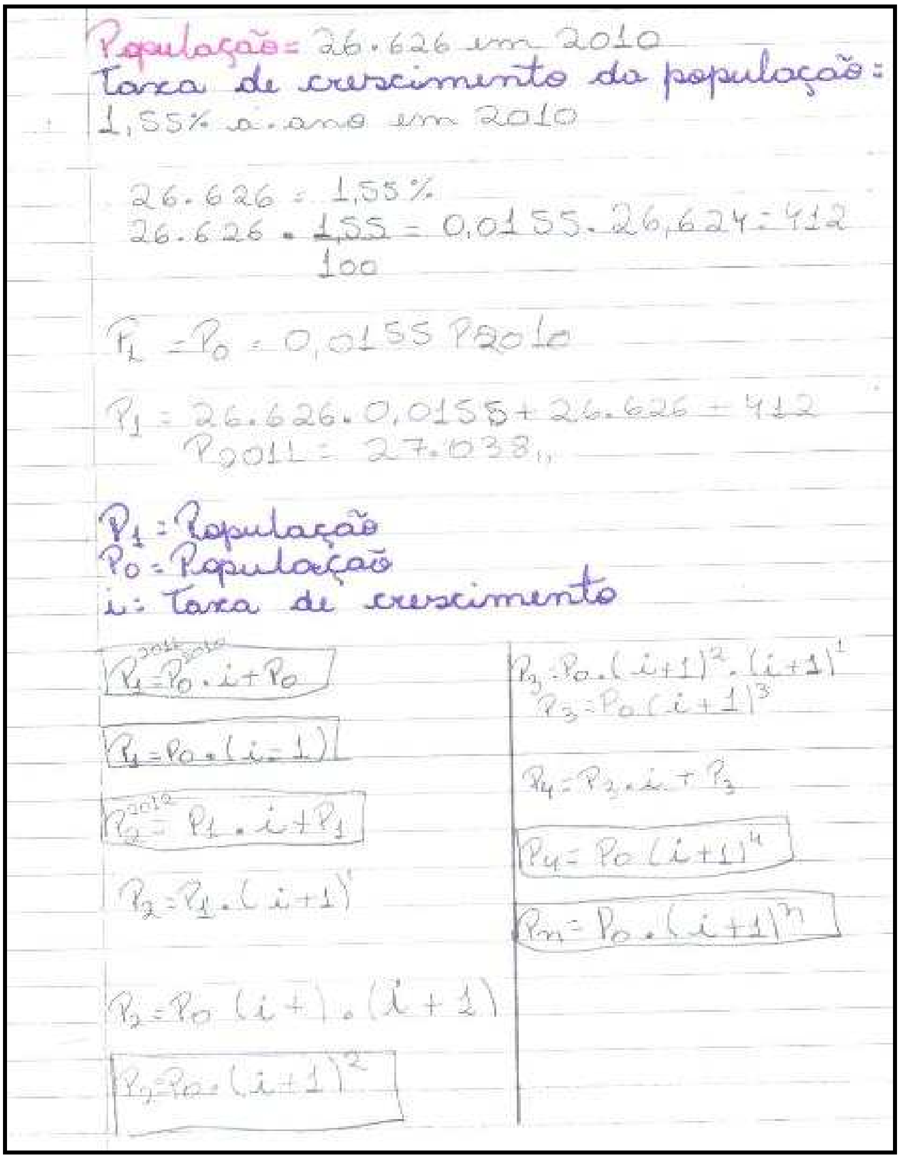
5) Qual combustível você utiliza e qual a média que ele faz com um litro de combustível?
Uso GNV e gasolina, mas utilizo mais o GNV. Com $1m^3$ de GNV, é possível rodar 18 km, 2 km a mais, que com 1l de gasolina.

6) Qual o valor de 1 m^3 de GNV? E de gasolina?
O metro cúbico do GNV custa R$ 1.80 e a gasolina R$ 2,94 por litro.

7) Qual o custo para converter o carro a gasolina para o GNV?
O com dois cilindros de 7,5 polegadas custa R$ 2.500,00 e o de $15m^3$ custa R$ 2.000,00. Só que há uma desvantagem o porta-malas fica inutilizável.

ANEXO C – REGISTROS DOS GRUPOS

Modelo Grupo A



População = 26.626 em 2010
Taxa de crescimento da população:
1,55% a.ano em 2010

26.626 = 1,55%
$26.626 \cdot \frac{1,55}{100} = 0,0155 . 26,624 = 412$

$P_1 - P_0 = 0,0155\, P_{2010}$

$P_1 = 26.626 \cdot 0,0155 + 26.626 + 412$
$P_{2011} = 27.038$,,

P_1: População
P_0: População
i: Taxa de crescimento

$\boxed{P_1^{2011} = P_0^{2010} \cdot i + P_0}$

$\boxed{P_1 = P_0 \cdot (i + 1)}$

$\boxed{P_2^{2012} = P_1 \cdot i + P_1}$

$P_2 = P_1 \cdot (i+1)^1$

$P_2 = P_0\,(i+1) \cdot (i+1)$

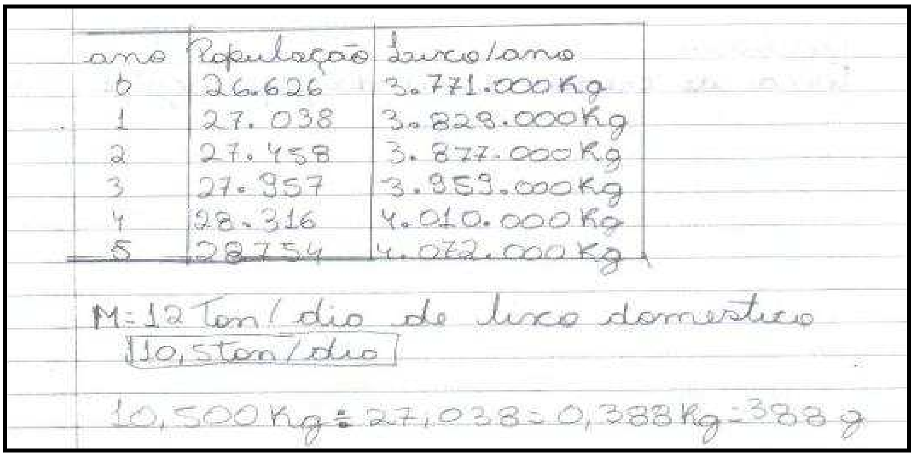
$\boxed{P_2 = P_0 \cdot (i+1)^2}$

$P_3 = P_0 \cdot (i+1)^2 \cdot (i+1)^1$
$P_3 = P_0\,(i+1)^3$

$P_4 = P_3 \cdot i + P_3$

$\boxed{P_4 = P_0\,(i+1)^4}$

$\boxed{P_n = P_0 \cdot (i+1)^n}$



ano	População	Lixo/ano
0	26.626	3.771.000 Kg
1	27.038	3.828.000 Kg
2	27.458	3.877.000 Kg
3	27.857	3.959.000 Kg
4	28.316	4.010.000 Kg
5	28.754	4.072.000 Kg

M = 12 Ton/dia de lixo doméstico
$\boxed{10,5\ ton/dia}$

10.500 Kg ÷ 27.038 = 0,388 Kg = 388 g

Modelo Grupo B

$P = 26.626$ em 2010
Taxa de crescimento da população = 1,55% a.a em 2010

$26.626 \cdot 1,55\%$
$26.626 \cdot \frac{1,55}{100} = 26.626 \cdot 0,0155 = 412$

$P_{2011} = P_{2010} \cdot 0,0155 + P_{2010}$

$P_2 = P_0 \cdot (I+1) \cdot (I+1)$

$P_{2011} = \underbrace{26.626 \cdot 0,0155}_{412} + 26.626$ $\boxed{P_2 = P_0 \cdot (I+1)^2}$

$P_3 = P_2 \cdot I + P_2$
$P_3 = P_2 (I+1)$

$\boxed{P_{2011} = 27.038}$

$P_3 = P_0 \cdot \underbrace{(I+1)^2 \cdot (I+1)}$

P_1 = População de 2011 $\boxed{P_3 = P_0 \cdot (I+1)^3}$
P_0 = População de 2010
I = Taxa de crescimento $\boxed{P_n = P_0 \cdot (x+1)^n}$ – Modelo de previsão

$\boxed{P_1 = P_0 \cdot I + P_0}$

$P_1 = P_0 (I + 1)$

$P_2 = 2012$
$P_2 = P_1 \cdot I + P_1$
$P_2 = P_1 (I + 1)$

	Ano	População	Lixo p/ano
2010	0	26.626	3.771.000 kg
2011	1	27.038	3.829.000 kg
2012	2	27.458	3.877.000 kg
2013	3	27.957	3.959.000 kg
2014	4	28.316	4.010.000 kg
2015	5	28.754	4.072.000 kg
		Total	23.518.000 kg

$P_I = 26.626 (0,0155 + 1)^2$ 1 pessoa produz 141,62 kg em 1 ano
$P_2 = 26.626 \cdot (1,0155)^2$

$P_2 = 26.626 \cdot 1,03$
$P_3 = 26.626 \cdot (1,0155)^3$

$P_3 = 27.957$

M = 12 Tonelada/dia de lixo doméstico
10,5 Tonelada / dia
$10.500 \text{ Kg} \div 27.038 = 0,388 \text{ Kg} = 388 \text{ g}$

1 pessoa produz 141,62 kg em 1 ano

Modelo Grupo C

1- Quantos quilos de lixo os habitantes de Sombrio adquirem em uma semana?

2- Considerando a população atual do nosso município, podemos fazer uma previsão de quantos quilos de lixo domésticos serão produzidos daqui a 20 anos e se este poderá ser acomodado no aterro sanitário municipal de Sombrio.

P= 26.626 em 2010

Taxa de crescimento da população = 1,55% a.a. em 2010

26.626.1,55 %

$26.626 \cdot \frac{1,55}{100} = 26626 \cdot 0,0155 = 412$

$P_{2010} = 26,626$

$P_{2011} = P_{2010} \cdot 0,0155 + P_{2010}$ $\quad P_{2011} = 27.038$

$P_{2012} = 27.458$ $\quad P_{2013} = 27.957$ $\quad P_{2014} = 28.316$ $\quad P_{2015} = 28.754$

$P_{2016} = 29.197$ $\quad P_{2017} = 29.649$ $\quad P_{2018} = 30.108$ $\quad P_{2019} = 30.574$

$P_{2020} = 31.047$ $\quad P_{2021} = 31.528$ $\quad P_{2022} = 32.016$ $\quad P_{2023} = 32.512$

$P_{2024} = 33.015$ $\quad P_{2025} = 33.526$ $\quad P_{2026} = 34.045$ $\quad P_{2027} = 34.572$

$P_{2028} = 35,107$ $\quad P_{2029} = 35,651$ $\quad P_{2030} = 36,203$ $\quad P_{2031} = 36,764$

ano	Populacao	Lixo/ano
2010	26,626	3.771,000kg
2011	27,038	3.829,000kg
2012	27.458	3.877,000kg
2013	27.957	3.[illegible]4,000kg
2014	28.316	4.016,000kg
2015	28.754	4.072,000kg

Total em 2015. 23.518 000 kg

Modelo Grupo D

Grupo D

P = 26.626 em 2010

Taxa de crescimento da população = 1,55 % a.a em 2010

$26.626 \cdot \frac{1,55}{100} = 26.626 \cdot 0,0155 = 412$

P P P

2010 = 2010 . 0,0155 + 2010

2011 = 26.626 . 0,0155 + 26.626

2011 = 27.038

P_1 = População de 2011

P_0 = População de 2010

J = Taxa de crescimento

	Ano	População	Lixo/ano
2010	0	26.626	3.771.000 kg
2011	1	27.038	3.829.000 kg
2012	2	27.458	3.827.000 kg
2013	3	27.957	3.599.000 kg
2014	4	28.316	4.010.000 kg
2015	5	28.754	4.072.000 kg

$$P_1 = P_0 \cdot J + P_0$$
$$P_1 = P_0 (J+1)$$

$$P_2 = P_1 \cdot J + P_1$$
$$P_2 = P_1 (J+1)$$

$$P_2 = P_0 (J+1) \cdot (J+1)$$
$$P_2 = P_0 \cdot (J+1)^2$$

$$P_2 = 26.626 \cdot (0,0155+1)^2$$
$$P_2 = 26.626 \cdot (1,0155)^2$$
$$P_2 = 26.626 \cdot 1,03$$

$$P_3 = P_2 \cdot J + P_2$$
$$P_3 = P_2 \ (J+1)^2 \cdot (J+1)^1$$
$$P_3 = P_0 \cdot (J+1)^3$$

$P_m = P_0 \cdot (J+1)^m$ = modelo de previsão

m = 10,5 Tonelada/dia

10.500 kg ÷ 27038 = 0,388 kg = 388 g

1 pessoa produz 141,62 kg em um ano

Modelo Grupo E

P = 26.626 em 2010

Taxa de crescimento da População = 1,55 % a.a em 2010

26 626 . 1,55 %

$26\,626 \cdot \frac{1{,}55}{100} = 26626 \cdot 0{,}0155 = 412$

$P_{\text{em } 2010} = P \cdot 0{,}0155 + P_{2010}$

$P_{2011} = 26{,}626 \cdot 0{,}0155 + 26.626$

$\boxed{P_{2011} = 27\,038}$

P = População de 2011

P = População de 2010

i = taxa de crescimento

$\boxed{P_1 = P_0 \cdot i + P_0}$

$\boxed{P_1 = P_0 \cdot (i+1)}$

$P_2 = 2012$

$\boxed{P_2 = P_1 \cdot i + P_1}$

$\boxed{P_2 = P_1 (i + 1)}$

$P_2 = P_0 (i+1) \cdot (i+1)$

$\boxed{P_2 = P_0 (i+1)^2}$

$\boxed{P_3 = P_2 \cdot i + P_2}$

$\boxed{P_3 = P_2 (i+1)}$

$\boxed{P_3 = P_0 \cdot (i+1)^3}$

$\boxed{P_3 = P_0 \cdot (i+1)^3}$

$\boxed{P_n = P_0 (i+1)^n}$ = modelo de Previsão

	ano	POPULAÇÃO	Lixo/ano
2010	0	26.626	3.717.000 kg ~~3.729.000~~
2011	1	27.038	3.829.000 kg
2012	2	27.458	3.877.000 kg
2013	3	27.957	3.959.000 KG
2014	4	28.376	4.070.000 kg
2015	5	28.754	4072.000 KG

$P_2 = 26.626 (0{,}0455+1)^2$

$P_2 = 26.626 (1{,}0455)^2$

$P_2 = 26.626 \cdot 1{,}03$

$P_3 = 26.626 (1{,}0455)^3$

$P_3 = 26.626 \cdot 1{,}05$

$P_3 = 27.957$

M = 12 toneladas de lixo

Doméstico $\boxed{10{,}5 \text{ toneladas}}$

10.500 kg ÷ 27.038 = 0,388 KG = 388 g

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INICIAL

Questionário

Caro aluno, este questionário faz parte de projeto de pesquisa: A MODELAGEM MATEMÁTICA EM UMA PERSPECTIVA SÓCIO-CRÍTICA: Contribuições para o Ensino Básico do Município de Sombrio. Para tanto, pedimos que respondam a esse questionário sem a ajuda de colegas ou de outras pessoas. Sua identidade será preservada e não atribuiremos nenhuma nota as suas respostas.

Nome: ______________________________________ Idade: ____ anos Sexo: ( ) M ( ) F
Série: _____ Turma: _______ Período: ( ) manhã ( ) tarde ( ) noite
Em que bairro você reside:____
Profissão do pai: _____________________________ e da mãe: _______________________
Escolaridade do pai:__________________________ e da mãe: _______________________

1. Como você avalia seu desempenho em matemática?
( ) Muito bom ( ) Bom ( ) Regular ( ) Fraco ( ) Muito fraco
2. Você já repetiu de série? ( ) Sim ( ) Não

3. Enumere de 1 a 7 a ordem das disciplinas que mais gosta:
( ) Português ( ) Química ( ) Matemática
( ) Biologia ( ) Geografia ( ) História
Aponte razões que justifique a preferência pela primeira disciplina.
____
____

4. Atualmente, você trabalha? ( ) Sim ( ) Não
Quantas horas você trabalha por dia? __________ horas

5. Para você, a Matemática é uma disciplina:
( ) útil para a sua vida; ( ) que serve para auxiliar no seu dia-a-dia;
( ) que serve para desenvolver o raciocínio; ( ) que serve para ajudar outras disciplinas;
( ) outras, quais? ____
____

6. Como você gostaria que fossem as aulas de matemática:
( ) que utilizasse mais exercícios; ( ) que utilizasse o computador;
( ) que utilizasse jogos e filmes; ( ) que utilizasse problemas do dia-a-dia.
( ) Outros, quais? ____

7. Alguma vez, você utilizou a matemática fora da sala de aula? ( ) Sim ( ) Não
Onde? ____

8. Você tem computador em casa? ( ) Sim ( ) Não

9. Para que você utiliza o computador:
( ) para acessar a internet, quais sites? ____
( ) para fazer tarefas escolares. ( ) para jogar.
( ) Outros usos, quais? ____
( ) Não uso.

10. No seu entender, qual o método utilizado pelos professores de matemática que ajuda os alunos a entender e aprender matemática?
____
____

11. Você costuma trabalhar em grupo nas aulas de matemática? ( ) Sim ( ) Não

12. Você já usou matemática em outras disciplinas? ( ) Sim ( ) Não
Quais? ____
De que forma? ____

13. Você já resolveu algum problema nas aulas de matemática que fosse do seu dia-a-dia? ( ) Sim ( ) Não Qual? ____

14. O que você entende por Meio Ambiente?
____
____

15. O meio ambiente é um tema importante para você? ( ) Sim ( ) Não
Por quê? ____
____

16. Você acha que a matemática pode contribuir na preservação do Meio Ambiente? ( ) Sim ( ) Não Como? ____
____

17. Suas atitudes contribuem para a preservação do Meio Ambiente? Se sim, assinale com um x:
( ) Não escova os dentes com torneira aberta.
( ) Nunca joga lixo no chão.
( ) Sempre desliga os aparelhos quando sai, por exemplo: computador, microondas, TV, etc.
( ) Separa o lixo orgânico do lixo seco.
( ) Outras, quais? ____
____

OBRIGADA POR TER RESPONDIDO O QUESTIONÁRIO!

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO SOBRE AS ATIVIDADES DESENVOLVIDAS

Questionário

Caro aluno, este questionário faz parte de projeto de pesquisa: A MODELAGEM MATEMÁTICA EM UMA PERSPECTIVA SÓCIO-CRÍTICA: Contribuições para o Ensino Básico do Município de Sombrio. Para tanto, pedimos que respondam a esse questionário sem a ajuda de colegas ou de outras pessoas. Sua identidade será preservada e não atribuiremos nenhuma nota as suas respostas.

Nome: ____ Idade: ____ anos

1. As aulas que tivemos com Modelagem Matemática ficaram mais interessantes para você?
( ) Sim ( ) Não ( ) Em parte
Por que assinalou __________? Destaque razões para isso.
____
____
____

2. Com a utilização da Modelagem Matemática em nossas aulas, você lembra os conteúdos que foram estudados?
( ) Sim ( ) Não ( ) Em parte
Se assinalar "Sim" ou "Em parte", cite-os.
____
____
____

3. Cite as vantagens e desvantagens das aulas que tivemos com Modelagem Matemática?
____
____
____
____
____

4. Para você, como devem ser estudados em aula os conteúdos de matemática?
____
____
____

5. Com a Modelagem Matemática, o que você aprendeu?
____
____
____

6. Com a Modelagem Matemática você teve oportunidade de conhecer melhor a coleta do lixo no seu município?
Por quê? ____
____
____

7. Você achou interessante trabalhar com a questão do lixo nas aulas de Matemática? Por quê?

____

____

____

8. Você acha importante discutir assuntos não-matemáticos nas aulas de matemática? Justifique a resposta.

____

____

____

10. Qual foi sua maior dificuldade durante a aplicação da Modelagem Matemática? Por quê?

____

____

____

11. Após a atividade, você acredita que a Matemática pode contribuir com a preservação do Meio Ambiente? Por quê?

____

____

____

OBRIGADA POR TER RESPONDIDO O QUESTIONÁRIO!

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO AO PROFESSOR DA TURMA

Questionário

Caro PROFESSOR, este questionário faz parte de projeto de pesquisa: **A MODELAGEM MATEMÁTICA EM UMA PERSPECTIVA SÓCIO-CRÍTICA: Contribuições para o Ensino Básico do Município de Sombrio.** Para tanto, sua colaboração é fundamental para o êxito deste trabalho.
Obs.: Os dados serão analisados de forma global e sigilosa impossibilitando a identificação vossa.

Nome: ____Ano do nascimento: _______
Escola: ____Sexo: (   ) F (   ) M

1. Qual a sua formação?
Graduação: Qual (is)? ____
Especialização: Qual (is)?
____
Pós-graduação: Qual (is)? ____
2. Há quanto tempo você trabalha? ___________ 3. Em média, qual a sua carga horária semanal? ____________
4. Dê três razões pelas quais você optou em lecionar matemática? Ordene por razão de importância: da mais a menos importante. ____
____
____

5. Você participa frequentemente de cursos de aperfeiçoamento? (   ) Sim   ( ) Não
Se sim, utiliza os conhecimentos adquiridos em suas aulas? (   ) Sim (   ) Em parte (   ) Não
Caso tenha respondido “Em parte ou Não” que motivos o levaram a isso:
(   ) cumprimento do currículo;   (   ) Falta de tempo para preparar as atividades;
(   ) falta de apoio institucional;   (   ) Outros. Quais?________________________________
____
6. Para você, a matemática é uma disciplina:
(   ) muito fácil (   ) fácil   (   ) difícil   ( ) muito difícil
Justifique:____
____
7. Qual o papel do professor de matemática nas aulas:
(   ) Transmissor de conhecimento;
(   ) Orientador no processo ensinoaprendizagem;
(   ) Mediador de conhecimento;

8. Como são suas aulas de matemática:
(   ) expositivas;   (   ) Utiliza algum *software* matemático;
(   ) resoluções de exercícios;   (   ) Trabalha com problemas do dia-a-dia reais.
(   ) Trabalhos em grupo;   (   ) Outros. Quais? __________________________________

9. Você frequentemente utiliza os conhecimentos de matemática extraclasse? Em quais situações?____
____

10. Qual a principal necessidade matemática de seus alunos?
( ) falta de conceitos matemáticos;
( ) falta de raciocínio lógico e crítico.
( ) Outra. Qual? ____
11. Você conhece a Modelagem Matemática no ensino? ( ) Sim ( ) Não
Se sim, o que é modelagem matemática para você? _____________________________
____
____

12. De que forma você entrou em contato com a Modelagem:
( ) livros, artigos e revistas; ( ) em cursos de capacitação, seminários, congressos;
( ) por meio de conversas com outros professores; ( ) Sites oficiais de modelagem.
( ) Não tenho contato.

13. Você acha válido discutir assuntos não-matemáticos nas aulas de matemática?
( ) Sim ( ) Não. Justifique: ____
____

14. Para você o aluno de matemática do Ensino Médio:
( ) Deve saber bem os conceitos matemáticos;
( ) Deve relacionar a matemática com outras disciplinas;
( ) Dever ser crítico e capaz de raciocinar;

15. O meio ambiente é um tema importante para você? ( ) Sim ( ) Não
Por quê? ____
____

16. Você acha que a matemática pode contribuir na preservação do Meio Ambiente? ( ) Sim ( ) Não Como? ____
____
____

17. Você acha viável utilizar a Modelagem Matemática em suas aulas? Se sim. Por quê? Se não. O que a impede?
____
____
____

18. Você acha que a Modelagem Matemática associada à temática Ambiental contribui para as aulas de matemática? Justifique.
____
____
____

OBRIGADA POR TER RESPONDIDO O QUESTIONÁRIO!

APÊNDICE D – AUTORIZAÇÕES

UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Sombrio, 02 abril de 2011.

AUTORIZAÇÃO

Eu, Millena Simone da Rosa Sérgio, diretor (a) da Escola de Ensino Médio Macário Borba do município de Sombrio, autorizo a professora Juliana Pires da Silva aplicar o seu projeto de pesquisa: **A MODELAGEM MATEMÁTICA EM UMA PERSPECTIVA SÓCIO-CRÍTICA: Contribuições para o Ensino Básico do município de Sombrio** com os alunos da 1ª serie , turma 2, turno vespertino, bem como autorizo que ela possa trabalhar com os alunos nos laboratórios da instituição e utilizar os recursos tecnológicos disponíveis.

____
Profa. Millena Simone da Rosa Sérgio
Diretora da EEM Macário Borba

UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Sombrio, 02 abril de 2011.

AUTORIZAÇÃO

Eu, Janaína Hahn Fermiano, professora de matemática da Escola de Ensino Médio Macário Borba do município de Sombrio, autorizo a professora Juliana Pires da Silva, aplicar o seu projeto de pesquisa: **A MODELAGEM MATEMÁTICA EM UMA PERSPECTIVA SÓCIO-CRÍTICA: Contribuições para o Ensino Básico do município de Sombrio** com os alunos da 1ª serie , turma 2, turno vespertino, bem como, autorizo que ela possa utilizar de meus registros e falas durante a aplicação do projeto em seu trabalho de especialização em Educação Matemática.

____
Profa. Janaína Hahn Fermiano
Professora de Matemática da 1ª série 2, turno vespertino
EEM Macário Borba

Sombrio, 15 de abril de 2011.

Prezados (as) Senhores (as)

As autorizações abaixo têm por objetivo, deixar cientes os alunos envolvidos que as imagens e os registros escritos e falas serão objeto de análise da pesquisa e divulgação na íntegra pelo autor.

____

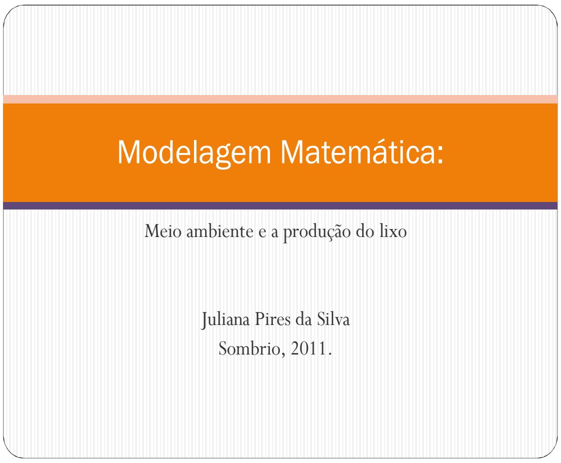
Juliana Pires da Silva

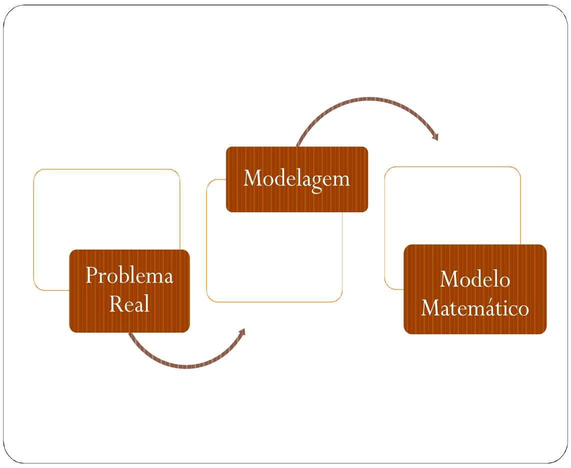
AUTORIZAÇÃO

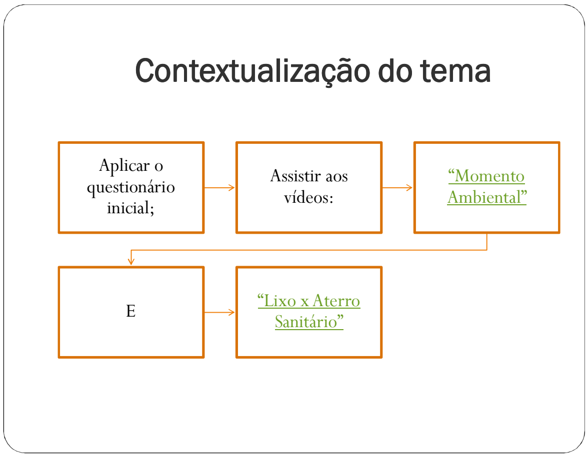
Eu,____autorizo, que meu filho(a)____, aluno(a) da Escola de Ensino Médio Macário Borba do município de Sombrio, participe do projeto de pesquisa: **A MODELAGEM MATEMÁTICA EM UMA PERSPECTIVA SÓCIO-CRÍTICA: Contribuições para o Ensino Básico do município de Sombrio** aplicado pela professora Juliana Pires da Silva na E. E. M. Macário Borba em Sombrio, no período de aula com o intuito de colaborar com o seu trabalho de especialização em Educação Matemática. Autorizo também a divulgação de imagens, falas e registros escritos pela professora Juliana Pires da Silva durante a aplicação do projeto de pesquisa.

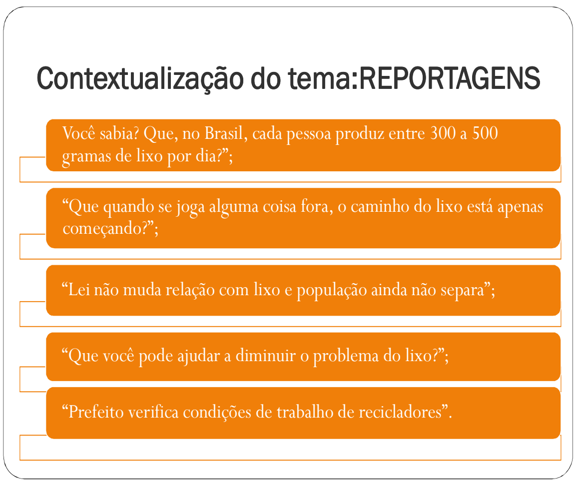
Assinatura do pai ou mãe: _______________________________

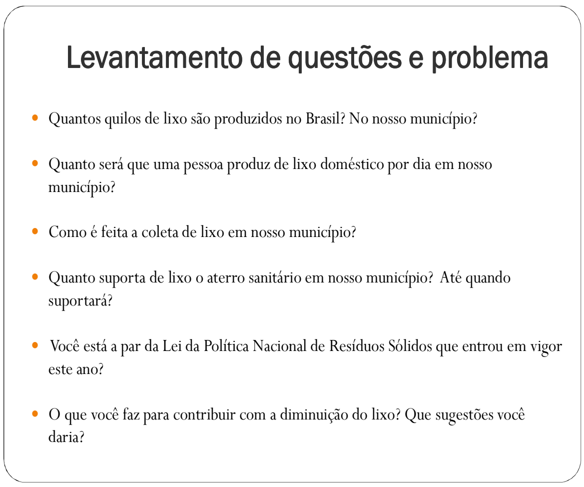
APÊNDICE E – MATERIAL DA PRIMEIRA AULA











Levantamento de questões e problema

- Solicitar 3 questões formuladas pelo grupo:

Levantamento de questões e problema

"Considerando a população atual do nosso município, podemos fazer uma previsão de quantos quilos de lixo doméstico serão produzidos daqui a 20 anos e se este poderá ser acomodado no aterro sanitário municipal de Sombrio?"

E agora?

Resolução do problema

- Dados pesquisados:
- População sombriense em 2010: urbana – 19.650 e rural – 6.976 = total 26.626 habitantes (Fonte: IBGE2010)
- Taxa geométrica de crescimento em Santa Catarina referente a 2010: 1.55% a.a. (Fonte: IBGE2010)
- Aterro sanitário sombriense feito para durar até 2023. (Fonte: Prefeitura de Sombrio, servidor Aldoir Minatto-(48)3533-0333)
- Produzidos em média 12 ton/dia de lixo doméstico em 2010. (Fonte: Prefeitura de Sombrio, servidor Aldoir Minatto-(48)3533-0333)

Modelo Matemático

Chegamos ao seguinte modelo: