



UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA
BAZILICIO MANOEL DE ANDRADE FILHO

PROCESSOS DE CONVERSÃO DE REGISTROS
EM LÍNGUA NATURAL PARA LINGUAGEM MATEMÁTICA:
ANÁLISE COM BASE NA TEORIA DA RELEVÂNCIA

Tubarão
2013

BAZILICIO MANOEL DE ANDRADE FILHO

**PROCESSOS DE CONVERSÃO DE REGISTROS
EM LÍNGUA NATURAL PARA LINGUAGEM MATEMÁTICA:
ANÁLISE COM BASE NA TEORIA DA RELEVÂNCIA**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Ciências da Linguagem da Universidade do Sul de Santa Catarina como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências da Linguagem.

Orientador: Prof. Dr. Fábio José Rauen.

Tubarão

2013

Andrade Filho, Bazilicio Manoel de, 1986-
A56 Processos de conversão de registros em língua natural para
linguagem matemática : análise com base na teoria da relevância /
Bazilicio Manoel de Andrade Filho ; orientador: Fábio José
Rauen. -- 2013.
119 f. : il. color. ; 30 cm

Dissertação (mestrado)—Universidade do Sul de Santa Catarina,
Tubarão, 2013
Inclui bibliografias

1. Análise do discurso. 2. Semiótica. 3. Matemática. 4.
Relevância. I. Rauen, Fábio José. II. Universidade do Sul de Santa
Catarina - Mestrado em Ciências da Linguagem. III. Título.

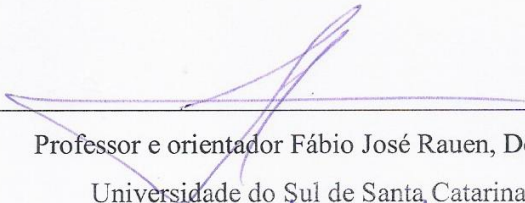
CDD (21. ed.) 401.41

BAZILICIO MANOEL DE ANDRADE FILHO

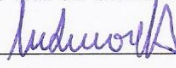
**PROCESSOS DE CONVERSÃO DE REGISTROS
EM LÍNGUA NATURAL PARA LINGUAGEM MATEMÁTICA:
ANÁLISE COM BASE NA TEORIA DA RELEVÂNCIA**

Esta dissertação foi julgada adequada à obtenção do título de Mestre em Ciências da Linguagem e aprovada em sua forma final pelo Curso de Mestrado em Ciências da Linguagem da Universidade do Sul de Santa Catarina.

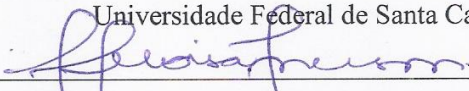
Tubarão, 4 de julho de 2013.



Professor e orientador Fábio José Rauen, Doutor
Universidade do Sul de Santa Catarina



Professor Méricles Thadeu Moretti, Doutor
Universidade Federal de Santa Catarina



Professora Heloisa Juncklaus Preis Moraes, Doutora
Universidade do Sul de Santa Catarina

A Deus, meu amigo de todas as horas.
A minha esposa, que compreendeu meus
inúmeros momentos de ausência.

AGRADECIMENTOS

A Deus, que em todos os momentos tem direcionado meus passos e me dado condições para alcançar meus objetivos.

À minha esposa, amigos e familiares, pelo apoio e incentivo durante cada etapa desse trabalho.

A meu orientador, professor Dr. Fábio José Rauen, que acompanhou cada passo da construção desse trabalho, dividindo suas experiências e conhecimentos.

A banca avaliadora desta dissertação.

Aos professores Maria Marta Furlanetto e Mauricio Maliska, pelas considerações realizadas na qualificação do projeto desse trabalho.

Aos professores e funcionários do Programa de Pós-graduação em Ciências da linguagem.

À Marleide Coan Cardoso, amiga, ex-professora e colega de estudos, pelos momentos de conversas e estudo, pelas trocas de experiências.

À Secretaria do Estado de Educação do estado de Santa Catarina, por meio do FUMDES, pelo apoio financeiro.

“A questão primordial não é o que sabemos, mas como o sabemos” (Aristóteles).

RESUMO

Neste trabalho, analisamos processos de conversão de registros em Língua Natural para Linguagem Matemática na resolução de problemas matemáticos, argumentando que relações de relevância subjazem esse processo. Para dar conta dessa demanda, apresentamos os fundamentos da teoria dos registros de representações semióticas (DUVAL, 2009), expomos o aparato teórico da Teoria da Relevância (SPERBER; WILSON, 1986, 1995) e ilustramos o potencial descritivo e explanatório da Teoria da Relevância na análise da resolução de um problema sobre área de trapézio e volume de prisma de uma barra de ouro. Os achados apontam que a proposição do problema em língua natural e a representação geométrica deitada da barra levam a mapear a sequência lexical ‘altura da barra’ corretamente como altura do trapézio e incorretamente como altura do prisma. Esse resultado sugere que os estudantes estão mobilizando o conceito ALTURA antes como aquilo que é vertical do que um segmento de reta que é perpendicular às bases e é compreendido entre elas (altura do trapézio) ou a distância que forma um ângulo de 90° entre as duas bases de um prisma (altura do prisma).

Palavras-chave: Registros de representação semiótica. Conversão. Tratamento. Relevância. Teoria da Relevância.

ABSTRACT

This study analyzes the conversion from Natural to Mathematical Language in Mathematical problems solving, arguing that relevancy relations underlie these processes. In order to achieve such a goal, Duval's (2009) Registers of Semiotic Representations, and Sperber and Wilson's (1986, 1995) Relevance Theory are presented; and the descriptive and explanatory potential of relevance-theoretic approach is illustrated in solving a problem about the area of the trapezium and the volume of the prism of a gold bar. Findings indicate that the problem's proposition in natural language and the horizontal geometrical representation of the bar lead the students to correctly understand the lexical sequence "bar's height" as the height of a trapezium, and incorrectly understand it as the height of a prism. This result suggests that students are generalizing the HEIGHT concept as something that is vertical rather than something that is a line segment that is perpendicular to the bases and restrained by them (height of a trapezium), or a distance that forms a right angle between the two bases of a prism (height of a prism).

Keywords: Registers of Semiotic Representations. Conversion. Treatment. Relevance Theory. Relevance.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--|-----|
| Figura 1 – Domínio de ensino e domínio da matemática | 9 |
| Figura 2 – Representação tabular e algébrica | 18 |
| Figura 3 – Conversão do objeto função do registro de representação algébrico para o registro de representação gráfica | 23 |
| Figura 4 – Conversão de uma função no registro de representação algébrico (registro de partida) para o registro de representação gráfica (registro de chegada) | 28 |
| Figura 5 – Conversão de uma função no registro de representação gráfica (registro de partida) para o registro de representação algébrico (registro de chegada) | 29 |
| Figura 6 – Procedimento para conversão de uma função no registro de representação algébrico (registro de partida) para o registro de representação gráfica (registro de chegada) | 29 |
| Figura 7 – Procedimento para conversão de uma função no registro de representação gráfico (registro de partida) para o registro de representação algébrico (registro de chegada) | 30 |
| Figura 8 – Conversão de uma função no registro de representação tabular para o registro de representação gráfico e vice-versa | 31 |
| Figura 9 – Registro de representação tabular, algébrico e gráfico da função | 37 |
| Figura 10 – Relação entre a forma proposicional de um enunciado e o pensamento representado por esse enunciado | 81 |
| Figura 11 – Representação da barra de Ouro. | 99 |
| Figura 12 - Modificação na posição da barra de ouro (prisma) | 100 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|---|----|
| Quadro 1 – Tipos e funções de representações..... | 17 |
| Quadro 2 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento, fazer ou atividade matemática. | 19 |
| Quadro 3 – Exemplo de representações discursivas, algébrica e tabular, e de representação não discursiva gráfica de um tratamento algoritmizável monofuncional..... | 19 |
| Quadro 4 – Exemplo de tratamentos não algoritmizáveis multifuncionais..... | 20 |
| Quadro 5 – Exemplo de conversão congruente | 27 |
| Quadro 6 – Exemplo de conversão não congruente. | 27 |

SUMÁRIO

| | | |
|----------|--|------------|
| 1 | INTRODUÇÃO..... | 6 |
| 2 | REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA EM MATEMÁTICA | 13 |
| 2.1 | REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E APRENDIZAGEM | 13 |
| 2.2 | ATIVIDADES DE REPRESENTAÇÃO LIGADAS À <i>SEMIÓISIS</i> | 21 |
| 2.3 | O FENÔMENO DA NÃO CONGRUÊNCIA | 25 |
| 2.4 | O FENÔMENO DA HETEROGENEIDADE..... | 28 |
| 2.5 | COORDENAÇÃO ENTRE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO | 31 |
| 3 | TEORIA DA RELEVÂNCIA | 33 |
| 3.1 | COMUNICAÇÃO | 33 |
| 3.1.1 | Contexto | 40 |
| 3.1.2 | A noção de intenção..... | 42 |
| 3.1.3 | Ambientes cognitivos e manifestação mútua | 43 |
| 3.1.4 | A intenção informativa e a intenção comunicativa | 45 |
| 3.2 | INFERÊNCIA..... | 47 |
| 3.2.1 | Interpretação de um enunciado: o mecanismo dedutivo..... | 51 |
| 3.2.2 | Implicação e efeitos contextuais | 62 |
| 3.2.3 | Níveis representacionais | 64 |
| 3.3 | RELEVÂNCIA | 67 |
| 3.4 | ASPECTOS DA COMUNICAÇÃO VERBAL..... | 76 |
| 3.4.1 | Comunicação inferencial | 76 |
| 3.4.2 | Os efeitos pressupicionais..... | 78 |
| 3.4.3 | As dimensões descritivas e interpretativas na utilização da linguagem..... | 80 |
| 3.4.4 | Mapeamentos lexicais | 84 |
| 4 | ANÁLISE DOS DADOS | 87 |
| 4.1 | PROCEDIMENTOS E MÉTODO | 87 |
| 4.2 | A RESOLUÇÃO DOS ESTUDANTES | 88 |
| 4.3 | DISCUSSÃO SOBRE A RESOLUÇÃO DOS ESTUDANTES..... | 95 |
| 5 | CONCLUSÃO..... | 103 |
| | REFERÊNCIAS | 106 |
| | ANEXOS | 108 |
| | ANEXO A – ESTUDO DO VOLUME DO PRISMA..... | 109 |

1 INTRODUÇÃO

Os objetos matemáticos, como os números e as funções, não são diretamente acessíveis à percepção, necessitando para sua análise, síntese e compreensão o uso de diferentes representações. Nesse contexto, é a utilização dessas diferentes representações que permite ao indivíduo a construção do significado dos diferentes objetos matemáticos, ou seja, a linguagem não tem apenas função comunicativa em Matemática, ela serve como recurso para o processamento e o armazenamento das informações, como também sugerem Sperber e Wilson (2001 [1986], 1995) para a Língua Natural.

A compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro. Isso porque não se deve jamais confundir um objeto e sua representação. Ora, na matemática, diferentemente de outros domínios de conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente (microscópio, telescópio, aparelhos de medida, etc.). O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas. (DUVAL, 2008, p. 21).

A Semiótica é uma ciência que tem por objeto de investigação a utilização da linguagem por meio dos diferentes signos, denominados por Duval de registros de representações semiótica. Para Peirce (2010), qualquer coisa que represente algo (objeto) para alguém, evocando uma ideia, o seu interpretante, é um signo, ou representâmen.

Um signo é tudo aquilo que está relacionado com uma Segunda coisa, seu Objeto, com respeito a uma Qualidade, de modo a trazer uma Terceira coisa, seu Interpretante, para uma relação com o mesmo Objeto, e de modo tal a trazer uma Quarta coisa para uma relação com aquele Objeto da mesma forma, ad infinitum. (PEIRCE, 2010, p. 28).

Em matemática, o uso de um signo torna-se imprescindível já que seus objetos são acessados por meio deles. Além disso, é por meio deles que ocorre a comunicação entre estudantes e professores no caso do processo ensino e aprendizagem.

Torna-se necessário esclarecer que um signo não é um objeto, ele apenas o representa. Um signo refere-se a este objeto e lhe proporciona familiaridade e reconhecimento. Da mesma forma, os diferentes registros de representações semióticas não são objetos matemáticos, mas signos que os representam.

Peirce distingue os objetos em dinâmicos e imediatos, como forma de relacionar o objeto com suas diferentes representações. No contexto da matemática, os objetos imediatos são os diferentes registros de representação semiótica, já os objetos dinâmicos são os

conceitos, acessíveis apenas por meio dos objetos imediatos. Assim, os registros de representação gráfica, tabular ou algébrica são objetos imediatos, que permitem acessar um determinado conceito.

Considerando que a apreensão do conhecimento matemático está relacionada com as representações semióticas, Duval (2009, p. 15) denomina a apreensão ou a produção de uma representação semiótica de *semiósis*. O termo *noésis* se refere aos atos cognitivos como “a apreensão conceitual de um objeto, a discriminação de uma diferença ou a compreensão de uma inferência [...]”. Deste modo, os objetos imediatos estão relacionados à *semiósis* e os objetos dinâmicos à *noésis*.¹

Ponderando ainda que os objetos matemáticos nunca são acessados em sua totalidade, a compreensão em matemática se dá quando ocorre a intersecção da *semiósis* e da *noésis*. Essa compreensão ocorre a partir da língua natural na sua relação com os diferentes registros matemáticos, ou seja, ocorre a compreensão ou conceituação quando o estudante consegue relacionar parte da *semiósis* com uma parte da *noésis*.

Diante dessas questões, a noção de representação no ensino da matemática torna-se fundamental, já que é impossível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento matemático sem acessá-la.

A matemática trabalha com objetos abstratos. Ou seja, os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção, necessitando, para sua apreensão, o uso de uma representação. Nesse caso, as representações através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos é bastante significativa, pois permite a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento, permitindo registros de representação diferentes de um mesmo objeto matemático. (DAMM, 2008, p. 169-170).

Damm (2008, p. 177) complementa:

Para que ocorra a apreensão de um objeto matemático, é necessário que a *noésis* (conceitualização) ocorra através de significativas *semiósis* (representações). A apreensão conceitual dos objetos matemáticos somente será possível com a coordenação, pelo sujeito que aprende, de vários registros de representação, ou seja, quanto maior for a mobilidade com registros de representações diferentes do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão deste objeto.

¹ Por *noésis* entende-se o processo consciente do trabalho cerebral. Por *semiósis*, entende-se “a significação em função do contexto”, ou seja, a compreensão de um signo. “[...] por semiose eu quero dizer, ao contrário, uma ação, ou uma influência, a qual é, ou envolve, uma cooperação entre três sujeitos, tal como um signo, seu objeto, e seu interpretante, essa influência trirrelativa não é de qualquer forma reduzível em ações entre pares. *Semeiosis*, no período grego ou romano, à época de Cícero já, se bem que me recordo, significava a ação de praticamente qualquer espécie de signos; e a minha definição confere a tudo o que assim se comportar a denominação de ‘signo’” (PEIRCE apud SILVA, 2009, p. 15).

Na perspectiva de Duval (2009), a *semiósis* implica três atividades cognitivas de representação: a formação de representações num registro semiótico, o tratamento e as conversões. Para o autor (p. 53), “essa formação implica sempre uma seleção no conjunto de caracteres e determinações que ‘queremos’ representar”, seja para “expressar” uma representação mental, seja para “evocar” um objeto real. A atividade de tratamento consiste na transformação de uma representação dentro do mesmo registro, já a atividade de conversão ocorre quando a transformação produz uma representação em outro registro.

Um tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, aquele onde as regras de funcionamento são utilizadas; um tratamento mobiliza então apenas um registro de representação. A conversão é, ao contrário, uma transformação que faz passar de um registro a um outro. Ela requer então a coordenação dos registros no sujeito que a efetua. (2009, p. 39).

Duval argumenta que a compreensão em matemática está relacionada ao processo de conversão de registros de representação.

Do ponto de vista matemático, a conversão intervém somente para escolher o registro no qual os tratamentos a serem efetuados são mais econômicos, mais potentes, ou para obter um segundo registro que serve de suporte ou de guia aos tratamentos que se efetuam em um outro registro. [...] Mas, do ponto de vista cognitivo, é a atividade de conversão que, ao contrário, aparece como a atividade que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão. (2009, p. 16).

Assim, os diferentes registros de representações semióticas que compõem a linguagem matemática buscam não somente permitir a comunicação, mas também tornar acessível e perceptível os objetos matemáticos, sendo sua compreensão imprescindível ao estudante. Esta linguagem e os seus diferentes registros, conseqüentemente, quando vista sob o prisma de um matemático, apresentam-se de forma precisa e rigorosa. Contudo, no processo de ensino e aprendizagem desta ciência, a sua compreensão se dá por meio da língua natural, que pode se apresentar de forma ambígua ou polissêmica.

Concordando com Rauen e Cardoso (apud CARDOSO, 2011, p. 21), os diferentes registros de representação semiótica podem ser estruturados em dois grupos no contexto do ensino da matemática: o primeiro considerado no domínio do processo de ensino e aprendizagem (GRUPO A), e o segundo no domínio da matemática (GRUPO B).

O grupo A relaciona-se à conversão do registro de representação em língua natural (RLN) para os registros específicos da matemática – registro de representação algébrica (RRA), tabular (RRT), gráfico (RRG), entre outros. O grupo B engloba a conversão entre dois registros específicos da matemática.

Figura 1 – Domínio de ensino e domínio da matemática

$$\overbrace{[RLN_1 \leftrightarrow (RRA_2 + RRT_3 + RRG_4 + \dots + RR_n)]}^{\text{Domínio do ensino}} \\ \text{domínio da matemática}$$

Fonte: Rauen e Cardoso apud Cardoso, 2011, p. 21.

O primeiro grupo enfrenta os problemas inerentes à língua natural, como a ambiguidade e a polissemia, além da não trivialidade que sua lógica apresenta. Já o segundo apresenta apenas dificuldades estruturais inerentes a cada registro.

Ao analisarmos o processo de Transposição Didática² dos objetos matemáticos, perceberemos que este ocorre por meio da língua natural, seja na fala do professor ao explicar um conteúdo, seja na fala do estudante ao questionar algum ponto da explicação, seja na abordagem utilizada pelo livro didático ou ainda na resolução de um problema.

Se pensarmos na resolução de problemas, constataremos que ela sempre esteve presente na atividade matemática. Buscava-se na Matemática um modelo ou objeto matemático que possibilitasse a solução de um fato da realidade. Porém, o que se tem observado atualmente no processo de ensino tradicional da matemática é um caminho oposto a esse, ou seja, apresenta-se um objeto matemático e, em seguida, algumas possíveis situações em que se possa utilizá-lo.

Concordando com Duval (2009, p. 16), o que se pode constatar é que o progresso do conhecimento matemático é dependente da criação e do desenvolvimento de sistemas semióticos (modelos) novos e específicos que coexistam, pelo menos parcialmente, com o primeiro deles, a língua natural.

² Segundo Chevallard, Bosch e Gascón (2001), um conteúdo matemático, para ser estudado em uma instituição escolar, precisa passar por um processo de transformação, tornando-o acessível ao estudante. Tal transformação se torna necessária tendo em vista que os problemas que deram origem a este conhecimento são inadequados para a reconstrução eficiente no contexto escolar, sendo a transposição didática o resultado das transformações que sofre um objeto matemático quando se busca torná-lo um conteúdo a ser ensinado. Assim, “um conteúdo do conhecimento, tendo sido designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a tomar lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que, de um objeto de saber a ensinar faz um objeto de ensino, é chamado de transposição didática” (CHEVALLARD, 1991 apud PAIS, 2005, p. 19).

Desta forma, a matemática, diferentemente de outras áreas do conhecimento, recorre à mobilização de diferentes registros de representações para representar seus objetos, tais como as representações gráficas, algébricas, tabulares ou geométricas. Para um matemático, a utilização desses diferentes registros de representações semióticas é considerada um meio para a comunicação. Porém, no processo de ensino e aprendizagem da matemática, sua utilização permite não somente a comunicação, mas também o desenvolvimento da atividade matemática, visando à conceituação.

Conforme Cardoso e Andrade Filho (apud ANDRADE FILHO, 2011, p. 13-14), o objetivo do ensino e aprendizagem da matemática é proporcionar a conceituação/compreensão dos diferentes objetos matemáticos. Para alcançar este objetivo, é necessário que o professor proponha atividades que permitam ao estudante o desenvolvimento de habilidades de análise matemática e de raciocínio lógico. A utilização dos diferentes registros de representação semiótica, mediada ou não pelas tendências em educação matemática, é fundamental ao processo.

A primeira situação, aquela que considera a importância das tendências, permite o desenvolvimento da atividade matemática, como a resolução de problemas/modelação matemática, compreensão de textos e raciocínio. Já a segunda, aquela que desconsidera a importância dessas tendências, o ensino prioriza a matemática pela matemática, sem relacioná-la ao contexto em que o estudante está inserido, retornando à ideia do movimento matemática moderna.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática (BRASIL, 1998) indicam que o processo de ensino e aprendizagem da matemática deve mobilizar a resolução de problemas, tendo em vista que essa prática possibilita ao estudante o desenvolvimento de uma sequência de ações ou procedimentos para encontrar uma solução. Portanto, a resolução de problemas capacita-o a aprender conceitos, atitudes e procedimentos matemáticos por meio da construção e compreensão de conceitos.

Todas essas questões, até agora, conduzem a argumentar que um ensino realmente significativo da matemática deve mobilizar diferentes registros de representação em ambientes de aprendizagem que incluem desafios de modelação. Estando isso correto, questões sobre as propriedades sintáticas, semânticas e pragmáticas de cada registro e sobre o próprio processamento cognitivo, pensado em termos de custos e benefícios, notadamente quando se está diante de demandas de conversão, são importantes.

Uma teoria que lida justamente com processos cognitivos de processamento da linguagem é a Teoria da Relevância de Sperber e Wilson (2001 [1986], 1995). Segundo essa Teoria, pensando-se a Língua Natural como objeto originariamente, os processos comunicacionais extrapolam a mera codificação e a decodificação de mensagens. Um enunciado qualquer, tomado como um estímulo ostensivo, funciona como pista para processos inferenciais complexos por meio dos quais o ouvinte procura mapear a intenção do falante, intenção essa muitas vezes sequer codificada.

Para descrever e explicar esse processo ostensivo-inferencial, Sperber e Wilson postulam o conceito de relevância, concebendo-a como uma inequação onde os benefícios cognitivos do processamento de um estímulo ostensivo devem superar os esforços cognitivos para processá-lo. Seguem-se do conceito dois princípios: o *princípio cognitivo* assevera que a mente humana é direcionada para a maximização da relevância e o *princípio comunicativo* assevera que enunciados geram expectativas precisas de relevância. Presume-se que um enunciado é otimamente relevante quando ele é suficientemente relevante para valer a pena processá-lo e é o estímulo mais relevante graças às preferências e habilidades do emissor.

A presunção de relevância ótima permite construir um mecanismo de interpretação guiado pela relevância. Conforme esse mecanismo, a audiência segue um caminho de esforço mínimo na computação de efeitos cognitivos: considerando hipóteses interpretativas seguindo a ordem de acessibilidade e parando quando é alcançado o nível esperado de relevância. Assim, com base nos estímulos ostensivos dos enunciados, o ouvinte os enriquece até torná-los explícitos e, se necessário, gera implicações contextuais com base nesses enunciados e em suposições armazenadas na memória enciclopédica até que a interpretação satisfaça sua expectativa de relevância ótima.

Este trabalho, além de pensar em sério a pertinência da Teoria da Relevância para o processamento dos registros de representação semiótica usados na matemática, parte da hipótese de trabalho de que relações de relevância (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], 1995) subjazem as atividades de conversão e de tratamento (DUVAL, 2008, 2009) e, desse modo, os dispositivos da Teoria da Relevância podem descrever e explicar como ocorre a mobilização de diferentes registros de representação no processo de ensino, culminando com a conceituação/compreensão dos objetos matemáticos.

Portanto, considerando que:

a) os objetos matemáticos são acessados somente por registros de representações semióticas que atravessam parcialmente os objetos matemáticos de diferentes formas;

b) o acesso a diferentes registros de representação, paradoxalmente, aumenta custos de processamento e diminui a sua relevância/eficiência, uma vez que cada registro de representação semiótica exige custos de processamento e gera efeitos cognitivos próprios;

c) as conversões de registros em geral são não congruentes, pois os diferentes registros de representação recortam os objetos de formas diferentes, mais uma vez aumentando o custo de processamento cognitivo;

d) a conversão de um objeto matemático que se encontra em língua natural para a linguagem matemática (grupo A) apresenta problemas próprios que não ocorrem na conversão de registros matemáticos entre si (grupo B);

e) a resolução de problemas deve nortear o processo de ensino da matemática, conforme as diretrizes curriculares nacionais;

f) a conversão de registros de representação em Língua Natural para um registro de representação matemática é contingente no ensino/na modelação;

g) comunicar é um processo ostensivo-inferencial; e, por fim,

h) a Teoria da Relevância permite descrever e explicar os processos envolvidos na conversão da linguagem natural para a linguagem matemática (modelação matemática), questionamos nessa pesquisa:

Como ocorrem os processos de conversão de registros em Língua Natural para Linguagem Matemática na resolução de problemas, quando analisados com base no aparato descritivo e explanatório da Teoria da Relevância?

Assim, este estudo visa a analisar, com base no aparato descritivo e explanatório da Teoria da Relevância, processos de conversão de registros em Língua Natural para Linguagem Matemática na resolução de problemas.

Para atender ao objetivo proposto, esta dissertação apresenta a seguinte estrutura. No segundo capítulo, apresentamos os fundamentos da teoria dos registros de representações semióticas, que dão suporte à necessidade de se considerar processos de formação de uma representação identificável, de conversão e de tratamento. No terceiro capítulo, apresentamos a Teoria da Relevância, discutindo exemplos que se referem a diferentes registros de representação semiótica em situações de conversão e de tratamento. No quarto capítulo, ilustramos o argumento de que relações de relevância subjazem os processos de conversão e tratamento, considerando a resolução equivocada de um problema encontrado num livro didático sobre área de trapézio e volume de prisma de uma barra de ouro. Por fim, no quinto capítulo, tecemos as conclusões do trabalho.

2 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA EM MATEMÁTICA

Neste capítulo, discorreremos sobre os pressupostos teóricos relativos às representações semióticas, de Raymond Duval (2008, 2009). Para dar conta desse objetivo, dividimos o capítulo em cinco seções, dedicadas, respectivamente, às representações semióticas e à aprendizagem, às atividades de representação ligadas à *semiósis*, ao fenômeno da não congruência, ao fenômeno da heterogeneidade e à coordenação entre registros de representação.

2.1 REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS E APRENDIZAGEM

De acordo com a Proposta Curricular de Santa Catarina (1998, p. 87),

a Matemática é uma forma de pensamento e de expressão, uma linguagem em constante movimento, que é utilizada socialmente como representação de múltiplos fenômenos da natureza. A função do educador matemático é possibilitar ao estudante, através da mediação, apropriar-se desta forma de pensamento e linguagem.

Esta linguagem, composta por diferentes signos, tais como os gráficos, algébricos, tabulares ou geométricos, não somente permite a comunicação, mas também tornam acessíveis e perceptíveis os objetos matemáticos. Duval (2008, 2009) utiliza o termo ‘Registros de Representação Semiótica’ (RRS) para designar os diferentes signos mobilizados para representar determinado conteúdo matemático e argumenta que essa diversidade de signos é primordial ao processo de ensino e aprendizagem da matemática.

O autor (2008) relaciona os aspectos semióticos encontrados nas representações matemáticas com o processo de ensino e aprendizagem da matemática, considerando que a utilização dessas representações está diretamente ligada ao processo de raciocínio, visualização e análise matemática, já que toda comunicação se dá por meio das representações nesta ciência. Portanto, o estudo de diversificadas linguagens matemáticas ou representações semióticas deve fazer parte do currículo.

Pode-se dizer que as representações semióticas são

[...] produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico são representações semióticas que se inserem em diferentes sistemas semióticos. (DUVAL, 1993, p. 38-39).

Parafrazeando Damm (2008), em matemática, um símbolo, uma notação ou até mesmo uma escrita podem representar um determinado objeto matemático, ou seja, eles permitem o acesso a um conceito/conteúdo. Entretanto, o que se observa, até mesmo em nível superior de ensino, é uma confusão entre a representação utilizada e o objeto que ela representa. Para Duval (2009, p. 14), “não se pode ter compreensão em matemáticas, se nós não distinguimos um objeto e sua representação”, tendo em vista que para representar um mesmo objeto matemático podem-se utilizar diferentes registros de representações. O autor reforça que “é o objeto representado que importa e não suas diversas representações semióticas possíveis” (DUVAL, 2009, p. 14).

Para Damm (2008), a apropriação do conhecimento matemático está diretamente relacionada com a apropriação de suas representações semióticas. Isto implica dizer que os objetos matemáticos nunca são acessados em sua totalidade, e a compreensão em matemática se dá quando ocorre a intersecção da *semiósis* e da *noésis*. Dizer que os objetos matemáticos são acessados exclusivamente por suas representações semióticas implica dizer que não há *noésis* em matemática sem *semiósis*. Em outras palavras, “é a *semiósis* que determina as condições de possibilidade e de exercício da *noésis*” (DUVAL, 2009, p. 17). Disso decorre que, em matemática, a *noésis* não pode ocorrer sem o recurso a uma pluralidade de sistemas semióticos, exigindo-se a coordenação desses diferentes sistemas pelo próprio sujeito.

Para que ocorra a apreensão de um objeto matemático, é necessário que a *noésis* (conceitualização) ocorra através de significativas *semiósis* (representações). A apreensão conceitual dos objetos matemáticos somente será possível com a coordenação, pelo sujeito que aprende, de vários registros de representação, ou seja, quanto maior for a mobilidade com registros de representações diferentes do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão deste objeto. (DAMM, 2008, p. 177).

Duval (2009) estabelece três aproximações da noção de representação: as representações mentais, as representações computacionais e as representações semióticas.

As *representações mentais* ou *representações internas* estão relacionadas ao conjunto de imagens e de conceitos que um indivíduo pode ter sobre determinado objeto, sobre determinada situação e suas possíveis associações. Elas são representações que permitem uma visão geral do objeto na ausência total de um significante perceptível. Aqui se incluem, além de imagens, crenças, concepções, ideias, noções e até mesmo fantasias. Considerando o processo de ensino e aprendizagem, elas podem ser associadas às respostas apresentadas pelo estudante durante a realização de atividades propostas.

As *representações computacionais* são internas e não conscientes do sujeito. Elas viabilizam a execução de certas tarefas sem uma análise de todos os passos utilizados para sua realização. Esse tipo de representação traduz informações externas a um sistema, de forma que seja possível recuperá-las e combiná-las no interior do sistema. Conforme Duval (2009, p. 31), “a noção de representação torna-se, então, essencial como forma sob a qual uma informação pode ser descrita e considerada em um sistema de tratamento.” Trata-se de uma “codificação da informação”. Esse tipo de representação não requer a visão do objeto.

A *representação semiótica* é externa e consciente ao sujeito. Ela está relacionada a um sistema particular de signos de um objeto matemático (língua natural, língua formal, escrita algébrica, escrita gráfica, figuras). Essas representações, constituídas por diferentes signos, apresentam regras próprias de significação e funcionamento, associando formas representantes e conteúdos representados de diferentes modos.

As representações semióticas são representações conscientes e externas ao mesmo tempo. Com efeito, elas permitem uma “visão do objeto” através da percepção de estímulos (pontos, traços, caracteres, sons...), tendo valor de “significante” (DUVAL, 2009, p. 44). Essas representações semióticas são passíveis de conversão, e estas representações “equivalentes” podem apresentar diferentes significados para o indivíduo que as utilizam.

Por atividade de conversão define-se a mudança da forma com que um objeto é representado. Assim, representar uma função por meio de um gráfico, tabela ou expressão algébrica consiste em converter a forma pelo qual um conteúdo é representado.

A conversão de representações semióticas não ocorre de forma cognitivamente neutra. Tal dificuldade se dá porque a compreensão que muitos estudantes têm de determinado conteúdo está limitada à forma da representação utilizada. Assim,

o aumento das dificuldades que a operação de conversão suscita coloca não apenas a questão global do papel da *semiós* no funcionamento do pensamento, mas também a questão das condições de uma diferenciação entre representante e representado, nas representações semióticas. (DUVAL, 2009, p. 35).

Para Duval, a *semiós* é inseparável de uma variedade de sistemas semióticos, que oferecem a possibilidade de serem colocados em correspondência. Desta forma, os sistemas semióticos devem cumprir três atividades cognitivas, que são inerentes a qualquer representação:

[...] constituir um traço ou um ajuntamento de traços perceptíveis que sejam identificados como uma representação de alguma coisa em um sistema determinado. Em seguida, transformar as representações apenas pelas regras próprias ao sistema, de modo a obter outras representações que possam constituir uma relação de conhecimento em comparação às representações iniciais. Enfim, converter as representações produzidas em um sistema em representações em outro sistema, de tal maneira que estas últimas permitam explicar outras significações relativas ao que é representado. (DUVAL, 2009, p. 36-37).

As dificuldades observadas em relação à atividade matemática estão ligadas a três fenômenos: a) à diversificação dos registros de representação semiótica, b) à diferenciação entre representante e representado ou forma e conteúdo de uma representação semiótica e, ainda, c) à coordenação entre os diferentes registros.

O primeiro fenômeno, o da diversificação, diz respeito às especificidades dos diferentes registros de representação (figuras geométricas, gráficos, tabelas). O segundo fenômeno, o da diferenciação, está relacionado à capacidade de compreender o que determinado registro representa e, ainda, à possibilidade de associá-lo a outros registros, integrando-os aos procedimentos de tratamento. O terceiro fenômeno, o da coordenação, exige o preenchimento de duas condições: a) a utilização de dois registros diferentes para representar uma mesma situação; e b) a conversão “espontânea” de um registro a outro. Quando um indivíduo consegue atender a todas estas condições é possível dizer que ele é capaz de diferenciar o conteúdo matemático de sua representação.

O que diferencia os três tipos de representações, mentais, computacionais e semióticas, são suas funções. As representações mentais têm uma função de objetivação, as computacionais realizam função de tratamento automático ou quase automático (por exemplo, o estudante pode conhecer toda a tabuada, sem compreender o seu significado e funcionamento), enquanto que as semióticas realizam, indissociavelmente, uma função de objetivação, uma função de expressão e, de certa forma, uma função de tratamento.

É importante destacar que este último tratamento é intencional e fundamental para a aprendizagem humana. Consideremos o objeto FUNÇÃO. Este objeto matemático pode ser representando graficamente, algebricamente, de forma tabular, entre outras representações semióticas possíveis. Cada uma dessas representações apresenta uma organização própria, uma lei de formação específica. Nessas diferentes representações ocorre apenas a mudança da forma, e cada uma delas corresponde a um tipo específico de tratamento matemático.

Duval (2009, p. 43) apresenta um quadro com tipos e funções de representações.

Quadro 1 – Tipos e funções de representações

| | Interna | Externa |
|----------------|---|---|
| Consciente | Mental Função de objetivação | Semiótica Função de objetivação Função de expressão Função de tratamento intencional |
| Não Consciente | Computacional Função de tratamento automático ou quase automático | |

Fonte: Duval, 2009, p. 43.

Neste quadro, Duval (2009, p. 40-41) opera com duas oposições: a oposição consciente versus não consciente e a oposição externa versus interna. A primeira oposição é aquela que distingue “o que, de uma parte, aparece a um sujeito e que ele nota, e, de outra parte, o que lhe escapa completamente e que ele não pode notar.” A segunda oposição é aquela entre “aquilo que, de um indivíduo, de um organismo ou de um sistema, é diretamente visível e observável e aquilo que, ao contrário, não é.” Assim, as representações semióticas são representações externas. Elas preenchem a função de comunicação, assim como preenchem, do ponto de vista cognitivo, as funções de objetivação e de tratamento.

A função de objetivação permite a transição do não consciente para o consciente. Para ver como isso ocorre, consideremos o seguinte enunciado de problema:

(1) Numa determinada indústria, o custo para produção de uma mercadoria é composto por um valor fixo de R\$ 140,00 mais um valor variável de R\$ 0,65 por unidade produzida. Expresse por meio de uma fórmula matemática a lei dessa função.

Para expressar por meio de uma fórmula matemática a lei dessa função, o estudante pode construir uma tabela, o que possibilitará que ele perceba a relação entre o custo e a quantidade produzida. Essa conversão/mudança é a função de objetivação, a qual ocorrerá no funcionamento cognitivo consciente. Esse funcionamento poderá ocorrer de dois modos, interno ou externo. O interno ocorre mentalmente por meio da função de objetivação. Já o externo ocorre por meio das funções de objetivação, de expressão e de tratamento intencional, ou seja, ocorre por meio das representações semióticas.

Em contrapartida, o funcionamento cognitivo não consciente ocorre somente pelo modo interno, que se dá computacionalmente, por meio de um tratamento quase instantâneo. Este funcionamento acontece na elaboração das primeiras hipóteses que o estudante projeta para a resolução do problema proposto. Assim, o funcionamento não consciente ocorre quando ele decide construir uma tabela para verificar a generalização matemática em questão, o que permitirá que ele expresse a situação por meio de uma fórmula matemática (figura 2).

Figura 2 – Representação tabular e algébrica

| x (em unidades) | Custo | C(x) (em reais) |
|-----------------|------------------------|-----------------|
| 0 | $140 + 0,65 \cdot 0$ | 140 |
| 250 | $140 + 0,65 \cdot 250$ | 302,50 |
| 500 | $140 + 0,65 \cdot 500$ | 465,00 |
| 750 | $140 + 0,65 \cdot 750$ | 627,50 |

➔ $C(x) = 140 + 0,65x$

Fonte: Elaboração do autor.

Segundo Duval, efetuar os tratamentos matemáticos sem recorrer a um sistema semiótico de representação é impossível, e procedimentos e custos realizados dependerão do registro de representação escolhido. Para ele, “essa função de tratamento pode ser completada apenas por representações semióticas e não pelas representações mentais” (2009, p. 14).

Assim, os diferentes registros de representação semiótica tornam-se importantes por duas razões fundamentais:

Primeiramente, há o fato de que as possibilidades de tratamento matemático [...] dependem do sistema de representação utilizado. [...] A seguir, há o fato de que os objetos matemáticos, [...] não são diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. (DUVAL, 2008, p. 13-14).

Considerando os múltiplos registros de representação utilizados na atividade matemática, Duval (2008) os classifica em quatro grupos distintos, conforme sejam registros multifuncionais não algorítmicos ou monofuncionais algorítmicos, ou sua representação seja discursiva ou não discursiva.

Quadro 2 – Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no funcionamento, fazer ou atividade matemática.

| | Representação Discursiva | Representação Não Discursiva |
|--|---|--|
| Registros Multifuncionais: Os tratamentos não são algoritmizáveis. | Língua Natural Associações verbais (conceituais). Forma de raciocinar: Argumentação a partir de observações, de crenças...; Dedução válida a partir de definição ou teoremas. | Figuras geométricas planas ou em perspectivas (configurações em dimensão 0, 1, 2, ou 3). Apreensão operatória e não somente perceptiva; Construção com instrumentos. |
| Registros Monofuncionais: Os tratamentos são principalmente algoritmos. | Sistemas de escritas: Numéricas (binária, decimal, fracionária...); Algébricas; Simbólicas (línguas formais). Cálculo | Gráficos cartesianos. Mudança de sistema de coordenadas; Interpolação, extrapolação. |

Fonte: Duval in Machado, 2008, p. 14.

Os tratamentos algoritmizáveis são registros monofuncionais. Retomemos o exemplo (1), no qual a produção de uma mercadoria compõe-se de um valor fixo de R\$ 140,00 e um valor variável de R\$ 0,65 por unidade. Esta situação pode ser representada por meio de um registro algébrico, tabular ou gráfico. Os dois primeiros são representações discursivas e o último é uma representação não discursiva.

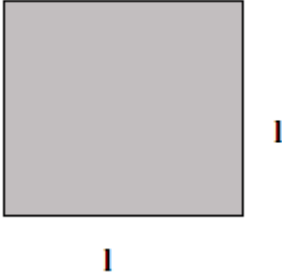
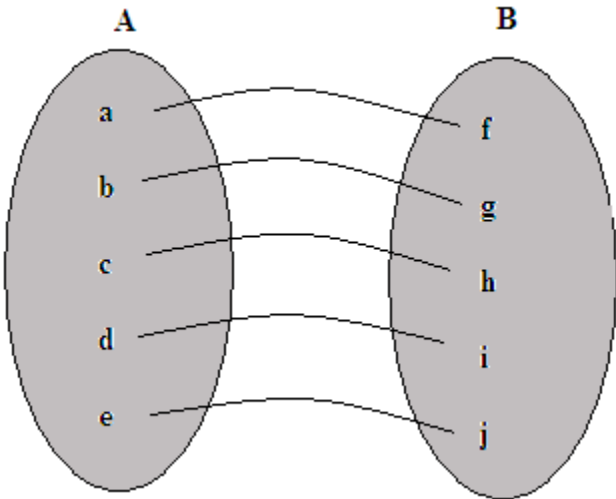
Quadro 3 – Exemplo de representações discursivas, algébrica e tabular, e de representação não discursiva gráfica de um tratamento algoritmizável monofuncional

| Representação Discursiva | | | Representação não discursiva |
|--------------------------|------------------------|-----------------|------------------------------|
| $C(x) = 140 + 0,65x$ | | | |
| x (em unidades) | $C(x) = 140 + 0,65x$ | C(x) (em reais) | |
| 0 | $140 + 0,65 \cdot 0$ | 140 | |
| 250 | $140 + 0,65 \cdot 250$ | 302,50 | |
| 500 | $140 + 0,65 \cdot 500$ | 465,00 | |
| 750 | $140 + 0,65 \cdot 750$ | 627,50 | |

Fonte: Elaboração do autor.

Os tratamentos não algoritmizáveis são registros multifuncionais. Vejamos dois exemplos no quadro 4. O primeiro representa a definição discursiva da área de um quadrado, à esquerda, e sua respectiva representação geométrica não discursiva, à direita. O segundo representa relações entre elementos de dois conjuntos da mesma forma.

Quadro 4 – Exemplo de tratamentos não algoritmizáveis multifuncionais

| Tratamento não algoritmizáveis multifuncionais | |
|--|---|
| Representação Discursiva | Representação não discursiva |
| A área de um quadrado é dada pelo quadrado da medida de seu lado. |  |
| Sejam os conjuntos A e B não vazios, uma relação f de A em B é uma função quando associa a cada elemento x, pertencente ao conjunto A, um único elemento y, pertencente a B. |  |

Fonte: Elaboração do autor.

Em relação aos tratamentos, Almouloud (2007) destaca que eles podem ou não se tornarem algoritmos. Os tratamentos que podem se tornar algoritmos são aqueles que apresentam regras operatórias, por exemplo, o algoritmo para a resolução de uma equação. Já os tratamentos que não se reduzem a algoritmos são aqueles puramente figurais ou visuais, como as figuras geométricas. Para o autor, os objetos que se enquadram no segundo caso geralmente não se tornam objetos de ensino, por serem classificados como de segunda importância.

Para Duval (2008, p. 14), “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo” ou então “na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação.” Para o autor, é bem verdade que certo registro pode estar explicitamente privilegiado na resolução de um problema ou em certos domínios ou as fases da pesquisa, “mas deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro ao outro” (DUVAL, 2008, p. 15).

Por exemplo, consideremos a resolução de um problema de geometria que solicite a área de um terreno retangular. O estudante poderia encontrar a área solicitada multiplicando as dimensões do terreno, já que a área de uma superfície retangular é dada pelo produto de seu comprimento pela sua largura, ou de sua base pela sua altura. Alternativamente, ele poderia representar a situação geometricamente para então realizar o cálculo numérico. Ou seja, a mobilização de diferentes registros é sempre uma possibilidade.

2.2 ATIVIDADES DE REPRESENTAÇÃO LIGADAS À SEMIÓISIS

Duval aprofunda a discussão das representações semióticas enfocando a ideia de registro de representação semiótica, considerando que a compreensão em matemática está vinculada aos diferentes registros de representações semióticas. Para ele, três fenômenos aparecem estritamente relacionados quando se busca analisar o desenvolvimento dos conhecimentos e dos obstáculos encontrados nas representações fundamentais relativas ao raciocínio, análise, compreensão e aquisição de tratamentos e registros específicos da matemática: a *diversificação* dos registros de representação semiótica, a *diferenciação* entre representante (forma) e representado (conteúdo) da representação semiótica, e a *coordenação* entre diferentes registros de representação semiótica disponíveis.

É justamente na possibilidade de mobilização de diferentes registros de representações simultâneas que se encontra a chave para a aprendizagem em matemática e, para Duval, “a compreensão em matemática supõe a coordenação de ao menos dois registros de representações semióticas” (2008, p. 15). Para tanto, as atividades de formação de uma representação identificável, de tratamento e de conversão são indispensáveis ao processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Para o autor, a *formação de uma representação identificável* consiste na mobilização de um ou vários signos para chamar a atenção para um objeto, estando relacionada às unidades e às regras de formação específicas de determinado registro de representação, seja para “expressar”, seja para “evocar” um objeto real, buscando permitir a

atividade de tratamento neste registro. Os *tratamentos* consistem nas transformações efetuadas em um objeto matemático dentro de um mesmo registro de representação. As *conversões*, por fim, consistem em transformações que permitem representar um mesmo objeto matemático por meio de diferentes registros de representações.

[A] formação [de uma representação identificável] implica sempre uma seleção no conjunto de caracteres e determinações que “queremos” representar. As outras duas atividades [a de tratamento e a de conversão] são diretamente ligadas à *propriedade fundamental de representações* semióticas: sua transformabilidade em outras representações que conservem seja todo o conteúdo da representação inicial seja uma parte somente desse conteúdo. [...]. Falaremos [...] de “tratamento” quando a transformação produz outra representação no mesmo registro. E falaremos então de “conversão” quando a transformação produz uma representação de outro registro que a representação inicial. (DUVAL, 2009, p. 53-54, acrescida de adaptações entre colchetes).

Para desenvolver esse argumento, retomemos o enunciado do problema (1):

(1) Numa determinada indústria, o custo para produção de uma mercadoria é composto por um valor fixo de R\$ 140,00 mais um valor variável de R\$ 0,65 por unidade produzida. Expresse por meio de uma fórmula matemática a lei dessa função.

Nesse contexto, para a formação de uma representação identificável, o estudante deverá escrever uma fórmula por meio de regras algorítmicas pertinentes. Se pensarmos na relação formação e modelação matemática, teremos que o enunciado em língua natural deverá estar subordinado a uma regra gramatical, a construção de um gráfico deverá respeitar as regras específicas do plano cartesiano, a elaboração de um modelo matemático no registro de representação algébrico aos algoritmos da álgebra.

Em (1), para expressar por meio de uma fórmula matemática a lei dessa função, o estudante deverá converter o problema que se encontra em língua natural para o registro de representação algébrico. Para que ele possa obter êxito na elaboração da fórmula matemática, ele deverá inferir que o custo total de produção é igual à soma do custo fixo mais o custo por unidade produzida.

$$CustoTotal = CustoFixo + CustoVariável$$

$$C(x) = 140 + 0,65x$$

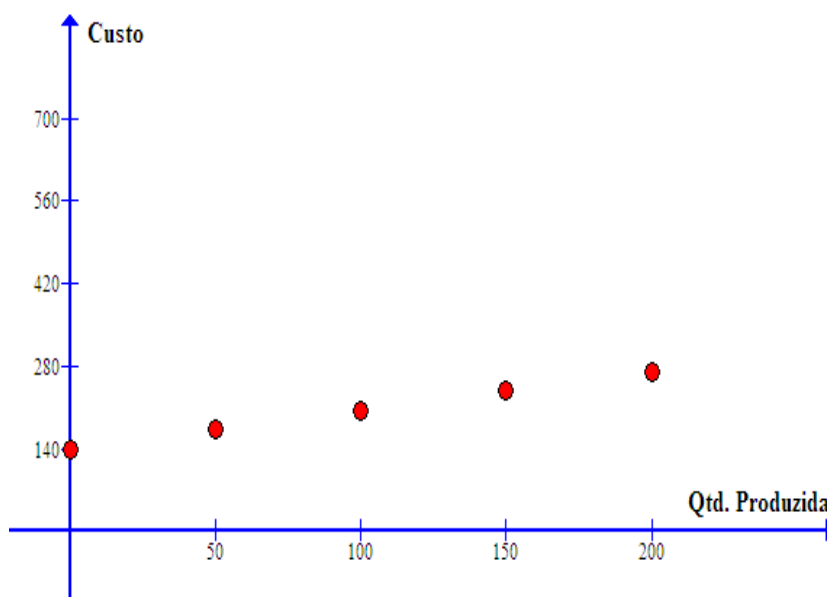
Ele poderá converter o registro de representação algébrica para o registro de representação tabular (Tabela 1), e ainda para o registro de representação gráfica (Figura 3).

Tabela 1 – Conversão do objeto função do registro de representação algébrica para o registro de representação tabular

| x (em unidades) | $C(x) = 140 + 0,65x$ | C(x) (em reais) |
|-----------------|------------------------|-----------------|
| 0 | $140 + 0,65 \cdot 0$ | 140,00 |
| 250 | $140 + 0,65 \cdot 250$ | 302,50 |
| 500 | $140 + 0,65 \cdot 500$ | 465,00 |
| 750 | $140 + 0,65 \cdot 750$ | 627,50 |

Fonte: Elaboração do autor.

Figura 3 – Conversão do objeto função do registro de representação algébrica para o registro de representação gráfica



Fonte: Elaboração do autor.

Para realizar as conversões anteriores, o estudante deveria primeiramente inferir alguns dados: Qual é a variável dependente e a independente? A variável independente é contínua ou discreta (principalmente na construção do gráfico)? Para quais valores de x a função existe (quem é o domínio)?

Caso se desejasse saber o custo para produção de 1000 unidades o estudante deveria realizar o tratamento na função, substituindo a variável x por 1000, obtendo um custo de R\$ 790,00.

$$C(x) = 140 + 0,65x$$

$$C(100) = 140 + 0,65 \cdot 1000$$

$$C(100) = 140 + 650$$

$$C(100) = 790$$

Na elaboração da tabela e na construção do gráfico acima, outros tratamentos são realizados, cada um seguindo regras próprias ao registro utilizado, ou seja, cada registro de representação apresenta tratamentos específicos.

Retomando a formação de representações semióticas, Duval ressalta ser importante que a formação das respectivas representações semióticas respeite as regras específicas do sistema em uso “não somente por razões de comunicabilidade, mas para tornar possível a utilização de tratamento que oferece o sistema semiótico empregado” (2009, p. 55).

Desta forma, o que o autor denomina regras de conformidade permite o reconhecimento das representações como representações num determinado registro.

Em linhas gerais, as regras de conformidade versam sobre:

- a determinação (estritamente limitada, ou ao contrário aberta) de unidades elementares (funcionalmente homogêneas ou heterogêneas...): símbolos, vocabulários...
- as combinações admissíveis de unidades elementares para formar unidades de nível superior: regras de formação para um sistema formal, gramática para as línguas naturais...
- as condições para que uma representação de ordem superior seja uma produção pertinente e completa: regras canônicas próprias a um gênero literário ou a um tipo de produção num registro. (DUVAL, 2009, p. 55).

Parafraseando Duval (2009), essas regras definem um sistema de representação e, conseqüentemente, os tipos de unidades constitutivas possíveis em determinado registro.

Em relação ao tratamento, esta é uma transformação de representação interna a um determinado registro, podendo ser entendido como uma expansão informacional. Já a conversão é uma transformação externa em relação ao registro de partida. Assim, “converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em uma representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro” (DUVAL, 2009, p. 58).

Damm (2008) destaca que os tratamentos matemáticos relacionam-se à forma e não ao conteúdo do objeto matemático. Assim, por exemplo, a adição de dois números racionais apresentam tratamentos diferentes quando representados pelo registro decimal ou fracionário, utilizando tratamento decimal ou fracionário, respectivamente.

a) $0,25 + 0,25 = 0,5$ (representação decimal, envolvendo um tratamento decimal);

b) $\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ (representação fracionária, envolvendo um tratamento fracionário).

Ou seja, duas representações diferentes envolvendo tratamentos completamente diferentes para o mesmo objeto matemático. Esses dois registros de representação possuem graus de dificuldades diferentes (custo cognitivo diferente) para quem aprende, e este é um dos problemas que educador precisa enfrentar na hora de ensinar, tendo presente que trabalha sempre o mesmo objeto matemático [...], porém, o registro de representação utilizado exige tratamento muito diferente, que precisa ser entendido, construído e estabelecidas relações para o seu uso (p. 180).

Retomando a atividade de conversão, cabe ressaltar que converter um objeto matemático implica muito mais do que uma mudança de tratamento. Este processo permite a explicação e/ou visualização de diferentes aspectos ou propriedades do objeto, ou seja, as diferentes representações de um mesmo objeto não apresentam o mesmo conteúdo. Desta forma, a atividade de conversão é essencial no processo de ensino e aprendizagem e na resolução de problemas. Muitas vezes, contudo, sua utilização não ocorre de forma natural. Tal dificuldade se dá por dois motivos: inicialmente porque os estudantes podem não reconhecer um mesmo objeto por meio de diferentes registros de representações; e ainda porque “este tipo de transformação enfrenta o fenômeno de não congruência” (DUVAL, 2008, p. 15).

2.3 O FENÔMENO DA NÃO CONGRUÊNCIA

Duval (2009, p. 68-69) estabelece três critérios para a avaliação da congruência de uma conversão entre registros de representação semiótica.

O primeiro critério é a possibilidade de uma correspondência “semântica” dos elementos significantes: a cada unidade significante simples de uma das representações, pode-se associar uma unidade significante elementar. [...] O segundo critério é a univocidade “semântica” terminal: a cada unidade significante elementar da representação de partida, corresponde uma só unidade significante elementar no registro de representação de chegada. [...] O terceiro critério é relativo à organização das unidades significantes. As organizações respectivas das unidades significantes de duas representações comparadas conduzem a apreender nelas as unidades em correspondências semântica segundo a mesma ordem nas duas representações.

Deste modo, por *congruência*, no escopo desta dissertação, define-se o grau máximo de correspondência semântica, de univocidade semântica terminal e de organização sintática das unidades significantes entre um registro de representação de partida e um registro de representação de chegada num processo de conversão.

Duval (2008) destaca que há diferentes níveis de congruência. Uma conversão entre registros de representação semiótica será não congruente quando um dos critérios, o da correspondência semântica, o da univocidade semântica terminal ou o da organização sintática das unidades significantes, não for satisfeito.

Em outras palavras, para determinar o nível de congruência entre a conversão de dois registros de representação é suficiente comparar o registro de partida com o registro de chegada. Nesta análise, duas situações podem ser observadas.

Quando o registro de chegada é transparente com o registro de partida há uma conversão congruente. Isto pode ser comparado a um processo pleno de codificação/decodificação, conforme propõe o modelo de código para a comunicação em geral. Em outras palavras, de acordo com o primeiro critério, numa conversão congruente, é possível associar a cada unidade significativa simples do registro de partida uma unidade significativa elementar no registro de chegada; é possível detectar uma só unidade significativa elementar quando realizamos a correspondência do registro de partida com o registro de chegada; e é possível observar o mesmo arranjo sintático entre as respectivas unidades significantes de partida e de chegada.

Quando os registros de partida e de chegada não são transparentes entre si, há uma conversão não congruente. Este segundo tipo de conversão exige processos inferenciais, isto é, processos nos quais o registro de partida funciona como pistas para sua conversão em registro de chegada, mas não há uma correspondência semântica ou sintática absoluta. Em outras palavras, a conversão não congruente exige inferências, na medida em que se torna necessário analisar que variáveis são específicas no funcionamento próprio de cada registro de representação.

É justamente no domínio de conversões não congruentes que emerge a distinção de Rauen e Cardoso (2011) entre a conversão da língua natural para os diferentes registros de representação matemática e a conversão entre os registros de representação matemática entre si. As inferências neste último caso são dedutivamente constrangidas pelo modelo matemático que as fundamenta e se aproximam a processos de decodificação do registro de partida e de codificação do registro de chegada, especialmente quando o indivíduo domina os dois registros envolvidos. A conversão entre a língua natural e quaisquer dos registros matemáticos sempre está sujeita a equívocos inferenciais.

Mesmo quando consideramos a conversão partindo da língua natural, é possível distinguir processos congruentes e não congruentes. Consideremos o exemplo (2), que ilustra uma conversão congruente do registro de representação em língua natural para o registro de representação algébrico.

(2) O custo de produção de um produto é igual a vinte e cinco reais por unidade produzida.

Quadro 5 – Exemplo de conversão congruente

| | | | | |
|-----------------------------------|-----------|---------------------|-----|-------------------|
| O custo de produção de um produto | é igual a | vinte e cinco reais | por | unidade produzida |
| C | = | 25 | . | x |
| $C = 25 \cdot x$ | | | | |

Fonte: Elaboração do autor.

A conversão realizada em (2) é congruente porque atende aos três critérios estabelecidos na definição. Em (2), pode-se verificar que há correspondência lexical, pois há uma unidade significativa em língua natural (registro de partida) para cada símbolo utilizado no registro de representação matemática (registro de chegada).³ É possível constatar ainda que há univocidade semântica, cada unidade significativa (registro de partida) relaciona-se com um único símbolo no registro de representação matemática (registro de chegada). A conversão atende ainda ao terceiro critério de congruência, já que a ordem da sentença, em língua natural, corresponde à ordem dos símbolos utilizados no registro matemático.

Agora, por sua vez, consideremos o exemplo (3), que ilustra uma conversão não congruente entre os mesmos registros de representação.

(3) A função que associa o cubo de um número somado com o seu quadrado

Quadro 6 – Exemplo de conversão não congruente.

| | | | | | |
|----------------------|--------------|--------------|--------|--------------------------------|--------------|
| A função que associa | o cubo | de um número | somado | com o seu [DESTE MESMO NÚMERO] | Quadrado |
| $f(x)$ | ³ | x | + | x | ² |
| $f(x) = x^3 + x^2$ | | | | | |

Fonte: Elaboração do autor.

³ Aqui se reconhece que não se trata, obviamente, de um pareamento entre unidades lexicais e unidades algébricas, mas de pareamento entre unidades lexicais compostas e unidades algébricas.

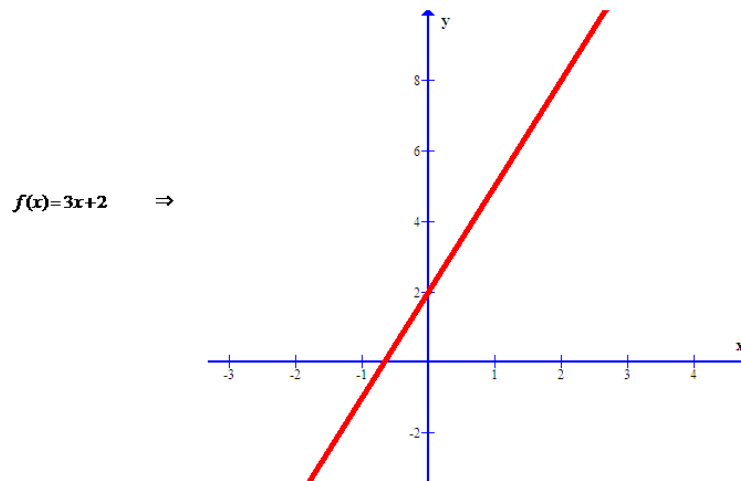
Em (3), pode-se observar que há uma correspondência lexical, porém não há univocidade semântica, pois duas sentenças (“de um número” e “com o seu”) estão relacionadas a um mesmo símbolo matemático, e ainda, em relação ao terceiro critério, é possível verificar que a sintaxe da sentença em língua natural não corresponde à sintaxe da fórmula algébrica.

2.4 O FENÔMENO DA HETEROGENEIDADE

Outro fenômeno que se pode observar, em relação ao processo de conversão, é relativo à heterogeneidade dos dois sentidos de conversão. Duval argumenta que “nem sempre a conversão se efetua quando se invertem os registros de partida e de chegada” (2008, p. 20). Esta dificuldade se dá porque as regras de conversão diferem quando alteramos o sentido em que ela é efetuada.

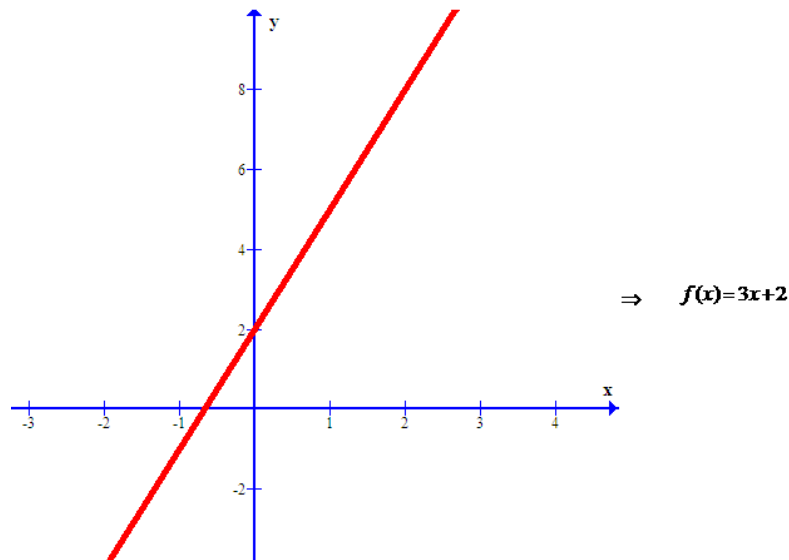
Consideremos as conversões a seguir (figuras 4 e 5):

Figura 4 – Conversão de uma função no registro de representação algébrico (registro de partida) para o registro de representação gráfica (registro de chegada).



Fonte: Elaboração do autor.

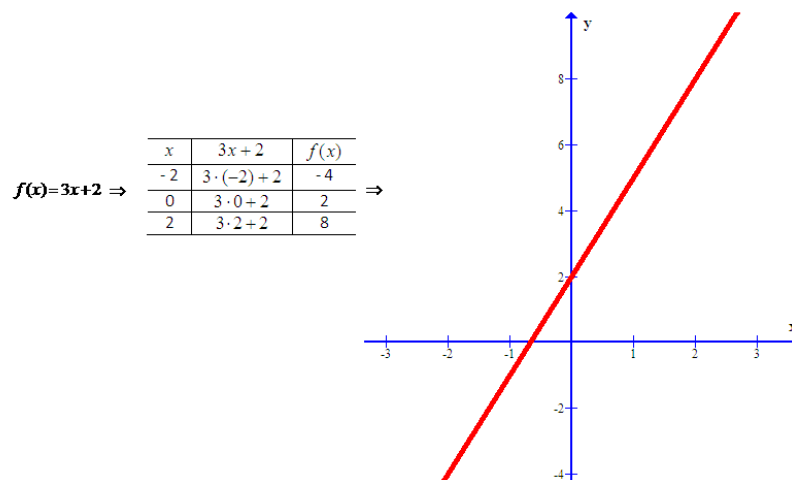
Figura 5 – Conversão de uma função no registro de representação gráfica (registro de partida) para o registro de representação algébrico (registro de chegada).



Fonte: Elaboração do autor

Nas figuras 4 e 5, há um exemplo de não heterogeneidade, considerando que a primeira conversão (figura 4) ocorre por meio de codificação, sendo esta mais saturada, o estudante pode construir uma tabela, atribuindo valores aleatórios para x , obtendo valores para y (conforme figura 6 a seguir), e em seguida representar a função graficamente.

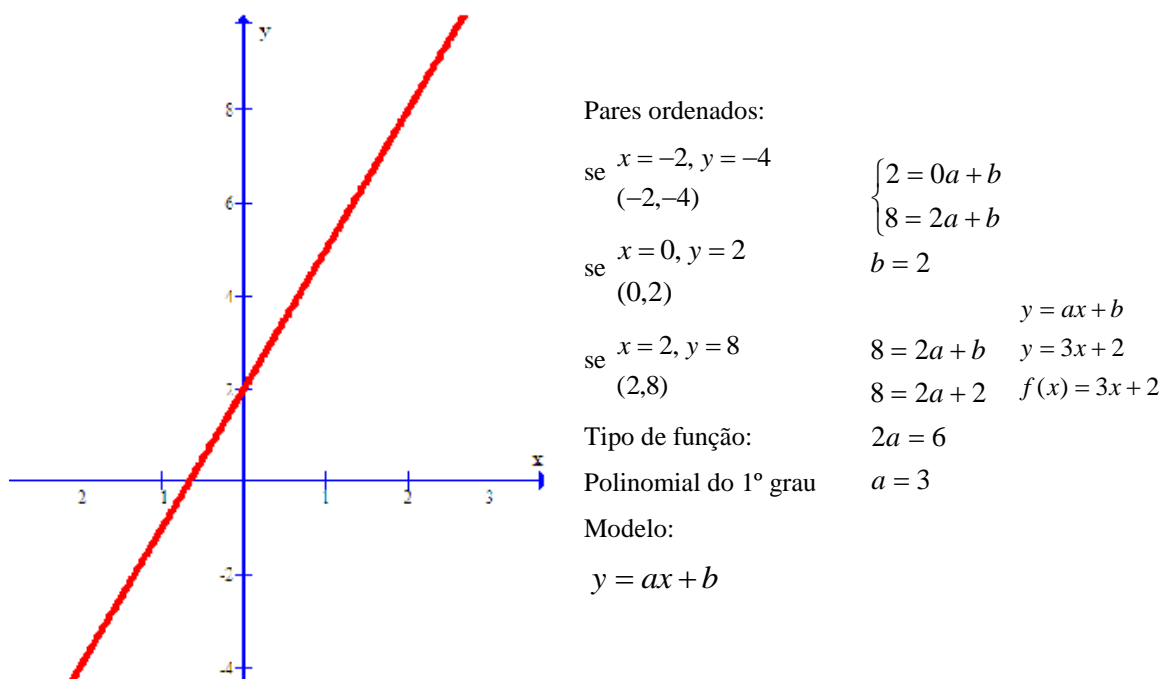
Figura 6 – Procedimento para conversão de uma função no registro de representação algébrico (registro de partida) para o registro de representação gráfica (registro de chegada)



Fonte: Elaboração do autor.

Já a segunda conversão (figura 5) exige do estudante um maior domínio dos conceitos envolvidos, o que pode acarretar num fracasso na conversão, pois o estudante deverá reconhecer pares ordenados no gráfico, reconhecer qual o tipo de função está sendo representado, possibilitando a construção de um sistema de equações e, conseqüentemente, a conversão para o registro algébrico (conforme figura 7, a seguir).

Figura 7 – Procedimento para conversão de uma função no registro de representação gráfico (registro de partida) para o registro de representação algébrico (registro de chegada)

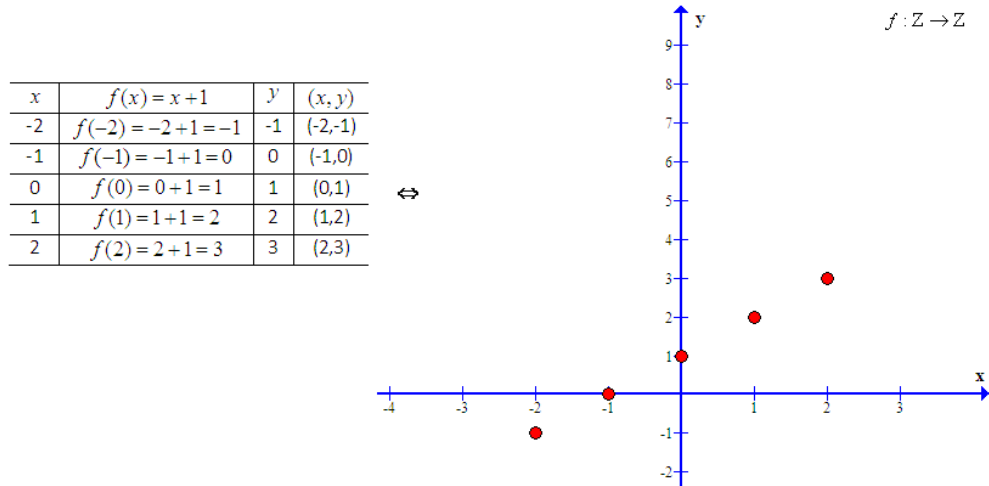


Fonte: Elaboração do autor.

Na figura 8, a seguir, há um exemplo de heterogeneidade dos dois sentidos da conversão, considerando que o estudante consegue “transitar” entre os registros, mesmo alterando o registro de partida.

Duval destaca que, geralmente, o fenômeno da heterogeneidade não é considerado no ensino, pois se considera que o treinamento efetuado num determinado sentido implicaria, automaticamente, o domínio do sentido oposto.

Figura 8 – Conversão de uma função no registro de representação tabular para o registro de representação gráfico e vice-versa.



Fonte: Elaboração do autor.

2.5 COORDENAÇÃO ENTRE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO

Duval (2009) justifica a necessidade da coordenação entre os diferentes registros de representação semiótica no processo de ensino e aprendizagem por meio de três argumentos: o argumento dos custos de tratamento e do funcionamento de cada registro, o argumento das limitações específicas a cada registro, e o argumento da conceitualização implicando uma coordenação de registros de representação.

Em relação ao *custo de tratamento*, Duval destaca que determinados registros permitem efetuar os tratamentos de forma mais econômica e possante que outros.⁴ Por exemplo, o registro gráfico permite visualizar o comportamento de uma função quadrática (intervalo crescente/decrescente, valor máximo/mínimo, zeros ou raízes), de forma mais econômica que o registro tabular ou algébrico.

As *limitações específicas de cada registro* sugerem a complementaridade de registros. Essa complementaridade se torna necessária na medida em que cada registro representa uma visão parcial do objeto representado. Assim, a atividade de conversão possibilita ao estudante visualizar diferentes aspectos de determinada situação. Portanto, um

⁴ A noção de custo de processamento será analisada extensivamente na consideração da Teoria da Relevância.

gráfico, uma tabela, um diagrama são registros parciais do objeto matemático FUNÇÃO, por exemplo. Cada um desses diferentes registros apresenta uma especificidade que, quando percebida, torna-se um caminho para a compreensão do objeto matemático como um todo.

O terceiro argumento apresentado, a *coordenação entre registros*, é a chave para compreensão dos diferentes objetos matemáticos. Desta forma, “a atividade conceitual não pode, então, mais ser isolada da atividade semiótica porque *a compreensão conceitual aparece ligada à descoberta de uma invariância entre representações semioticamente heterogêneas*” (DUVAL, 2009, p. 83, itálico no original).

Entretanto, é importante destacar que a coordenação entre os diferentes registros não ocorre espontaneamente. Para muitos estudantes, em diferentes níveis de ensino, converter um objeto matemático parece muito difícil ou até mesmo impossível, tendo em vista o fenômeno de não congruência entre os diferentes registros.

Essa dificuldade ocorre porque converter um objeto matemático em diferentes registros, especialmente aqueles não congruentes, exige o uso de inferências. Para compreender como o aluno realiza essas inferências, no próximo capítulo discute-se os fundamentos teóricos e metodológicos da Teoria da Relevância.

3 TEORIA DA RELEVÂNCIA

Neste capítulo, apresentamos a Teoria da Relevância, desenvolvida por Dan Sperber e Deirdre Wilson (2001 [1986], 1995)⁵. Para dar conta dessa apresentação, dividimos o capítulo em quatro seções dedicadas, respectivamente, a questões sobre comunicação, relevância, inferência e aspectos da comunicação verbal envolvidos no processo de ensino e aprendizagem de objetos matemáticos.

3.1 COMUNICAÇÃO

De acordo com Wilson, o problema central para uma teoria pragmática do processamento cognitivo da linguagem natural encontra-se no fato de que um comunicador, ao transmitir um enunciado ou elocução, busca comunicar algo a mais do que o significado alcançado pela estrutura gramatical codificada pela sentença desse enunciado ou elocução. Nesse sentido, o objetivo de uma pragmática cognitiva é estudar “como propriedades linguísticas e fatores contextuais interagem na interpretação de enunciados” (WILSON, 2005, lição 1, p. 1).

A pragmática foi introduzida na linguística para dar conta do uso da linguagem em vez de sua estrutura. Seu desenvolvimento se deu principalmente a partir dos estudos de Paul Grice. Conforme Silveira e Feltes (2002), Grice argumenta existir um hiato (espaço) entre o significado do falante, transmitido por meio de uma construção linguística, e o significado do ouvinte. Segundo o modelo de comunicação proposto por ele, esse hiato é preenchido não mais por um simples processo de decodificação, mas por um processo inferencial que leva em consideração o contexto. Para dar conta de como os interlocutores saltam dos conteúdos codificados a interpretações inferenciais, Grice propôs que as pessoas seguem um acordo tácito razoável e racional de cooperação. Grice denominou este acordo de Princípio de Cooperação.⁶

⁵ A Teoria da Relevância foi desenvolvida no livro *Relevance: communication e cognition*, cuja primeira edição foi publicada em 1986. Em 2001, foi editada a tradução da obra, da qual se retiram várias das citações desta dissertação. A segunda edição do livro, em 1995, mantém o conteúdo da primeira e acrescenta revisões no posfácio. A tradução do posfácio foi publicada em 2005 na Revista Linguagem em (Dis)curso da Unisul.

⁶ Para aprofundamentos, ver Wilson (2005), Grice (1982).

Princípio de Cooperação:

Faça sua contribuição conversacional tal como é requerida no momento em que ocorre, pelo propósito ou direção do intercâmbio conversacional em que você está engajado. (1982, p. 86)

Como o princípio de cooperação revelou-se muito genérico, ele foi operacionalizado em quatro categorias e máximas, conforme apresentado a seguir:

Categorias e Máximas:

I. Quantidade

- (a) Faça sua contribuição tão informativa quanto é requerido.
- (b) Não faça sua contribuição mais informativa do que é requerido.

II. Qualidade

- (a) Não diga aquilo que você acredita ser falso.
- (b) Não diga aquilo que você não dispõe de evidência adequada.

III. Relação

Seja relevante

IV. Maneira

- (a) Evite obscuridade de expressões.
- (b) Evite ambiguidade.
- (c) Seja breve.
- (d) Seja ordenado. (SILVEIRA; FELTES, 2002, p. 22).

Sperber e Wilson, num primeiro momento, tentaram operacionalizar a categoria de relação, partindo do princípio também razoável que os seres humanos são sensíveis à relevância dos estímulos a que são submetidos. Contudo, diante de problemas intransponíveis com o modelo de Grice, desenvolveram o que denominaram de Teoria da Relevância na obra *Relevance: communication and cognition*, de 1986 (SPERBER; WILSON, 1986, 2001).

Wilson destaca que a Teoria da Relevância é baseada em alguns princípios básicos, propondo que o processamento de informações ocorre espontaneamente por meio de um processo inferencial de comunicação guiada pela relevância.

São essas as suposições sobre a comunicação guiadas pela relevância:

- 1a. Cada enunciado tem uma variedade de interpretações linguisticamente possíveis, todas compatíveis com o significado decodificado da sentença.
- 1b. Nem todas essas interpretações são igualmente acessíveis ao ouvinte (i.e. são igualmente prováveis de vir a mente do ouvinte) em dada ocasião.
- 1c. Ouvintes são equipados com um critério singular e muito geral para avaliação das interpretações à medida que elas ocorrem, aceitando-as ou rejeitando-as como hipóteses sobre o significado do falante.
- 1d. Este critério é bastante poderoso para excluir todas, exceto uma única interpretação (ou algumas interpretações próximas semelhantes), de modo que o ouvinte tem o direito de assumir que a primeira hipótese que o satisfaz (se alguma) é a única plausível. (WILSON, 2005, lição 3, p. 1)

Neste capítulo, vamos analisar essas suposições, partindo dos princípios fundamentais da teoria. A Teoria da Relevância se fundamenta na definição de relevância e em dois princípios gerais: o princípio cognitivo e o princípio comunicativo de relevância:

Princípio cognitivo da relevância

A cognição humana tende a dirigir-se para a maximização da relevância.

Princípio comunicativo da relevância

Enunciados (ou outros estímulos ostensivos) criam presunções de relevância. WILSON, 2005, lição 4, p. 1 e p. 4, *negrito no original*).

Relevância consiste numa inequação entre os efeitos cognitivos gerados por uma entrada de dados, os *inputs* – enunciados, pensamentos, sons, memórias, registros de representação, etc. e o esforço de processamento. O que o que torna um *input* relevante é o fato de ele valer a pena ser processado. Quanto maiores os efeitos cognitivos de um *input*, maior a sua relevância; e, em igualdade de condições, quanto menor o esforço de processamento em relação a esses efeitos, maior a relevância.

Do princípio cognitivo de relevância, obtém-se que a cognição humana foi desenvolvida de tal modo que ela busca direcionar a atenção do ouvinte para a maximização da relevância cumulativa dos *inputs* que ela processa (WILSON, 2005, p. 1). Desta forma, a cognição humana busca alocar a atenção e os recursos de processamentos aos *inputs* disponíveis que se mostrem mais relevantes, e ainda processá-los de modo a maximizar sua relevância.

Consideremos o exemplo a seguir:

(4) Um quadrado tem lado medindo 5 cm. Qual será o perímetro de outro quadrado, sabendo-se que a razão de semelhança entre o primeiro e o segundo é 2/5? (GIOVANNI; CASTRUCCI; GIOVANNI JR 2009, p. 227).

No exemplo (4) acima, várias suposições poderiam ser construídas a partir do enunciado proposto. Abaixo, listam-se algumas possibilidades:

S₁ – A razão de semelhança é 2/5.

S₂ – O lado de um quadrado mede 5 cm.

S₃ – O perímetro de um quadrado é a soma de todos os seus lados.

S₄ – O quadrado tem quatro lados iguais.

S₅ – Se o lado de um quadrado mede 5 cm, e se o quadrado tem quatro lados iguais, então seu perímetro mede 20 cm.

S₆ – Se o perímetro do primeiro quadrado é 20 cm, e a razão é 2/5 então o perímetro do segundo é 50 cm.

S₇ – O quadrado têm quatro ângulos de 90°.

S₈ – Dois quadrados são sempre semelhantes.

S₉ – Se a razão entre lados e perímetros é 2/5, então a razão entre as áreas destes quadrados é 4/25.

Embora todas essas suposições sejam verdadeiras, as suposições (S_1 - S_6) tenderiam a ser empregadas na solução do problema por um mecanismo de interpretação guiado pela relevância, uma vez que elas contribuem para a resolução. Inversamente, as suposições (S_7 - S_9) tenderiam a não ser utilizadas, por não contribuírem para essa resolução.

Isso ocorre porque, segundo Wilson:

A cognição humana foi desenvolvida de tal modo que ela tende a fazer o uso mais eficiente da atenção e dos recursos de processamento, automaticamente alocando atenção a *inputs* potencialmente relevantes e tendendo a processá-los de modo mais produtivo. (2005, lição 4, p. 1).

Do princípio comunicativo, conclui-se que um falante busca utilizar um estímulo que pareça relevante o suficiente para atrair a atenção do ouvinte e, ainda, que justifique o esforço que será necessário despender durante a compreensão. Esse estímulo parecerá relevante conforme as habilidades e as preferências do comunicador (trata-se da *presunção de relevância ótima*, a ser desenvolvida na seção 3.3). Para os autores, quanto maior for o número dos efeitos cognitivos, e menor o esforço de processamento, maior será a sua relevância, ou seja, um *input* torna-se relevante à medida que ofereça ganhos cognitivos em seu processamento.

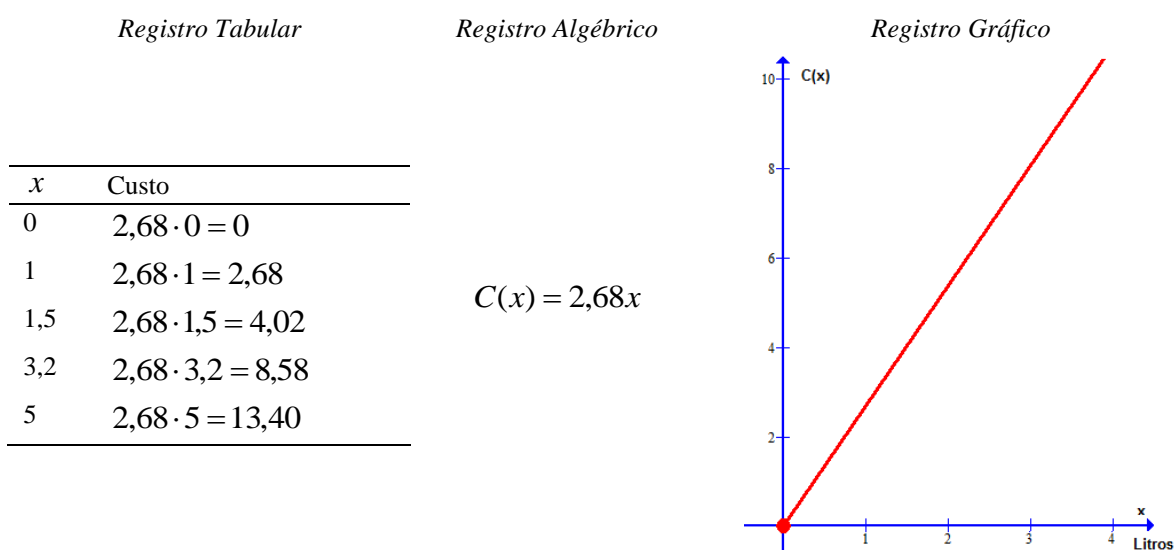
Em Teoria da Relevância, um efeito cognitivo é certo resultado de modificação ou reorganização de suposições já existentes pelo processamento de um *input* em determinado contexto. Essa modificação pode ocorrer pelo fortalecimento ou contradição de uma suposição, ou ainda por uma combinação com as suposições existentes (a implicação contextual), isto é, uma conclusão obtida da união da entrada de dados e do contexto.

O fortalecimento e a contradição afetam o grau de força com que um indivíduo confia na veracidade de determinada suposição. A reiterada utilização de diferentes registros de representação semiótica é um exemplo de fortalecimento de determinada suposição e uma das razões pelas quais vale a pena o esforço de conversão. Vejamos o exemplo a seguir:

(5) Em um posto, o custo da gasolina é de R\$ 2,68. Represente matematicamente o valor pago pela gasolina em função da quantidade consumida.

O estudante poderia representar a situação utilizando o registro de representação tabular, algébrico ou gráfico. Vejamos o resultado na tabela e figuras a seguir.

Figura 9 – Registro de representação tabular, algébrico e gráfico da função.



Fonte: Elaboração do autor.

A utilização destes diferentes registros, quando combinados, pode facilitar a construção ou ainda fortalecer o conceito de função, dado que cada um deles possibilita a visualização de determinadas informações, permitindo ao estudante o aumento do efeito cognitivo e, conseqüentemente, aumentando a relevância da abordagem de determinado conteúdo. Por exemplo, o registro algébrico permite concluir que a variação da quantidade de gasolina influencia o custo, porém isto requer um maior esforço do que quando utilizado o registro de representação tabular, que possibilita ao estudante perceber como se dá esta variação (crescente/decrecente; variável contínua/discreta). O registro gráfico possibilita que o estudante, além das conclusões anteriores, visualize o comportamento desta variação (linear/não linear; campo de definição), embora isso possa ser inferido nos outros registros com maior custo de processamento.

A contradição, por sua vez, opera em sentido inverso, ou seja, diminuindo o grau de confiança em determinada suposição. Para ilustrar um caso em que ocorra a contradição, consideremos um caso de raciocínio típico entre aprendizes no exemplo (6) a seguir:

(6) Hoje, a razão entre a idade de Juvenal e a idade do pai dele é $1/3$. Qual será a razão entre as idades deles, quando Juvenal tiver o dobro da idade que ele tem hoje? (OLIVEIRA et al., 2008, p. 82)

Num primeiro momento, o estudante pode realizar as suposições abaixo:

- S_1 – Se hoje a razão entre a idade de Juvenal e de seu pai é $1/3$, então o pai tem 3 vezes mais a idade do filho.
- S_2 – Se o filho tiver 10 anos, então o pai terá 30 anos.
- S_3 – Se o filho passar a ter 20 anos, então o pai passará a ter 60 anos;
- S_4 – Se o filho tem 20 anos, e o pai 60 anos, então a razão entre a idade dele é $1/3$.

Mais à frente, o estudante depara-se com o fato de que não decorre do dobro da idade do filho o dobro da idade do pai. Vejamos:

- S_1 – Se hoje a razão entre a idade do pai e do filho é $1/3$, então o pai tem 3 vezes mais a idade do filho;
- S_2 – Se o filho tiver 10 anos, então o pai terá 30 anos;
- S_3 – O pai têm 20 anos a mais que o filho;
- S_4 – Se o filho passar a ter 20 anos, então o pai passará a ter 40 anos;
- S_5 – Se o filho tem 20 anos, e o pai 40 anos, então a razão entre a idade deles é $1/2$.

Cabe ao estudante rever seu resultado, uma vez que a resposta fornecida pelo professor contradiz com a sua. Diante de duas suposições rivais, um indivíduo racional descarta a suposição mais fraca e assume a mais forte.

Num processo de implicação, a proposição de diferentes insumos como premissas implicadas, gera diferentes conclusões implicadas. No exemplo anterior, se a idade inicial de Juvenal é de 15 anos, conseqüentemente a idade de seu pai é de 45 anos. Duplicando a idade de Juvenal, temos 30 anos, a idade de seu pai 60 anos e a mesma razão de $1/2$. Esse processo todo exemplifica efeitos de implicação contextual.

Em relação ao esforço de processamento, por *default*, para cada processamento de informação há um custo agregado. Contudo, esse custo agregado pode ser diminuído por uma série de fatores. Para Wilson (2005, lição 3), a recentidade de uso, a frequência de uso, a complexidade linguística e a complexidade lógica são fatores que afetam o esforço de processamento necessário para a compreensão de um enunciado.

- a) Recentidade de uso. Quanto mais recentemente foi usada uma palavra, um conceito, um dom, uma construção sintática ou uma suposição contextual, menor o esforço de processamento que ela requer.
- b) Frequência de uso. Quanto mais recentemente foi usada uma palavra, um conceito, um dom, uma construção sintática ou uma suposição contextual, menor o esforço é requerido para o processamento.
- c) Complexidade linguística. Quanto mais complexa for uma palavra, uma frase, uma construção sintática ou fonológica, mais esforço de processamento ela requer.
- d) Complexidade lógica. Muito trabalho experimental mostra que expressões negativas como não, impossível ou sem dúvida causam mais dificuldades que suas correspondentes expressões positivas (por exemplo, possível, crença). (WILSON, 2005, lição 3, p. 8).

Se pensarmos os objetos matemáticos e os processos de conversão e tratamento, constataremos que um conceito recentemente/frequentemente utilizado requer um menor esforço de processamento do que outro pouco utilizado. Já a complexidade linguística e lógica são fatores determinantes na resolução de problemas, considerando que quanto mais complexo for um enunciado, maior será o esforço de processamento requerido no processo de conversão do registro em língua natural para um registro matemático.

“Segue-se do Princípio Cognitivo da Relevância que a atenção humana e os seus recursos de processamento estão dirigidos para as informações que parecem relevantes.” (WILSON, 2001, p. 12). Com base nesse princípio, é possível operacionalizar um segundo princípio ou princípio comunicativo de relevância:

Segue-se do Princípio Comunicativo da Relevância que uma pessoa falante, pelo próprio acto de estar a dirigir-se a alguém, cria uma expectativa de relevância óptima. Uma elocução é optimamente relevante quando é bastante relevante para valer a pena ser processada, e é, além disso, a elocução mais relevante que a pessoa falante tem a vontade e a capacidade de produzir. (WILSON, 2001, p. 12).

Um enunciado é otimamente relevante se, e somente se:

- (a) É pelo menos bastante relevante para valer a pena ser processada;
- (b) É a mais relevante compatível com as capacidades e as preferências da pessoa falante. (WILSON, 2001, p. 12).

Em sala de aula, o objetivo do estudante, diante de um problema, é justamente encontrar uma solução, buscando alcançar a relevância óptima. Para isso ele deverá partir do significado linguístico do enunciado, enriquecê-lo em nível explícito, completa-lo em nível implícito, seguindo um caminho que apresente um esforço mínimo, resultando numa interpretação que atenda a expectativa de relevância.

É justamente esse caminho ou heurística expressa pelo Processo teórico da compreensão com base na relevância (WILSON, 2001, p. 13), a saber:

Processo teórico da compreensão com base na relevância:

Seguir um caminho de esforço mínimo na computação de efeitos cognitivos:

- (a) Considerar hipóteses interpretativas (desambiguações, atribuições referenciais, suposições contextuais, implicaturas, etc.) seguindo a ordem de acessibilidade;
- (b) Parar quando é alcançado o nível esperado de relevância.

3.1.1 Contexto

Por contexto, define-se o conjunto de premissas utilizadas na compreensão de um enunciado. Um contexto é formado por um subconjunto de suposições que o ouvinte tem do mundo (SPERBER; WILSON, 2001 [1986]). Para Wilson (2005), os fatores contextuais desempenham papel fundamental na identificação de conteúdos explícitos e implícitos de um enunciado. Assim, o contexto é um construto psicológico, determinado pelas representações mentais que o ouvinte constrói e usa na determinação do significado do falante. Portanto, a seleção do contexto determina a interpretação.

Sperber e Wilson (2001 [1986]) definem contexto como o conjunto de premissas que são utilizadas na interpretação de um enunciado. O conjunto de suposições tanto do exemplo da razão entre dois quadrados como o da razão entre a idade do pai e a idade do filho, constitui o contexto para essas questões. Cada novo enunciado em geral ou enunciado de problema matemático em particular exige um contexto diferente. Dessa forma, um falante que busque uma interpretação ótima precisa criar um contexto que permita ao ouvinte recuperar essa interpretação. Cabe ressaltar ainda que, “se suposições afetam o resultado do processo de interpretação, então, para reconhecer a interpretação pretendida de um enunciado o ouvinte deve fazer uma escolha apropriada de contexto (WILSON, 2005, lição 1, p. 6)”.

Ainda em relação ao contexto, é necessário garantir que o contexto utilizado pelo falante seja idêntico ao visualizado pelo ouvinte para que não ocorra equívocos na interpretação, ou seja, é necessário o compartilhamento de suposições manifestas. Desta forma, o conhecimento matemático do docente torna-se indispensável, já que este se encontra diretamente relacionado ao processo de ensino. O professor, em face de um conteúdo a ser ensinado, deve conhecer a sua natureza, suas diferentes formas de representação, suas possíveis aplicações, e ainda os objetivos de sua inserção no currículo escolar, tendo em vista que a abordagem utilizada pode ou não possibilitar um aprendizado significativo, pode ou não alterar o ambiente cognitivo do estudante.

[...] Para que o ouvinte tenha a certeza de fazer a recuperação da interpretação correcta, aquela que a pessoa falante pretendia, cada pormenor da informação contextual utilizado na interpretação da elocução tem de ser não só conhecido pela pessoa falante e pelo ouvinte, mas também conhecido mutuamente (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 49).

Nesse processo, os autores questionam a necessidade de um conhecimento mútuo, tendo em vista que mesmo que falante e ouvinte busquem restringir-se a informações mutuamente conhecidas, não poderão garantir sucesso na comunicação. Diante deste questionamento e considerando que o conhecimento mútuo precisa ser sentido como certo para existir, os autores concluem que o conhecimento mútuo nunca pode existir, já que ele jamais poderá ser sentido com certo.

É importante destacar que o fato de os autores não considerarem a existência do conhecimento mútuo, não nega a existência de informações partilhadas, levando-se em consideração que falante e ouvinte partilham informações. “Em primeiro lugar, o próprio processo de comunicação dá origem a informações partilhadas; em segundo lugar, o partilhar de algumas informações é necessário se se deseja levar a cabo uma comunicação (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 78-79).”

Contudo, mesmo que estejamos todos inseridos em um mesmo ambiente, as capacidades inferenciais e perceptuais variam de indivíduo para indivíduo, além de cada ser humano ter memórias e acesso a informações diferenciadas, ou seja, cada pessoa tem um ambiente cognitivo diferente.

No ensino da matemática, essa situação não é diferente. Os estudantes não chegam ao processamento de novos conceitos com a “mente vazia”, tendo em vista que nesta ciência informações já dadas são recuperadas a todo o momento. Portanto, concordando com Sperber e Wilson (2001 [1986]), o contexto imediatamente dado é apenas um contexto inicial que pode ser ampliado em diferentes sentidos.

Consideremos uma aula de geometria, cuja meta seja definir o conceito de prisma.

(7) Os prismas são poliedros convexos que têm duas faces paralelas e congruentes (chamadas bases) e as demais faces em forma de paralelogramos (chamadas faces laterais). (GIOVANI et alii. , 1994, p. 442)

Para que ocorra uma real compreensão do conceito de prisma, torna-se necessário ampliar o contexto, ou ainda, acrescentar novos objetos matemáticos. A primeira forma de estender o contexto é recuperar informações anteriores, ou seja, os conhecimentos prévios do estudante sobre, por exemplo, “o que é um poliedro convexo”, “o que são faces paralelas”, “o que é um paralelogramo”, no domínio da matemática, e, ainda, o que significa ‘congruente’, no domínio da linguagem natural. Uma segunda maneira de extensão é acrescentar entradas enciclopédicas a conceitos já presentes. Nesse caso, teríamos o processo de conversão, apresentando, por exemplo, prismas no registro geométrico de representação. Uma terceira

possibilidade de estender o contexto seria a de inserir informações sobre o ambiente imediatamente observável. Poderíamos citar como exemplo de faces paralelas as paredes da sala de aula, ou, ainda, apresentar objetos que tenham o formato de um prisma.

Essa discussão põe em evidência o papel da ostensão de estímulos comunicativos como reveladores de alguma intenção informativa.

3.1.2 A noção de intenção

O conceito de intenção como fundamental para descrever e explicar o processamento da linguagem foi pensado pela primeira vez por Grice no artigo *Meaning*, de 1957. Neste texto, Grice distingue *significado natural* de *significado não natural*, sendo o último caracterizado pela intenção. Grice define intenção como segue:

[F] queria dizer alguma coisa por meio de x” é (mais ou menos) equivalente a “[F] tencionava que ao proferir x produzisse algum efeito num receptor através do reconhecimento dessa intenção. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 53).

Strawson (1971) reformula esta ideia, separando-a em três subintenções. Segundo ele, para significar alguma coisa por x, F deve ter a intenção de:

- (a) a elocução x produzida por F ir produzir uma certa resposta r num certo receptor R;
- (b) a intenção (a) de F ir ser reconhecida por R;
- (c) o reconhecimento por R da intenção (a) de F ir funcionar como parte, pelo menos, da razão de R dar a resposta r de R. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 53).

Como se pode perceber, Grice define o “significado” a partir das intenções do comunicador. Sperber e Wilson (2001 [1986]) acreditam que o comunicador pode comunicar com êxito sem satisfazer todas as intenções propostas pela teoria de Grice.

Sperber e Wilson acreditam que o processo comunicacional pode ser bem sucedido mesmo que a intenção (a) acima não seja satisfeita, já que esta não se caracteriza como uma intenção de comunicar. Os autores descrevem esta intenção como uma intenção de informar, denominando-a de intenção informativa. A intenção (b) acima, ou seja, a intenção de ser reconhecida a intenção informativa do comunicador é chamada de intenção comunicativa. A intenção (c) acima é considerada desnecessária, considerando que esta intenção só pode ser satisfeita quando a intenção informativa (a) também é, e como (a) não é necessária para uma comunicação bem sucedida, (c) também não é necessária.

Para Sperber e Wilson, um enunciado é um caso especial de estímulo necessário para que ocorra a comunicação, que apresenta dois níveis de intenção:

- (a) a Intenção informativa: para informar o receptor de alguma coisa;
- (b) a Intenção comunicativa: para informar o receptor da intenção informativa de alguém. (2001 [1986], p. 65).

Sperber e Wilson (2001 [1986], p. 70) argumentam que “o modelo semiótico tem o mérito de dar uma explicação de como é que a comunicação poderia em princípio ser conseguida”. Para eles este modelo falha, não pelo lado explicativo e sim pelo descritivo, considerando que os seres humanos não comunicam através da codificação/decodificação dos pensamentos. Para os autores, “segundo o modelo inferencial, a comunicação é conseguida pelo reconhecimento por parte do ouvinte da intenção informativa da pessoa que comunica” (2001 [1986], p. 70). Portanto, o comportamento comunicativo exige visivelmente a atenção do receptor, antes mesmo do reconhecimento da intenção informativa do comunicador.

Em relação à intenção comunicativa, esta é considerada uma intenção informativa de segunda ordem, sendo satisfeita assim que a intenção de primeira ordem, a intenção informativa, for reconhecida. A intenção comunicativa pode ainda ser satisfeita sem que a intenção informativa correspondente seja⁷.

3.1.3 Ambientes cognitivos e manifestação mútua

Conforme exposto anteriormente, o processo de comunicação está relacionado ao partilhar de informações e, ainda, às capacidades inferenciais e perceptuais que variam de um indivíduo para outro. Assim, mesmo que todos os indivíduos estivessem inseridos em um mesmo ambiente físico, eles teriam ambientes cognitivos diferentes.

Diante dessas considerações, retomando a questão do contexto, Sperber e Wilson propõem a noção de manifestabilidade que, por extensão, gera a noção de ambiente cognitivo:

Um facto é manifesto a um indivíduo em dada altura, se e apenas se, ele for capaz nessa altura de o representar mentalmente e de aceitar a sua representação como verdadeira ou provavelmente verdadeira.
Um ambiente cognitivo de um indivíduo é um conjunto de factores que lhe são manifestos. (2001 [1986], p. 79-80).

⁷ A relação existente entre as intenções informativa e comunicativa será retomada na secção 3.1.4.

Segue dessa definição que o ambiente físico e as capacidades cognitivas (aqui se encontram as informações armazenadas) de um indivíduo fazem parte de seu ambiente cognitivo total.

Os autores afirmam, ainda, que suposições manifestas que os indivíduos consideram com maior probabilidade são mais manifestas, ou seja, o treino permite que as capacidades cognitivas de um indivíduo possam ser maximizadas.

Resta perguntar se um ambiente cognitivo pode ser partilhado entre duas pessoas. Parafraseando Sperber e Wilson (2001 [1986]), quando ocorre a intersecção de dois ambientes cognitivos totais, há um ambiente cognitivo totalmente partilhado, ou seja, há um ambiente cognitivo partilhado quando um conjunto de fatores são manifestos simultaneamente a ambos os indivíduos. Para os autores, não há qualquer obrigação de duas pessoas realizarem as mesmas suposições. O que eles enfatizam é a capacidade de elas poderem fazer isso.

Sperber e Wilson complementam:

Qualquer ambiente cognitivo partilhado em que esteja manifesto quais as pessoas que o partilham é aquilo a que chamaremos um *ambiente cognitivo mútuo*. Num ambiente cognitivo mútuo, para toda a suposição manifesta, o facto de ela ser manifesta para as pessoas que partilham esse ambiente é ele próprio manifesto. Por outras palavras, num ambiente cognitivo mútuo, toda a suposição manifesta é aquela a que chamaremos *mutuamente manifesta*. (2001 [1986], p. 83, itálico no original).

Pensando o processo de transposição didática dos objetos matemáticos, poderíamos dizer, novamente concordando com Sperber e Wilson, que o objetivo do ensino é justamente alterar o ambiente cognitivo do ouvinte: o estudante. Para que ocorra sucesso nesse processo, é fundamental o conhecimento do ambiente cognitivo do estudante. Isso implicaria um alargamento do ambiente cognitivo mútuo na relação professor/estudante e, conseqüentemente, uma comunicação bem sucedida.

Durante este processo, o ouvinte buscará processar de maneira eficiente as informações apresentadas. Concordando com Sperber e Wilson (2001 [1986]), esta eficiência só poderá ser definida em relação a uma meta, a qual deverá ser obtida ao mais alto grau possível, com um custo mínimo de processamento.

Para Sperber e Wilson, “quando o processamento de informações novas dá origem a um tal efeito de multiplicação, chamamos-lhe *relevante*. Quanto maior for o efeito da multiplicação, maior a relevância” (2001 [1986], p. 92, itálico no original). Os autores defendem que os seres humanos buscam adquirir o mais eficiente processamento possível de informações, buscando sempre a maximização da relevância.

Em sala de aula, na relação professor-estudante, o professor apresenta um comportamento que manifesta sua intenção de tornar alguma coisa manifesta, um conteúdo, um determinado objeto matemático. Sperber e Wilson denominam este comportamento de comportamento ostensivo, ou ainda ostensão.

Cabe ressaltar que durante o processamento de informações algum esforço será despendido na expectativa de alguma recompensa. Portanto, não é qualquer fenômeno que merece atenção. Assim a ostensão vem com uma garantia de relevância. Parafreaseando Sperber e Wilson (2001 [1986]), é justamente essa garantia de relevância que possibilita ao ouvinte inferir quais das suposições manifestas pela primeira vez foram intencionalmente tornadas manifestas.

[...] um acto de ostensão transmite em si próprio uma garantia de relevância e de que este facto – a que chamaremos de *princípio de relevância* – torna manifesta a intenção que se encontra por trás da ostensão (SPERBER; WILSON, 2001 [1986]. p. 95, itálico no original).

Em relação à ostensão, podem-se observar dois níveis de informação. Inicialmente existem aquelas informações para as quais se chamou a atenção e, em segundo lugar, aquelas informações de que se chamou intencionalmente a atenção para o primeiro nível de informações. Para que o processamento de informações ocorra de forma eficiente, torna-se necessário reconhecer a intenção existente por trás da ostensão.

A comunicação inferencial e a ostensão são exactamente o mesmo processo, mas visto de dois pontos de vista diferentes: o da pessoa que comunica que está envolvida na ostensão e o do receptor que está envolvido na inferência. A comunicação inferencial ostensiva consiste em tornar manifesto a um receptor a intenção de se tornar manifesto um nível básico de informações. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 100).

3.1.4 A intenção informativa e a intenção comunicativa

Torna-se necessário retomar e explorar a diferença entre intenção informativa e comunicativa para uma melhor compreensão dos estímulos ostensivos e do princípio da relevância. Os autores (2001 [1986], p. 228) chamam de *intenção informativa* a intenção de informar algo a uma audiência. Esta intenção de primeira ordem busca alterar não o pensamento do ouvinte, mas sim o seu ambiente cognitivo. Por sua vez, os autores chamam de *intenção comunicativa* a intenção de informar uma intenção informativa a esta audiência. Eles sugerem que quando a audiência reconhece a intenção informativa ocorre à compreensão, isto é, quando a intenção comunicativa é satisfeita.

A intenção informativa: tornar manifesto ou mais manifesto ao receptor um conjunto de suposições {I}. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 105, itálico no original).

A intenção comunicativa: tornar mutuamente manifesto ao receptor e à pessoa que comunica que a pessoa que comunica tem essa intenção informativa (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 109, itálico no original).

Retomando o exemplo (7) acima, o professor, ao enunciar o conceito de prisma, intenção comunicativa, revela a intenção comunicativa de transmitir essa definição, intenção informativa.⁸ Desta forma, os estímulos ostensivos são projetados para atrair a atenção dos ouvintes, fazendo com que eles reconheçam a intenção informativa do falante. Para Sperber e Wilson (2001 [1986], p. 110) “o simples informar altera o ambiente cognitivo do receptor. A comunicação altera o ambiente cognitivo mútuo do receptor e da pessoa que comunica”.

Em sala de aula, questiona-se se o estímulo utilizado pelo professor foi relevante o suficiente para alterar o ambiente cognitivo do estudante ao mais alto grau possível e com menor custo de processamento? É justamente nesse processo que a teoria dos registros de representação semiótica contribui para o ensino da matemática, já que a mobilização dos diferentes registros permite ao estudante visualizar uma mesma informação por diferentes *inputs*, o que possibilita uma ampliação dos efeitos cognitivos. Embora mobilizar registros aumente o custo de processamento, este se justifica pelo ganho no processamento das informações, considerando que “o ambiente cognitivo assim criado é o suficiente para que continuemos a comunicar ainda mais pensamentos que de outro modo seríamos incapazes de comunicar” (SPERBER; Wilson 2001 [1986], p. 112).

Neste sentido, a comunicação inferencial e a comunicação codificada podem ser utilizadas paralelamente, já que a segunda pode ser utilizada como meio de fortalecer a comunicação inferencial ostensiva. Isso ocorre porque um estímulo ostensivo é a base para a comunicação ostensivo-inferencial, e que os diferentes registros de representação podem servir como estímulos ostensivos.

A comunicação inferencial ostensiva: a pessoa que comunica produz um estímulo que torna mutuamente manifesto à pessoa que comunica e aos receptores que a pessoa que comunica tenciona, por meio desse estímulo, tornar manifesto ou mais manifesto aos receptores um conjunto de suposições {I}. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 112, itálico no original).

⁸ Ressalvemos, contudo, que não basta enunciar a intenção informativa para comunicá-la integralmente, como argumentamos, pois é possível ao estudante decorar a definição sem compreender conceitos como “o que é um poliedro convexo”, “o que são faces paralelas”, “o que é um paralelogramo”, que fundamentam a informação. Essa questão está no centro das discussões sobre um ensino significativo em matemática.

Em outras palavras, a comunicação inferencial ostensiva garante que o comunicador busca tornar mutuamente manifesto, por ostensão, um conjunto de suposições, isto é, criar um ambiente cognitivo mútuo, para que possa haver continuidade na comunicação, e o receptor busca inferir informações deste conjunto de suposições.

Parafraseando Sperber e Wilson (2001 [1986]), o falante/comunicador requer atenção ao produzir um enunciado, garantindo que seu enunciado é relevante o suficiente para ser processado. Sendo assim, os estímulos ostensivos despertam expectativas de relevância, que é alcançada quando a intenção informativa é reconhecida.

3.2 INFERÊNCIA

O modelo de comunicação ostensivo proposto por Sperber e Wilson é essencialmente inferencial. Assim, uma pessoa comunica ostensivamente buscando ter sua intenção informativa reconhecida e utilizando estímulos que permitam alcançar tal objetivo. Para Sperber e Wilson (2001 [1986]) o processo inferencial de compreensão não é demonstrativo, o que pode ocorrer é uma confirmação das suposições levantadas, mas não uma prova. Não existe nenhuma garantia que a comunicação seja bem sucedida, mesmo em ótimas circunstâncias. Desta forma, qualquer informação conceitualmente representada poderá ser utilizada como premissa para obtenção de uma conclusão durante o processo de compreensão inferencial. Concordando com Sperber e Wilson (2001 [1986]), durante a compreensão de um enunciado, as únicas hipóteses e evidências disponíveis serão aquelas acessíveis de forma imediata, ou seja, a primeira interpretação é aquela que será considerada, não importando a quantidade de interpretações alternativas que se encontrem disponíveis. Os dados ou pistas utilizados nesse processo serão aqueles fornecidos pelo falante.

Se pensarmos a resolução de problemas matemáticos, perceberemos que são justamente essas pistas que possibilitam que o estudante solucione um problema. Podemos citar como exemplo problemas envolvendo as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números naturais. Para que o estudante possa identificar a operação mais adequada para resolver determinadas situações, ele precisa inferir que: (a) situações que envolvem a ideia de juntar quantidades e acrescentar quantidades estão relacionadas à adição; (b) problemas que necessitam comparar quantidades, determinar a diferença entre quantidades ou tirar uma quantidade de outra se relacionam à subtração; (c) situações que buscam adicionar muitas vezes uma mesma quantidade, combinar possibilidades ou nas quais esteja envolvida a noção de proporcionalidade relacionam-se à multiplicação; e (d) problemas em que se precisa repartir uma quantidade em partes iguais, ou ainda, saber quantas vezes uma quantidade cabe em outra, relacionam-se à divisão.

Vejamus uma atividade proposta por um livro didático de 6º ano do Ensino Fundamental II. O objetivo desta atividade é avaliar as capacidades inferenciais do estudante em relação às operações citadas.

Leia atentamente as situações seguintes e indique a operação (adição, subtração, multiplicação ou divisão) mais adequada para resolvê-las.

- a) Em uma criação de avestruzes, cada alqueire de terra comporta, em média, 150 avestruzes. Quantos desses animais comportaria uma área de 10 alqueires?
- b) Uma empresa tem 600 funcionários. Desses, 250 têm mais de 30 anos de idade. Quantos funcionários dessa empresa têm 30 anos ou menos?
- c) Em um navio trabalhavam 98 tripulantes de nacionalidade brasileira e 576 tripulantes de outras nacionalidades. Qual o total de tripulantes a bordo?
- d) Um tênis custa 145 reais. Caio tem 90 reais. Quanto falta para Caio comprar o tênis?
- e) Em uma sala de aula com 40 estudantes, uma gincana será organizada. Cada grupo terá 8 estudantes. Quantos grupos poderão ser formados?
- f) Um painel luminoso mostra figuras em movimento. Para conseguir esse efeito, são utilizados 75 linhas de lâmpadas com 120 lâmpadas em cada linha. Quantas lâmpadas há nesse painel?
- g) Pedro comprou seu carro em prestações iguais de 1350 reais, pagando no total 17550 reais. Quantas prestações ele pagou? (GIOVANI JR; CASTRUCCI, 2009, p. 31).

Na situação (a), o estudante poderia utilizar a operação da adição ($150 + 150 + 150 + 150 + 150 + 150 + 150 + 150 + 150 + 150$), porém, tratando-se de adição de parcelas iguais, o estudante teria a disposição a multiplicação (150×10), que permite o mesmo resultado com um menor custo de tratamento.

No segundo problema (b), a partir do enunciado “quantos funcionários dessa empresa têm 30 anos ou menos” o estudante deve inferir que a subtração é mais adequada, considerando que se solicita que ele compare duas quantidades.

No caso (c), busca-se o total de tripulantes, ou seja, busca-se juntar quantidades, portanto o algoritmo adequado seria a adição.

Nos casos (d) e (e), a pista “quanto falta”, leva o estudante a concluir que se trata de um problema envolvendo a subtração. No caso (e), busca-se saber quantos grupos poderão ser formados, ou seja, associa-se a ideia “repartir uma quantidade em partes iguais”, um problema relacionado à divisão. É claro que ele poderia utilizar a adição ou a subtração, ($8 + 8 = 16 + 8 = 24 + 8 = 32 + 8 = 40$) ou ($40 - 8 = 32 - 8 = 24 - 8 = 16 - 8 = 8 - 8 = 0$), com maior custo de processamento.

No caso (f), relaciona-se o problema à ideia de organização retangular, ou seja, a operação indicada seria a multiplicação, embora o estudante pudesse utilizar a adição, o que exigiria um dispêndio muito maior de energia, reduzindo a sua relevância.

Na situação (g), por fim, a operação que oferece um menor custo de processamento é a divisão, já que se deseja saber o número de parcelas pagas, ou seja, quantas vezes uma quantidade cabe em outra.

Como se pode perceber, são justamente essas pistas em língua natural que possibilitam ao estudante à escolha da operação mais adequada, ou seja, aquela que aumenta os efeitos cognitivos a um menor custo de processamento. Portanto, essas “pistas” autorizam o ouvinte a realizar inferências durante a compreensão de enunciados.

Parafraçando Sperber e Wilson (2001 [1986]), a inferência pode ser considerada um processo em que uma suposição é aceita como verdadeira ou provavelmente verdadeira pela força da verdade ou da verdade possível de outras suposições.

Retomando o exemplo (6) acima, (referente à razão entre a idade do pai e seu filho), percebe-se que o estudante, considerando a inferência de que a idade do pai é o triplo da idade do filho é verdadeira, e considerando que a primeira interpretação é a que vale, acaba por concluir que a idade do pai sempre será o triplo da idade do filho, independente de que valor essa idade assume. Porém essa interpretação é enfraquecida quando o professor mostra que a diferença entre as idades do pai e filho é constante.

Analisemos outra situação

(8) Havia 35876 espectadores quando um jogo de futebol acabou. No intervalo, 1056 torcedores haviam saído do estádio, porque o time deles estava perdendo. Quantos espectadores estavam no estádio quando o jogo começou? (PROJETO ARARIBÁ, 2006, p. 25).

O problema é composto por três enunciados:

- (a) Havia 35876 espectadores quando um jogo de futebol acabou.
- (b) No intervalo, 1056 torcedores haviam saído.
- (c) Quantos espectadores estavam no estádio quando o jogo começou.

O estudante poderia utilizar o algoritmo da subtração $35776 - 1056$, tomando como referência a entrada lexical “havia saído” do segundo enunciado. Essa entrada lexical ‘elimina’ a consideração da entrada lexical “quando um jogo acabou”, do primeiro enunciado, e “quando o jogo começou” do terceiro enunciado. Isso pode levar os estudantes a mapear incorretamente o enunciado e não converter corretamente as informações do registro que se encontra em língua natural para o registro numérico. Quando isso ocorre, eles respondem que 34726 espectadores estavam no estádio quando o jogo acabou. Todavia, o correto era utilizar o algoritmo da adição para somar o total de espectadores que estavam no estádio desde que o jogo começou, ou seja, 36932. Isso está correto porque não decorre de 1056 espectadores saírem no intervalo o fato de eles não estarem no início do jogo.

Esses erros de mapeamento ocorrem porque

[...] a compreensão de uma elocução vulgar é um fenômeno quase instantâneo, e por mais evidências que *possam* ter sido tomadas em conta, por mais hipóteses que *possam* ter sido consideradas, as únicas evidências e hipóteses consideradas na prática são aquelas imediatamente acessíveis. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 117, *itálico no original*).

Ressalvemos que, para os autores o que garante a validade lógica das inferências são as regras inferenciais. As inferências seguem um cálculo não trivial: “a verdade das premissas torna a verdade das conclusões apenas provável, através de um processo de formação de hipóteses – que supõe raciocínio criativo, analógico e associativo – e de confirmação de hipóteses – que se ajusta ao conhecimento de mundo do indivíduo e às evidências disponíveis a ele.” (SILVEIRA; FELTES, 2002, p. 34).

Considerando que a inferência demonstrativa constitui-se por regras dedutivas aplicadas a um conjunto inicial de premissas, os autores sugerem que a formação de hipóteses é uma questão de imaginação criativa, sendo que a confirmação de hipóteses pode ser considerada um processo lógico regido por regras inferenciais. Sendo que estas regras buscam garantir a validade lógica da inferência que regem, ou seja, na inferência demonstrativa, as regras dedutivas, quando aplicadas a premissas verdadeiras, garante a veracidade das conclusões. Portanto, em uma inferência demonstrativa considerada válida, a aplicação de regras dedutivas garante a verdade das conclusões.

Em contrapartida, as inferências não demonstrativas, tidas como válidas, acessam as informações de diferentes modos e as obtém de diferentes fontes, sendo que a confirmação das hipóteses pode ser pensada como sendo regida por regras lógicas. Essas regras de confirmação podem se aplicar paralelamente às premissas e às conclusões, podendo ainda atribuir um grau de confirmação das suposições com base nas evidências.

Portanto, uma forma de se obter relevância é fornecendo ao ouvinte evidências que influenciem a construção de suposições. Logo, a informação relevante será aquela que venha a modificar ou aperfeiçoar uma representação total do mundo, ou ainda, possibilitar, ao estudante, a construção de determinado contexto matemático.

Em relação ao exemplo (8), o professor deverá alterar a ordem da apresentação do enunciado, para assim alterar o ambiente cognitivo do estudante, mostrando que se buscava saber a quantidade inicial de espectadores, considerando que inicialmente havia uma quantidade x de espectadores, devido a um problema (o time estava perdendo), no intervalo 1056 torcedores haviam saído do estádio (estes estavam no início do jogo), restando 35876, levando o estudante concluir que seria necessário adicionar as quantidades e não subtraí-las.

3.2.1 Interpretação de um enunciado: o mecanismo dedutivo

Sperber e Wilson afirmam existir sistemas de entrada de dados, os *inputs*, e ainda sistema centrais que possibilitam a reunião de informações oriundas dos *inputs* e da memória. Os sistemas de entradas de dados são responsáveis por processar os diferentes tipos de informação, seja visual, linguística, auditiva ou perceptual. Cada *input* tem seu próprio método de representação e computação, podendo apenas processar informações dentro de seu formato representacional apropriado.

De acordo com Sperber e Wilson (2001 [1986]), as representações conceituais precisam ter propriedades lógicas, necessitando ser capazes de fazer implicações, de se contradizerem umas às outras e de sofrerem regras de dedução. As representações conceituais podem ainda apresentar propriedades não lógicas: a propriedade de estar cansado ou não, por exemplo. O que garante que uma representação conceitual esteja inserida num processo lógico é sua forma lógica.

Os autores assim definem uma forma lógica: “uma fórmula bem formada, um conjunto estruturado de constituintes que passa pelas operações lógicas formais determinadas pela sua estrutura” (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 125).

O que caracteriza uma forma lógica é o fato de ela conservar um valor de verdade. Por esse motivo, ela possibilita implicações e contradições entre diversas outras representações mentais. Os autores ainda as classificam como proposicional e não proposicional. Para uma forma lógica ser classificada como proposicional ela precisa ser semanticamente completa e sintaticamente bem formada, e ela será não proposicional quando for sintaticamente bem formada e semanticamente incompleta.

Durante o processo comunicativo, a mente humana tem a capacidade de receber uma informação não proposicional e enriquecê-la, seja por atribuição de referencia, seja por desambiguação, seja com base nas informações contextuais, transformado-a em proposicional por meio do desenvolvimento de esquemas de suposições organizados na memória enciclopédica. Consideremos o exemplo (9), referente a um ato de fala de um professor após ter solicitado “expresse algebricamente o dobro de um número menos o seu quadrado”:

(9) Expresse algebricamente o dobro de um número menos o seu quadrado.

Desta forma o professor enuncia (9), o enunciado será decodificado com a forma lógica não proposicional (10). Essa forma lógica poderá ser completada produzindo a forma lógica proposicional (11), que poderá ainda integrar-se ao esquema de suposição (12), resultando na suposição (13).

- (10) Expresse algebricamente o dobro de um número menos o seu quadrado. (Forma lógica não proposicional).
 (11) Expresse você/estudante algebricamente o dobro de um número menos o quadrado deste mesmo número. (Forma lógica proposicional).
 (12) O professor solicita que _____. (Esquema de suposição)
 (13) O professor solicita que o estudante expresse algebricamente o dobro de um número menos o quadrado deste mesmo número. (Suposição com o respectivo ato de fala).

Para Sperber e Wilson (2001 [1986], p. 126), as formas lógicas incompletas “podem ser armazenadas na memória conceptual como esquemas de suposições, que podem ser completadas ao ponto de serem suposições de significado pleno com base nas informações contextuais”.

Durante o processamento de um *input* em determinado contexto, o efeito cognitivo pode gerar uma implicação contextual. Uma implicação contextual é resultante da intersecção entre um *input* e um contexto. No modelo proposto por Sperber e Wilson, o contexto se constrói no decorrer do processo comunicacional, estando relacionado aos ambientes cognitivos. Os autores acreditam que, durante o processamento de uma informação, ocorre uma combinação entre a nova informação e o conjunto de suposições de fundo que se encontram dentro da memória do mecanismo dedutivo. Essas suposições de fundo constituem o contexto, onde a organização da memória enciclopédica do indivíduo e a atividade por ele realizada estabelecem um limite para a escolha de contextos potenciais donde se pode selecionar um contexto real num determinado momento.

Os autores definem as suposições básicas, tidas como descrições verdadeiras do mundo, mas que não estão representadas explicitamente, como *suposições fatuais*. Em relação às suposições fatuais, podemos tratá-las com maior ou menor confiança, considerando seu nível de veracidade. Diante deste fato, duas situações podem ser observadas. Ou precisamos optar por suposições contraditórias, ou precisamos escolher entre caminhos de ações diferentes. Portanto, buscamos sempre nossa interpretação de determinada situação a partir das suposições disponíveis, considerando o grau de confiabilidade destas suposições.

Sperber e Wilson (2001 [1986]) defendem que o grau de veracidade de uma suposição não pode ser medido sob o ponto de vista lógico, ou seja, atribuindo um valor de confirmação (o valor de confirmação é 0,90), e sim de um ponto de vista não lógico/funcional, denominado de força de uma suposição.

A força dessa suposição é o resultado da história do seu processamento, e não pode ser descrita nos termos do conceito lógico de confirmação. [...], a força de uma suposição é uma propriedade comparável à da sua acessibilidade. Uma suposição mais acessível é uma suposição que é mais fácil de recordar. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 131).

Os autores ainda destacam que a força inicial de uma suposição pode ser dependente do seu modo de aquisição, e ainda que:

[...] quanto mais se processa uma representação, mais acessível se torna. Por isso, quanto maior for a quantidade de processamento na formação de uma suposição, e quantas mais vezes lhe for dada entrada, maior é a sua acessibilidade. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 132).

A força de uma suposição pode ainda ser ampliada ou reduzida.

[...] Poderá ser que a força de uma suposição seja aumentada todas as vezes que essa suposição auxilia o processamento de alguma nova informação e seja reduzida todas as vezes que ela torna mais difícil o processamento de alguma nova informação. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 132).

Concordando com Sperber e Wilson, as suposições fatuais podem ser obtidas a partir de quatro fontes:

a) da *percepção*: “os mecanismos perceptuais atribuem a um estímulo sensorial uma identificação conceptual desse estímulo (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 137)”. Essas descrições elementares dos estímulos tornar-se-ão suposições fortes.

(14) Isto é um quadrado.

b) da *decodificação linguística*: “os mecanismos de entrada de dados atribuem uma forma lógica a um tipo particular de estímulo sensorial (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 138)”. Por exemplo, se o professor proferir seu enunciado decodificado pela forma lógica em (15), que poderá ser completado, dando origem à forma proposicional (16), que por sua vez, quando integrada ao esquema de suposição (17) dará origem a suposição (18).

(15) O quadrado de três é nove.

(16) O quadrado do número três é o número nove.

(17) O professor diz que _____ .

(18) O professor diz que o quadrado do número três é o número nove.

c) das *suposições e esquemas de suposições armazenadas na memória*: “a memória conceptual é um repertório enorme de suposições (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 138)”. Como:

- (19) O quadrado têm quatro lados iguais.
- (20) Quatro multiplicado por três é doze.
- (21) Todo número par é divisível por dois.

d) da *dedução*: também parece que, quando as suposições disponíveis correspondem a um certo esquema, são utilizadas esquema relacionados para derivarem mais suposições.

- (22) se P, então Q
- (23) se (não P), então (não Q)
- (24) se Q, então (Q porque P)

Portanto, a suposição (22) conduzirá as suposições (23) e (24):

- (22) Se o plano têm três lados, então ele é um triângulo.
- (23) Se o plano não têm três lados, então ele não é um triângulo.
- (24) O plano é um triângulo, então ele tem três lados.

As suposições recuperadas da memória vêm com certo grau de força. As suposições formadas a partir do completar dos esquemas de suposições vêm com uma plausibilidade inicial que as fará valer a pena ser processadas; as suas forças subsequentes dependem das suas histórias de processamento subsequentes. (2001 [1986], p. 140).

Seja um conjunto de suposições como premissas, pode haver suposições derivadas de conclusões por meio de um processo dedutivo, como (25-27) abaixo:

- (25) Isto é um quadrado.
- (26) Quadrados têm quatro ângulos retos.
- (27) Isto tem quatro ângulos retos.

Sperber e Wilson defendem que a chave para a inferência não demonstrativa é a formação de suposições por meio de deduções. Para eles, o processo de decodificação linguística, juntamente com outros processos de entrada de dados influencia o processamento dedutivo de informações. Os argumentos dedutivos podem ser analisados de um ponto de vista semântico. Assim,

[...] existe uma relação semântica de *inferência* entre duas suposições *P* e *Q* se, e apenas se, todo o estado de coisas concebível que faria com que *P* fosse verdade também faria com que *Q* fosse verdade: isto é, se, e apenas se, não houver nenhum estado de coisas concebível em que *P* seja verdade e *Q* falsa. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 141, itálico no original).

Desta forma, (28) implica (29):

- (28) Um hexágono tem seis lados e um pentágono tem cinco lados.
 (29) Um hexágono tem seis lados.

Os argumentos dedutivos podem ser analisados sob o prisma sintático.

Diremos que uma relação sintática de *implicação lógica* existe entre duas suposições *P* e *Q* no que respeita a um certo sistema dedutivo se, e apenas se, uma for dedutível da outra através de regras de dedução desse sistema. Uma regra de dedução é uma computação que se aplica às suposições em virtude de sua forma lógica. Uma implicação lógica é uma relação sintática por existir puramente em virtude das propriedades formais das suposições, e por não estar incluída em nenhuma inferência no que se refere às suas propriedades semânticas (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 141, itálico no original).

Parafraseando Sperber e Wilson (2001 [1986]), as formas lógicas, bem como as formas proposicionais das suposições, são formadas por constituintes menores, cuja presença e arranjo estrutural são sensíveis às regras de dedução. Eles denominam estes constituintes de conceitos, sendo uma suposição um conjunto bem estruturado de conceitos.

Neste sentido, concordando com Silveira e Feltes (2002), os conceitos são uma espécie de rótulo, ou endereço, os quais possibilitam, quando inseridos numa proposição em processamento, o acesso a informações (conceitos) de natureza lógica, enciclopédia e lexical, existindo para cada tipo de informação uma entrada (endereço) específica:

- (i) **Entrada lógica:** Trata-se de um conjunto finito, pequeno e constante de regras dedutivas que se aplica às formas lógicas das quais são constituintes. São informações de caráter computacional.
- (ii) **Entrada enciclopédica:** Consiste de informações sobre a extensão ou denotação do conceito – objetos, eventos e/ou propriedades que a instanciam. Essas informações, de caráter representacional, variam ao longo do tempo e de indivíduo para indivíduo.
- (iii) **Entrada lexical:** Consiste de informações linguísticas sobre a contraparte em linguagem natural do conceito – informação sintática e fonológica. São informações de caráter representacional. (SILVEIRA; FELTES, 2002, p. 32, negrito no original).

Uma entrada lógica é composta por um conjunto de regras de dedução. Sperber e Wilson (2001 [1986]) afirmam existir apenas regras de eliminação do tipo *modus ponendo ponens*, *eliminação conjuntiva (e)* e *modus tollendo ponens* no mecanismo dedutivo.

Vejamus um exemplo de *modus ponendo ponens*:

- (30a) Se a medida de um ângulo for menor que 90° então ele será agudo.
 (30b) Este ângulo tem 75°.
 (30c) Este ângulo é agudo.

Durante uma atividade avaliativa o professor solicita que os estudantes classifiquem os ângulos quanto a sua medida. Um estudante que tenha conhecimento da situação (30a), e que esteja diante da situação (30b), poderá concluir tomando essas duas premissas como *input* a situação (30c).

Essa conclusão foi alcançada por meio da regra:

| | |
|----------------|-------------------|
| <i>Input:</i> | $P \rightarrow Q$ |
| | P |
| <i>Output:</i> | Q |

Pode-se verificar que em (30), ocorre uma relação de implicação entre duas proposições, afirmando P, há necessariamente Q. Esta regra toma como *input* o conjunto de premissas formado por P e Q, e como *output* o consequente Q do condicional $P \rightarrow Q$, o qual faz parte do conjunto de premissas iniciais.

Vejam os um exemplo da regra de *eliminação-e*:

(31a) “2 vezes 2” e “2 mais 2”.
 (31b) 2 vezes 2.

ou

(31a) “2 vezes 2” e “2 mais 2”.
 (31c) 2 mais 2.

Essa conclusão foi alcançada por meio da regra:

| | |
|----------------|--------------|
| <i>Input:</i> | $P \wedge Q$ |
| <i>Output:</i> | P |
| | ou |

| | |
|----------------|--------------|
| <i>Input:</i> | $P \wedge Q$ |
| <i>Output:</i> | Q |

Como podemos verificar, eliminando-se a conjunção “e”, em (31), que liga as duas proposições coordenadas, cada uma das proposições é verdadeira mesmo se utilizadas de forma isolada. Assim, por meio da regra de eliminação, o raciocínio pode ser seguido tanto pela proposição P, quanto pela proposição Q, pois ambas são verdadeiras.

Para Sperber e Wilson (2001 [1986]) a regra de eliminação *e* pode estar combinada com o *modus ponens*, gerando a regra de *modus ponens conjuntivo*.

Vejam os:

- (32a) $(P \wedge Q) \rightarrow R$. Se um polígono apresentar quatro lados iguais e quatro ângulos retos, então ele será um quadrado.
 (32b) P. Este polígono tem quatro lados iguais.
 (32c) $Q \rightarrow R$. Se este polígono tiver quatro ângulos retos, então ele é um quadrado.

Ou

- (32a) $(P \wedge Q) \rightarrow R$. Se um polígono apresentar quatro lados iguais e quatro ângulos retos, então ele será um quadrado.
 (32b) Q. Este polígono tem quatro ângulos retos.
 (32c) $P \rightarrow R$. Se este polígono tiver quatro lados iguais, então ele é um quadrado.

Vejamos um exemplo da regra de modus tollendo ponens:

- (33a) Este plano ou é um quadrado ou é um retângulo.
 (33b) Este plano não é um quadrado.
 (33c) Este plano é um retângulo.

ou

- (33a) Este plano ou é um quadrado ou é um retângulo.
 (33b) Este plano não é um retângulo.
 (33c) Este plano é um quadrado.

Essa conclusão foi alcançada por meio da regra:

Input: $P \vee Q$
 $\neg P$
Output: Q

ou

Input: $P \vee Q$
 $\neg Q$
Output: P

O funcionamento do *modus tollendo ponens* toma como *input* um par de premissas: uma sendo a disjunção e a outra, a negação de uma disjunta, o *output* elimina a ocorrência do conceito 'ou'.

Pode-se, igualmente, pensar num *modus ponens disjuntivo*.

- (34a) $(P \vee Q) \rightarrow R$. Multiplicando-se 4 por 6 ou multiplicando-se 6 por 4, o resultado é 24.
 (34b) $\neg P$. Não se multiplicou 4 por 6.
 (34c) $Q \rightarrow R$. Multiplicando-se 6 por 4, o resultado é 24.

ou

- (34a) $(P \vee Q) \rightarrow R$. Multiplicando-se 4 por 6 ou multiplicando-se 6 x4, o resultado é 24.
 (34b) $\neg Q$. Não se multiplicou 6 por 4.
 (34c) $P \rightarrow R$. Multiplicando-se 4 por 6, o resultado é 24.

Segundo Silveira e Feltes (2002, p. 34), a existência de regras dedutivas de processamento é, [...], uma hipótese empírica por três razões, quais sejam:

- (i) Um sistema dedutivo realiza uma grande economia na estocagem de representações conceptuais do mundo, as quais não seriam, então, estocadas separadamente.
- (ii) Um sistema dedutivo é uma ferramenta para o refinamento das representações conceptuais do mundo, as quais seriam cada vez mais precisas, à medida que forem mais precisas as premissas que compõem no cálculo dedutivo e a partir das quais tais representações seriam conclusões.
- (iii) Um sistema dedutivo seria uma ferramenta para denunciar inconsistências e imprecisões nas representações conceptuais do mundo.

A entrada enciclopédia está relacionada às informações sobre a extensão e/ou denotação dos conceitos, podendo ser os objetos ou propriedades que o representam. Portanto, ela relaciona-se aos conceitos já construídos e armazenados na memória do indivíduo. Pode-se citar a entrada enciclopédia para o conceito função, a qual irá conter um conjunto de suposições sobre função.

A informação enciclopédica contém não só as suposições factuais, mas também os esquemas de suposições que um contexto apropriado poderá converter em suposições completamente formadas (SPERBER; WILSON, (2001 [1986], p. 147).

Em relação ao ensino da matemática, as entradas enciclopédicas podem variar de estudante para estudante, considerando que cada um poderá ter suposições diferentes sobre FUNÇÃO, por exemplo. Um estudante poderá associar função a um gráfico, a uma tabela, diagrama ou a uma fórmula matemática.

As informações das entradas enciclopédicas são de carácter representacional: são constituídas por um conjunto de suposições que podem submeter-se às regras de dedução. As informações das entradas lógicas, pelo contrário, são de carácter computacional: são constituídas por um conjunto de regras de dedução que se aplicam às suposições em que aparece o conceito associado. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 148).

Torna-se necessário esclarecer que Sperber e Wilson consideram representação e computação como processos distintos e complementares: um não existe sem o outro, e a compressão não existe sem que os dois sejam combinados. Eles sugerem que o conteúdo de uma suposição é obtido a partir das entradas lógicas dos conceitos que contém, enquanto que as entradas enciclopédias, pelo menos em parte, determina o contexto em que ela é processada.

Segundo Silveira e Feltes,

a distinção entre entradas lógicas e enciclopédicas reflete ao mesmo tempo a distinção formal entre **processos de computação** – dirigidos pelas regras dedutivas – e **representação** – definidos por diferentes formas de categorização conceitual –, bem como sua complementaridade, numa abordagem computacional da compreensão. (2002, p. 32-33, negrito no original)

O terceiro e último tipo de entrada para um conceito é a lexical, a qual contém informações sobre o item lexical da linguagem natural utilizada para exprimi-las.

Parafraseando Sperber e Wilson (2001 [1986]) na recuperação do conteúdo de um enunciado está envolvida a capacidade de identificar palavras individuais nele contidas, recuperar os conceitos associados e ainda aplicar as regras de dedução que se encontram às suas entradas lógicas. Assim, conforme Silveira e Feltes (2002, p. 33), a construção do conteúdo de um enunciado requer:

- (a) identificar as palavras que o constituem,
- (b) recuperar os conceitos a elas associados e
- (c) aplicar as regras dedutivas a suas entradas lógicas.

Como se pode perceber, Sperber e Wilson consideram “os conceitos como triplas de entradas lógicas, lexicais e enciclopédicas, arquivadas dentro de um endereço” (2001 [1986], p. 153). Para eles, a distinção feita entre endereço e entrada é similar à distinção entre forma e conteúdo (*noésis* e *semiósis*), onde o endereço é considerado aquilo que é realmente apresentado nas formas lógicas, e as várias entradas (lógica, enciclopédica e lexical) interpretam o seu conteúdo. Assim, os diferentes registros de represtação semiótica (*semiósis*) são endereços que permitem interpretar determinado conteúdo (*noésis*).

As entradas lógicas são conjuntos de regras de dedução: ou seja, operações formais feitas sobre formas lógicas; as entradas enciclopédicas são conjuntos de suposições: isto é, representações com formas lógicas; e as entradas lexicais são representações com formas linguísticas. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 153).

O mecanismo dedutivo proposto por Sperber e Wilson (2001 [1986]) supõe inicialmente a decodificação linguística do enunciado combinando o *output* (resultado) com um contexto apropriado, caracterizando um efeito contextual.

É importante destacar que o mecanismo dedutivo utilizado na comunicação humana é computacional, limitado em suas operações não somente pelas regras dedutivas que aplica, exclusivamente interpretativas, mas também pelo modo como as aplica.

Desta forma:

Uma função central do mecanismo dedutivo é, portanto, a de fazer a derivação, espontânea, automática e inconscientemente, das implicações contextuais de quaisquer informações apresentadas de novo dentro de um contexto de informações antigas. Em igualdade de condições, quanto maior for o número de implicações contextuais, mais essa nova informação irá melhorar a existente representação do mundo do indivíduo. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 174).

Sperber e Wilson (2001 [1986]) descrevem um sistema formal de dedução buscando reproduzir um sistema utilizado pelos seres humanos nas inferências espontâneas, especificamente na compreensão dos enunciados. Os autores acreditam que as deduções são feitas do seguinte modo: um conjunto de suposições é inserido no mecanismo dedutivo, as quais constituirão os axiomas ou teses iniciais da dedução. O mecanismo lê cada uma dessas suposições, recolhendo as entradas lógicas de cada um dos seus conceitos constituintes, aplicando qualquer regra cuja descrição estrutural é satisfeita por essa suposição e guarda a suposição resultante dentro da sua memória como uma tese derivada.

O sistema dedutivo verifica ainda se existem redundâncias e contradições nas suas derivações. Portanto, antes de armazenar uma suposição dentro da memória, verifica a existência dessa suposição ou sua negação. Caso ela já esteja na memória, o mecanismo não a guardará novamente; caso na memória houver a negação da suposição, o mecanismo para até que a contradição seja resolvida.

A hipótese de Sperber e Wilson (2001 [1986]) é que o mecanismo dedutivo humano acessa somente as regras de eliminação, produzindo apenas conclusões não triviais.

A Implicação lógica não trivial

Um conjunto de suposições $\{P\}$ implica *logicamente e não trivialmente* uma suposição Q se, e apenas se, quando $\{P\}$ for o conjunto das teses iniciais numa derivação em que existam apenas regras de eliminação, Q pertence ao conjunto das teses finais. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 159-160, itálico no original)

Como se pode perceber, os autores consideram que o mecanismo dedutivo humano explicita o conteúdo de qualquer conjunto de suposições a ele submetido.

O mecanismo dedutivo apresenta regras dedutivas pertencentes a duas classes formalmente distintas, denominadas analíticas e sintéticas. “Uma regra analítica escolhe uma única suposição como entrada de dados; uma regra sintética escolhe duas suposições separadas como entrada de dados” (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 168). Dito de outra forma, uma regra analítica toma como *input* uma única suposição de uma coordenada, por exemplo, a *eliminação-e*, e uma regra sintética toma como *input* duas suposições separadas, por exemplo, a regra *modus ponendo ponens*, que toma uma suposição condicional e seu antecedente como *inputs*.

Em relação à implicação analítica os autores dizem:

Um conjunto de suposições $\{P\}$ *implica analiticamente* uma suposição Q se, e apenas se, Q é uma das teses finais numa dedução em que as teses iniciais são $\{P\}$, e em que apenas foram aplicadas regras analíticas (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 169, *itálico no original*).

Toda implicação que não for classificada como analítica será sintética:

Um conjunto de suposições $\{P\}$ *implica sinteticamente* uma suposição Q se, e apenas se, Q for uma das teses finais numa dedução em que as teses iniciais sejam $\{P\}$, e Q não for uma implicação analítica de $\{P\}$ (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 169).

Para Sperber e Wilson, as implicações analíticas de um conjunto de suposições são as necessárias e suficientes para a sua compreensão ou apreensão de seu conteúdo. Já as implicações sintéticas de um dado conjunto de suposições são aquelas em cujas derivações está envolvida a aplicação de pelo menos uma regra sintética.

Ainda em relação ao mecanismo dedutivo, este é equipado por um conjunto de regras que se aplicam às formas lógicas das quais são constituídas, permitindo derivar conclusões de premissas construídas no decorrer do processamento de informações, ou seja, a Teoria da Relevância apresenta um modelo cognitivo essencialmente dedutivo, e a função de tal mecanismo é justamente manipular o conteúdo conceitual das suposições.

A função do mecanismo é essencialmente a de analisar e a de manipular o conteúdo conceptual das suposições, sendo essa função desempenhada pelas regras de eliminação ligadas às entradas lógicas dos conceitos (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 167).

Retomando as implicações analíticas, estas se configuram como um conjunto de suposições utilizadas para a compreensão/apreensão de um determinado conteúdo, sendo elas necessárias e suficientes. Já as implicações sintéticas são aquelas que envolvem pelo menos uma regra sintética em suas derivações.

Uma única suposição pode apresentar três tipos de implicação lógica: implicação trivial, analítica e sintética.

[...] Uma única suposição pode ter três tipos de implicação lógica: implicações triviais, que não são directamente computadas pelo nosso mecanismo; implicações analíticas, que são necessárias e suficientes para a compreensão; e as implicações sintéticas, que têm a ver não tanto com a apreensão da informação oferecida como com a exploração dessa informação até ao máximo (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 172).

Torna-se então importante distinguir as implicações analíticas e as sintéticas. As implicações analíticas de uma determinada suposição são-lhe intrínsecas, enquanto as sintéticas não o são.

As implicações analíticas de uma dada suposição são-lhe intrínsecas: são recuperáveis desde que a própria suposição seja recuperável, simplesmente pelo seu reprocessamento através do mecanismo dedutivo. As implicações sintéticas, pelo contrário, não são intrínsecas a qualquer dos membros singulares do conjunto de suposições de que são derivadas [...]. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 172).

3.2.2 Implicação e efeitos contextuais

Conforme exposto anteriormente, as suposições inseridas na memória do mecanismo dedutivo podem originar-se de quatro fontes: percepção, decodificação linguística, da memória enciclopédica ou pelo próprio mecanismo dedutivo. Aquelas suposições que derivam ou são recuperadas da memória enciclopédica são informações antigas, em relação ao ensino da matemática, seriam os conteúdos já trabalhados anteriormente. Já aquelas suposições obtidas a partir da decodificação linguística ou da percepção (dos diferentes *inputs*) são informações apresentadas de novo e que vão tornando-se antigas no decorrer do processamento.

Chamando as informações novas de $\{P\}$ e as informações antigas de $\{C\}$, tem-se uma contextualização de $\{P\}$ no contexto $\{C\}$ quando uma dedução basear-se em $\{P\}$ e $\{C\}$ como premissas. Esta contextualização originará novas conclusões, denominadas pelos autores de implicações contextuais de $\{P\}$ em $\{C\}$.

Um conjunto de suposições $\{P\}$ implica contextualmente uma suposição Q no contexto $\{C\}$ se, e apenas se

- (i) A união de $\{P\}$ e $\{C\}$ implica Q não trivialmente;
- (ii) $\{P\}$ não implica não trivialmente Q , e
- (iii) $\{C\}$ não implica não trivialmente Q . (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 173).

Portanto, uma implicação contextual pode ser considerada uma nova informação, tendo em vista que ela não poderia ter sido obtida apenas de $\{C\}$. Contudo, cabe ressaltar que ela não é simplesmente uma nova informação, considerando que ela é uma síntese/interação de uma informação nova com uma antiga.

A inserção de determinada informação nova a um contexto trará implicações analíticas e, talvez, sintéticas e, ainda, a relação das implicações contextuais e a representação de mundo do estudante de uma informação dada é uma inequação, considerando que quanto

maior for o número de implicações contextuais, maior será a possibilidade de ampliação da representação do mundo do indivíduo. Logo, em sala de aula, o professor deve apresentar o maior número possível de informações novas que se conectem com informações antigas, de modo a buscar aumentar o número de implicações contextuais do estudante e a possibilitar uma aprendizagem significativa do objeto matemático abordado.

Intuitivamente, um efeito contextual pode ser considerado como um efeito obtido quando um determinado contexto é modificado ou aperfeiçoado. As implicações contextuais são efeitos contextuais, já que elas servem de premissas para uma implicação sintética.

Destaquemos que uma informação nova (ou novamente apresentada) pode fortalecer suposições antigas ou ainda fornecer evidências contrárias, o que leva ao abandono dessas suposições antigas da suposição antiga.

Para os autores, a implicação contextual é uma relação entre as implicações sintéticas e as premissas utilizadas para sua derivação: “uma implicação contextual Q [...] pode ser inferida demonstrativamente da união de P e $\{C\}$; ou pode ser inferida não demonstrativamente de P , supondo $\{C\}$ ” (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 179).

Os autores partem da suposição que, durante a comunicação verbal, o ouvinte, geralmente, é levado a aceitar uma suposição como verdadeira ou provavelmente verdadeira a partir de uma garantia do falante. O ouvinte espera que a informação transmitida pelo falante seja relevante quando processada no contexto determinado, ou seja, que o efeito contextual ocorra a um custo baixo de processamento.

Como já antecipamos, há três tipos principais de efeitos cognitivos de um *input* em um determinado contexto: a) o fortalecimento de uma suposição contextual; b) a contradição e eliminação de uma suposição contextual; e c) a combinação com uma suposição contextual para gerar implicações contextuais, que são conclusões que se deduzem da integração da informação nova com o contexto, mas nunca da informação nova ou do contexto isolados.

A relembrar, no primeiro caso o estudante já tem suposições sobre determinado conteúdo, e recebe um *input* que faz com que está suposição seja fortalecida em determinado contexto. É o que ocorre, por exemplo, quando o professor mobiliza diferentes registros em sala de aula. O primeiro registro utilizado pelo professor fará com que o estudante construa um conjunto de suposições, que são fortalecidas quando outros registros forem apresentados.

Em relação ao segundo item o estudante constrói um conjunto de suposições, que contradizem o conceito envolvido, fazendo com que ele as abandone. Por exemplo, quando o professor solicita que o estudante determine “a metade de 2^{10} ”, é comum os estudantes responderem 2^5 . Porém, quando o professor descreve o procedimento matematicamente fornece evidências contra a resposta do estudante, levando-o a abandoná-la. Vejamos:

$$\frac{2^{10}}{2} = \frac{2^{10}}{2^1} = 2^{10-1} = 2^9$$

O terceiro efeito considera a combinação de informações. Podem-se citar problemas em que ocorre a combinação de informações apresentadas parte em língua natural e parte em linguagem matemática. Para resolver este tipo de situação o estudante precisa integrar os dois tipos de informação, já que individualmente elas não possibilitam realizar as inferências necessárias.

3.2.3 Níveis representacionais

Conhecido o mecanismo dedutivo, estamos em condições de abordar os níveis representacionais pressupostos na interpretação da linguagem natural.

Segundo Silveira e Feltes (2002, p. 56) a Teoria da Relevância busca descrever e explicar os níveis de compreensão. Nesse processo três níveis representacionais são conjecturados: o nível da *forma lógica*, na dependência da decodificação linguística; o nível da *explicatura*, em que a forma lógica é desenvolvida através de processos inferenciais de natureza pragmática; e o nível da *implicatura*, que parte da explicatura para a construção de inferências pragmáticas.

Partindo do termo implicatura, proposto por Grice, Sperber e Wilson (1986, 1995) chegam à explicatura. A explicatura é vista como um nível pragmático da comunicação humana, situado entre a decodificação linguística e a implicação contextual. Posto de outra forma, entre o dito (decodificado linguisticamente) e o implicado (construído inferencialmente) ocorre, em um nível intermediário, o conteúdo explícito. A explicatura é uma suposição comunicada explicitamente, enquanto que a implicatura é uma suposição comunicada implicitamente. É no nível da explicatura que operações pragmáticas, como atribuição de referência, resolução de indeterminâncias e desambiguação estão concentradas. Para Sperber e Wilson (2001 [1986], p. 291), o conceito de implicatura se reserva a “uma suposição ou implicação contextual que um falante, com a intenção de a sua elocução ser manifestamente relevante, tenha manifestamente a intenção de tornar manifesta ao ouvinte”.

As operações pragmáticas que se encontram no nível da explicatura podem ser recuperadas pelo ouvinte de três modos: do contexto, da forma proposicional do enunciado e da atitude proposicional expressa pelo falante. Considerando que o contexto é construído no decorrer do processo comunicativo e que a forma proposicional apresenta-se sintaticamente bem formada e semanticamente completa, torna-se necessário estabelecer uma definição para o que os autores chamam de *atitude proposicional do falante*.

Concordando com Sperber e Wilson (2001 [1986]), cada enunciado expressa um forma proposicional explícita e a expressa de um modo linguisticamente determinado. Esse modo linguisticamente determinado é denominado em Teoria da Relevância de atitude proposicional, como dizer, questionar, etc. Portanto, embora a forma lógica de um enunciado determine parcialmente a forma proposicional expressa, e o modo de dizer algo esteja decodificado linguisticamente, esse modo determina parcialmente a atitude proposicional expressa, cabendo ao ouvinte identificá-la. Dessa forma, o reconhecimento do modo linguisticamente determinado de expressar algo, acompanhado da forma proposicional e do contexto dar-se-á no nível da explicatura por meio de inferências.

Vejamos uma situação que exemplifique os três níveis representacionais, a forma lógica, a explicatura e a implicatura. Um professor está explicando o conceito de função e exemplifica esse conceito com um caso em que a idade da mãe é o triplo da idade da filha. Depois de dar dois ou três exemplos do tipo “Se a filha tem 9 anos de idade, então a mãe tem 27 anos de idade”, ele diz simplesmente.

(35a) A criança 12.

Este enunciado só faz sentido nesse contexto se for formatado numa forma lógica segundo a qual “alguém_x tem algo ou alguma coisa_y”. Mais precisamente “alguém_x tem alguma idade_y”

Nível da forma lógica:
(35b) (ter x, y)

Guiado pela relevância, o estudante tenta preencher cada uma das entradas lógicas que esta forma lógica possui para formar uma explicatura ou forma lógica proposicional do enunciado.

Nível da explicatura:
(35c) A criança_x Ø 12_y.

Em (35c) percebemos que não há como ter uma forma proposicional, a menos que se atribua referente correto ao item lexical ‘criança’, aqui FILHA; que se preencha a lacuna lexical representada por ‘Ø’ com o verbo TER (preenchimento de elipse); e que se complete a referência ao numeral ‘12’, 12 ANOS DE IDADE. Sem esses processos cognitivos, o estudante não consegue atribuir relevância ao enunciado do professor. Vejamos o resultado:

Nível da explicatura:

(35c) A criança_x Ø 12_y.

(35d) A FILHA_x Ø TEM 12 ANOS DE IDADE_y.

Fácil de perceber que a descrição (35d) ainda não corresponde a intenção do professor, que é, neste caso, verificar se os estudantes conseguem identificar a idade da mãe em função da idade da filha. Essa implicatura pode ser modelada por uma inferência do tipo *modus ponens conjuntivo*. A conclusão implicada é a intenção última do professor.

Nível da implicatura:

S₁ – A idade da mãe é o triplo da idade da filha (premissa implicada advinda da memória enciclopédica e dos enunciados anteriores do professor);

S₂ – A filha tem 12 anos de idade (premissa implicada derivada do processamento do último enunciado do professor – explicatura desse enunciado);

S₂ – S₁ ∧ S₂ → S₄ (inferência do tipo *modus ponens conjuntivo*)

S₄ – A mãe tem 36 anos/a idade da mãe é 36 anos (conclusão implicada derivada do processamento da inferência por *modus ponens conjuntivo* – implicatura)

Muito provavelmente, os estudantes responderiam:

(35e) 36.

(35f) 36 anos.

(35g) A mãe tem 36 anos.

(35h) A idade da mãe é 36 anos.

Esse exemplo ilustra como os processos de conversão e de tratamento estão subordinados aos de relevância. Com base na explicatura adequada do enunciado do professor guiada pela presunção de que esse enunciado é relevante, os estudantes podem converter adequadamente os dados em língua natural para o registro algébrico, mesmo que implicitamente, e proceder ao tratamento adequado da questão. Vejamos:

$$idade_{mãe} = 3 \cdot idade_{filha}$$

$$y = 3 \cdot x$$

$$y = 3 \cdot 12$$

$$y = 36$$

Conhecida a noção de inferências e níveis representacionais, voltamos na seção seguinte ao conceito mesmo de relevância.

3.3 RELEVÂNCIA

Como se pode perceber, a noção de efeito contextual (as implicações contextuais, as contradições e os fortalecimentos) é essencial para descrevermos o processo de compreensão. Para Sperber e Wilson (2001 [1986]), no decorrer de um discurso/aula, o ouvinte/estudante busca recuperar/construir e, em seguida, processar um conjunto de suposições, as quais servirão de pano de fundo. É justamente este pano de fundo que se transformará gradativamente e sobre o qual se processarão informações/conteúdos novos, gerando efeitos contextuais.

Os autores defendem que a compreensão de um enunciado exige o processamento simultâneo de suposições.

Na compreensão está envolvido o processamento simultâneo de um conjunto de suposições, e nesse conjunto ficam mais salientes algumas das suposições por serem informações apresentadas pela primeira vez e serem processadas dentro do contexto de informações que foi também ele próprio previamente processado (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 190).

Assim, a relevância de enunciado é determinada em função dos efeitos contextuais obtidos. Desta forma, a relevância não está relacionada à importância de uma sentença, e sim ao número de implicações contextuais gerados por uma situação. “É condição necessária para a relevância o facto de ter efeitos contextuais, e que, em igualdade de condições, quantos mais efeitos contextuais se obtiver maior é a relevância.” (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 190).

Sperber e Wilson propõe uma definição inicial de relevância:

Relevância

Uma suposição é relevante dentro de um contexto se, e somente se, tiver algum efeito contextual nesse contexto. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 194, *itálico no original*),

Esta definição sugere que uma determinada suposição quando fortalecida ou enfraquecida pode garantir a relevância da resposta apresentada dentro de um contexto ampliado. A relevância de uma suposição está em função dos efeitos contextuais, quanto mais fortes forem tais efeitos, mais relevantes serão tais suposições.

Para os autores, essa definição apresentada é considerada insuficiente por duas razões: inicialmente porque a relevância é uma questão de grau, e também porque ela é dada como uma relação entre suposição e contexto. Contudo, como determinar o grau de relevância de uma suposição, e como determinar o contexto?

Em relação ao grau de relevância, pode-se avaliá-lo em relação aos efeitos contextuais e em relação ao esforço de processamento.

Os efeitos contextuais de uma suposição num dado contexto não são o único factor a ser tomado em conta na avaliação do seu grau de relevância. Os efeitos contextuais são conseguidos pelos processos mentais. Nos processos mentais, [...], está envolvido um certo esforço, um certo consumo de energia. O esforço do processamento envolvido na realização de efeitos contextuais é o segundo factor a ser tomado em conta na avaliação dos graus de relevância. O esforço de processamento é um factor negativo: em igualdade de condições, quanto maior for o esforço de processamento, mais baixo é o grau de relevância (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 197).

Para Wilson (2005, aula 5, p. 1-2) determinada interpretação pode ser aceita por tornar um enunciado relevante, ou ainda porque o falante o considerava otimamente relevante. A autora considera, inclusive, que existem graus de sofisticação nesse processo, o que poderia explicar desempenhos diferentes entre crianças e adultos por exemplo.

- (a) aceite somente uma interpretação onde o enunciado é relevante do modo esperado.
- (b) aceite aquela, onde o falante poderia ter pensado que seria otimamente relevante.
- (c) aceite aquela, onde o falante poderia ter pensado que seria visto como otimamente relevante.

A definição de relevância apresentada anteriormente, embora correta, está incompleta, já que define relevância apenas como um conceito classificatório, deixando de defini-la como um conceito comparativo. Ela pode ser melhorada adotando condições de extensão:

Relevância

Condição de extensão 1: uma suposição é relevante dentro de um contexto desde que sejam grandes os seus efeitos contextuais nesse contexto.

Condição de extensão 2: uma suposição é relevante dentro de um contexto desde que seja pequeno o esforço requerido para a processar nesse contexto (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 198, adaptado, itálicos no original).

A relevância pode ser avaliada por meio do equilíbrio existente entre o efeito contextual (o rendimento – *output*) e o esforço de processamento (investimento – *input*). Em igualdade de condições, uma suposição com mais efeitos contextuais ou que exija um menor esforço de processamento é a mais relevante. A inserção dos diferentes registros de representação semiótica, por exemplo, tornar-se-á relevantes ao processo de transposição didática quando atenderem as condições acima, ou seja, quando possibilitarem o aumento dos efeitos contextuais com um menor esforço de processamento.

Cabe ressaltar que o fato de uma suposição requerer algum esforço de processamento não a torna sem relevância, já que para os autores o esforço é inevitável para se conseguir um efeito contextual. Para eles, os benefícios de se alcançar determinados efeitos justificam o custo do esforço requerido, se não fosse assim, nunca poderia se conseguir um grau positivo de relevância, ou seja, não valeria apenas o esforço de raciocínio. Em relação aos registros de representação, sua utilização aumenta o custo de processamento num primeiro momento, diminuindo a relevância. Contudo, quando mobilizados no processo de aprendizagem aumentam os efeitos contextuais, justificando o esforço despendido, tornando-os relevantes.

Para os autores, os efeitos contextuais e o esforço de processamento são dimensões não representacionais dos processos mentais, existindo mesmo que o indivíduo não esteja consciente para avaliá-los e mesmo que não estejam representados conceitualmente. Assim, a relevância, que é uma função de efeito e esforço é também uma propriedade não representacional.

Os efeitos mentais e o esforço são propriedades não representacionais dos processos mentais. A relevância, que é uma função de efeito e esforço, é também uma propriedade não representacional. Isto é, a relevância é uma propriedade que não necessita de estar representada, quanto mais computada, para ser conseguida. Quando está representada, está representada em termos de juízos comparativos e de juízos mais ou menos absolutos (p. ex., “não relevante”, “fracamente relevante”, “muito relevante”), mas não em termos de juízos subtilmente absolutos, ou seja, juízos quantitativos. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 207).

Retomando a questão do contexto, os autores propõem que ele é construído ao longo do processo de comunicação, tendo em vista que se ele incluísse a memória enciclopédica do ouvinte em sua totalidade qualquer informação nova apresentada pelo comunicador seria relevante, dado que todas teriam efeitos contextuais. Um contexto construído pela totalidade da memória enciclopédica do ouvinte apresentaria um esforço de processamento muito grande para gerar algum efeito contextual, diminuindo a relevância.

Portanto, durante o processamento de uma informação nova é necessário combiná-la com um conjunto adequado de suposições de fundo – o contexto – dentro da memória do mecanismo dedutivo. Sendo que a atividade mental em que o ouvinte se encontra, juntamente com a organização de sua memória enciclopédica, limitam a seleção do contexto real numa determinada situação.

Concernente ao processo de ensino, especificamente o da matemática, cabe destacar que os estudantes não chegam ao processamento de novos conteúdos com a “mente vazia”, eles têm uma memória com informações armazenadas, as quais precisam ser recuperadas a todo o momento, para que seu ambiente cognitivo possa ser ampliado.

Sperber e Wilson (2001 [1986]) defendem que no começo do processo dedutivo, a memória do mecanismo dedutivo contém suposições iniciais – as premissas. Essas premissas permitem derivar todas as implicações não triviais e todos os fortalecimentos possíveis. Ao término do processo, caso não ocorra nenhuma contradição (os obstáculos didáticos)⁹, a memória do mecanismo dedutivo terá todas as premissas iniciais, provavelmente fortalecidas e todas as conclusões derivadas. Em outros termos, o estudante terá construído suas conclusões em relação ao objeto matemático estudado.

Assim, as suposições apresentadas durante o processo dedutivo constituem um contexto inicial que pode ser estendido em diferentes direções, seja pelo “regresso no tempo”, seja pelo acréscimo de entradas enciclopédicas dos conceitos já presentes no processo (os diferentes registros de representação, já que todos estão relacionados ao mesmo objeto matemático), seja pelo acréscimo de informações sobre o ambiente imediatamente observável (mostrar as paredes da sala para exemplificar planos paralelos).

Os autores propõem que a busca pela relevância determina a seleção de um contexto, seja da memória de curto prazo, da memória enciclopédica ou de informações do ambiente físico. Portanto, a relevância é vista como uma variável que será avaliada em função do contexto. Porém, não se determina primeiro o contexto e se avalia a relevância na sequência. O que ocorre é justamente o contrário, o ouvinte espera que a suposição que esta sendo processada seja relevante e busca um contexto que maximize a relevância.

Cabe destacar que cada contexto esta inserido em um conjunto de contextos maiores, assim como contém contextos menores, sendo a ordem de inclusão determinada pela ordem de acessibilidade. Portanto, de acordo com Sperber e Wilson (2001 [1986]), o contexto máximo acessível é aquele que não pode mais ser ampliado.

A apreensão de um contexto exige algum esforço de processamento, assim como ocorre com uma nova informação inserida em determinado contexto. Desta forma, quanto mais acessível for um contexto, menor será o esforço requerido para sua apreensão e vice-versa. Assim, uma mesma suposição *S* pode ou não ser relevante em determinado contexto à um individuo. Sperber e Wilson (2001 [1986], p. 222) distinguem esta situação por meio de seis situações.

- (a) *S* já está contida no (ou pode ser implicada) no contexto inicial com uma força máxima. [...].
- (b) *S* não está contida em (nem implicada por) nenhum dos contextos acessíveis; contudo, *S* também não tem nenhum efeito contextual em qualquer deles. [...].

⁹ Segundo Pais (2002, p. 44) os obstáculos didáticos são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar.

- (c) *S* está contida no (ou implicada pelo) contexto inicial e em todos os contextos acessíveis, com menos do que a força máxima. [...].
- (d) *S* não está contida em (nem implicada por) nenhum dos contextos acessíveis, e tem algumas implicações contextuais dentro do contexto inicial. [...].
- (e) *S* não está contida em (nem implicada por) nenhum dos contextos; não tem nenhum efeito contextual dentro do contexto inicial, mas tem algum efeito contextual em algumas extensões do contexto inicial. [...].
- (f) *S* não está contida no (nem implicada pelo) contexto inicial, mas está contida (com a força máxima) em alguns dos contextos maiores acessíveis; *S* tem efeitos contextuais em alguns dos contextos em que não está contida. [...].

Conforme Sperber e Wilson (2001 [1986]), os casos (a) e (b) não são relevantes para um indivíduo. Em (a) não vale a pena buscar relevância, tendo em vista que a procura, além do contexto inicial, não será produtiva, não oferecerá novos efeitos cognitivos. Já em (b), a procura pela relevância é injustificável, considerando que *S* não é relevante em nenhum dos contextos acessíveis.

Nos casos (c) e (d), a relevância é imediatamente manifesta. Em (c), a extensão do contexto justifica-se desde que *S* ofereça mais efeitos contextuais quando estendido do que no contexto inicial, assim, a relevância é conseguida pelo fortalecimento contextual. Em (d), *S* é relevante em todos os contextos acessíveis em que mantenha essas implicações contextuais, ou seja, a relevância é obtida pela implicação contextual.

Em (e), *S* é relevante em alguns contextos acessíveis, assim, é necessária uma extensão do contexto e, conseqüentemente, algum esforço, porém esse esforço não é em geral percebido, sendo logo manifesta a relevância. E em (f), a relevância é a de ajudar a lembrar, tornando-a manifesta imediatamente.

Como se pode perceber, uma suposição poderá ser classificada como relevante para um indivíduo quando a relevância for imediatamente manifesta, quando ela propicia o fortalecimento contextual ou ainda se ela gera uma implicação contextual.

A partir dessas considerações, Sperber e Wilson definem relevância para um indivíduo de forma classificatória e comparativa:

Relevância para um indivíduo (classificatória)

Uma suposição é relevante para um indivíduo em um dado momento se e somente se ela tem efeito cognitivo positivo em um ou mais contextos acessíveis a ele nesse momento. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 224, itálico no original).

Relevância para um indivíduo (comparativa)

Condição de grau 1: uma suposição é relevante para um indivíduo na medida em que os efeitos contextuais positivos obtidos quando ela é otimamente processada são amplos.

Condição de grau 2: uma suposição é relevante para um indivíduo na medida em que o esforço requerido para obter esses efeitos cognitivos é pequeno. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 225, itálico no original).

Uma suposição é otimamente processada quando, na busca pela relevância máxima, é possível selecionar um contexto que possibilite um maior equilíbrio entre o esforço e os efeitos desejados, ou seja, um indivíduo busca sempre analisar situações/fenômenos relevantes e os processa objetivando maximizar a relevância.

Retomando a questão do contexto, os autores defendem que a sua seleção é determinada pela busca da relevância. Porém, a relação contexto/relevância ocorre simultaneamente, já que o ouvinte acredita que o enunciado que está sendo processado é relevante o suficiente para que ele busque um contexto apropriado, compatível, de modo a maximizar a relevância. Esse contexto apropriado pode ser selecionado da memória de curto prazo, da memória enciclopédica e ainda das informações do ambiente físico.

Partindo daí os autores propõem uma definição de relevância:

Relevância

Condição de extensão 1: uma suposição é relevante dentro de um contexto desde que sejam grandes os seus efeitos contextuais nesse contexto.

Condição de extensão 2: uma suposição é relevante dentro de um contexto desde que seja pequeno o esforço requerido para a processar nesse contexto. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 198).

Portanto, a avaliação da relevância é uma questão de equilíbrio entre efeitos contextuais (o rendimento) e esforço de processamento (investimento), de modo que uma suposição com maior número de efeitos contextuais e menor esforço de processamento será a mais relevante.

Paradoxalmente, investir no ensino com a conversão de diferentes registros de representação semiótica aumenta o custo de processamento do estudante, o que, por definição, diminuiria a relevância. Contudo, decorre da própria noção de Relevância que de um esforço adicional presume-se um efeito adicional (é desse modo que se explicam os efeitos poéticos, por exemplo). Logo, essas conversões podem se tornar relevantes quando o estudante obtém maiores e melhores efeitos contextuais.

Ressalteamos que a necessidade de investimento em custos de processamento com o objetivo ulterior de aumento de ganhos cognitivos é parte mesmo do ensino da Matemática. Por exemplo, poderíamos citar o trinômio “adição, multiplicação e potenciação”. Para o estudante que domina a adição, a multiplicação parece não justificar o investimento, já que ela se define pelo resultado de somas sucessivas. Para o estudante que domina a multiplicação, a potenciação também não parece justificar o investimento, visto que é o resultado de multiplicações sucessivas. Todavia, essas operações “adicionais” permitem a realização de

determinados tratamentos de forma mais potente e eficaz do que as anteriores. Por exemplo, a adição $345 + 345 + 345 + 345 + 345$ poderia ter seu tratamento simplificado pela multiplicação:

5×345 ; e a operação $\frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2}$ poderia ser simplificada utilizando-se de

potências de 2, a saber: “ $\frac{2^7}{2^4} = 2^{7-4} = 2^3 = 8$ ”.

Os efeitos contextuais e os esforços de processamento são propriedades não representacionais dos processos mentais. O mesmo ocorre com a noção de relevância que decorre do cotejo dessas duas propriedades. Desse modo, a noção de relevância não pode ser representada em termos de juízos quantitativos (95% relevante, 15% relevante). No máximo ela será representada em termos de juízos comparativos (“muito relevante”, “fortemente relevante”).

Todo fenômeno pode alterar o ambiente cognitivo de um indivíduo, ou seja, o conjunto de todos os fatores que lhes são manifestos, tornando certos fatores manifestos em maior ou menor grau. Dessa forma a noção de relevância pode ser estendida aos fenômenos:

Relevância de um fenômeno (classificativa)

Um fenômeno é relevante para um indivíduo se, e apenas se, uma ou mais das suposições que ele torna manifestas ao indivíduo é relevante para este.

Relevância de um fenômeno (comparativa)

Condição de extensão 1: um fenômeno é relevante para um indivíduo na medida em que se forem grandes os efeitos contextuais conseguidos quando é processado optimamente.

Condição de extensão 2: um fenômeno é relevante para um indivíduo na medida em que for optimamente pequeno o esforço requerido para o processar (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 235, itálico no original).

Um fenômeno utilizado para alcançar efeitos cognitivos que maximizem a relevância é denominado estímulo. Um estímulo que busque tal efeito é denominado em Teoria da Relevância de estímulo ostensivo, necessitando para isso satisfazer duas condições: inicialmente ele precisa atrair a atenção do ouvinte e, além disso, fazer com que o foco de atenção do ouvinte esteja sobre as intenções do falante.

Durante o processo de comunicação ostensiva, o comunicador busca atrair a atenção do ouvinte. Nesse sentido, um ato de ostensão é um pedido de atenção. Este processo, para ser bem sucedido, requer que o ouvinte preste atenção ao estímulo ostensivo. Entretanto, para que um ouvinte preste atenção a um fenômeno é necessário que este pareça relevante.

Assim:

Uma pessoa que comunica ostensivamente, comunica necessariamente que o estímulo que ele está a utilizar é relevante para os receptores. Por outras palavras, um acto de comunicação ostensiva comunica automaticamente uma *presunção de relevância*. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 240, itálico no original).

Como se pode perceber, todo ato de comunicação ostensiva transmite automaticamente uma *presunção de relevância*, tendo em vista que o comunicador que comunica ostensivamente utilizará necessariamente um estímulo que seja relevante ao ouvinte (exceto se ele não desejar ser compreendido). Portanto um falante que deseje que sua intenção comunicativa seja reconhecida deverá seleccionar, entre os estímulos disponíveis, aquele que permita ao ouvinte processar otimamente seu enunciado, alcançando o maior número de efeitos cognitivos com um menor esforço.

A relevância de um estímulo é determinada por dois fatores: o esforço necessário para o processar optimamente e os efeitos cognitivos que são alcançados por esse processamento óptimo. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 241).

A *presunção de relevância ótima* pode ser assim definida:

Presunção de Relevância Ótima

- (a) O conjunto das suposições {I} que a pessoa que comunica tenciona tornar manifesto ao destinatário é suficientemente relevante para valer a pena ao destinatário processar o estímulo ostensivo;
- (b) O estímulo ostensivo é o mais relevante que a pessoa que comunica podia ser utilizado para comunicar {I}. (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 242, itálico no original).

A partir dessa *presunção*, pensando o processo ensino-aprendizagem, o estudante pode esperar que o estímulo ostensivo utilizado pelo docente apresente um alto nível de relevância, justificando o esforço de processamento, já que é o mais relevante compatível com as habilidades e preferências do professor, para permitir que ele atinja seus objetivos.

Princípio da relevância

Todo o acto de comunicação ostensiva comunica a *presunção* da sua própria relevância ótima (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 242, itálico no original).

Os autores assim definem *Relevância ótima*:

Relevância ótima

Um estímulo ostensivo é otimamente relevante se, e somente se:

- (a) É relevante o suficiente para merecer esforço de processamento da audiência;
- (b) É o mais relevante compatível com as habilidades e preferências do comunicador (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 230).

Com base na Relevância ótima, pode-se dizer que o estudante, frente a um problema a ser resolvido, busca encontrar uma solução que satisfaça as cláusulas (a) e (b) do conceito de relevância ótima. Ou melhor, o estudante presume que, conforme a cláusula (a), o estímulo ostensivo, ou seja, os dados apresentados, são relevantes o suficiente para merecer esforço de processamento e presume que, conforme a cláusula (b), o comunicador deseja ser compreendido, e que os estímulos ostensivos possibilitarão efeitos cognitivos posteriores.

Segundo Wilson (2005, lição 5, p. 2-3), o falante que objetiva relevância ótima tentaria fazer pelo menos duas coisas:

- 5a. Alcançar suficientes efeitos cognitivos para valer a pena o processamento;
- 5b. Evitar causar no ouvinte algum desperdício de esforço para alcançar esses efeitos.

Para a autora, a proibição de desperdiçar esforço de processamento, que decorre da cláusula (b) da presunção de relevância ótima, autoriza a emergência de um procedimento de compreensão guiado pela noção de relevância, já mencionado nessa revisão, segundo o qual, um indivíduo segue um caminho de esforço mínimo na computação de efeitos cognitivos, considerando interpretações em ordem de acessibilidade e parando quando sua expectativa de relevância é satisfeita.

Além disso, essa proibição de desperdício de esforço de processamento gera duas consequências gerais:

- Consequências da cláusula (b) da presunção de relevância ótima:**
- 6a. A primeira interpretação satisfatória é a única interpretação satisfatória.
 - 6b. O esforço adicional de processamento seria compensado por efeitos adicionais (ou diferentes). (WILSON, 2005, lição 5, p. 2-3, negrito no original)

A primeira consequência lida com questões cruciais na interpretação, pois prevê que o indivíduo, tendo encontrado uma interpretação que satisfaça sua expectativa de relevância ótima, ignora outras possibilidades. Isso pode explicar, como se pode ver na análise dos dados, porque tendo encontrado uma interpretação relevante, os estudantes não percebem que mal interpretaram um enunciado.

A segunda consequência lida com a dimensão polissêmica da linguagem, por exemplo. Uma mesma palavra pode ser interpretada em diferentes acepções. Quando um indivíduo interpreta um enunciado e não obtém relevância, sente-se autorizado a estender o contexto na procura de outra interpretação que satisfaça essa expectativa. Isso pode explicar como os seres humanos interpretam linguagem figurada, por exemplo.

Apresentado em linhas gerais o conceito de relevância, é possível discutir alguns aspectos dessa noção para a comunicação verbal.

3.4 ASPECTOS DA COMUNICAÇÃO VERBAL

O processo de ensino da matemática, como de qualquer outra disciplina curricular, ocorre por meio da língua natural. Assim, apresentam-se alguns aspectos da comunicação verbal que interferem nesse processo nesta seção: a relação linguagem comunicação, a noção de explicaturas e implicaturas, os efeitos pressuposicionais, a noção de estilo e os atos de fala.

3.4.1 Comunicação inferencial

A linguagem integra os processos de comunicação. Na matemática essa relação é imprescindível, já que nessa ciência os objetos não são diretamente acessíveis, a não ser por meio de diferentes sistemas de representação. Num sentido mais amplo, a linguagem pode ser considerada um conjunto de fórmulas bem estruturadas e combinações permissíveis geradas a partir de uma gramática. Num sentido mais estreito ela pode ser definida como um conjunto de fórmulas bem formadas e semanticamente interpretadas. Compreende-se uma fórmula quando em correspondência sistemática com outros objetos. Assim, os diferentes registros de representações semióticas são fórmulas que permitem relacionar um conteúdo com determinada situação/problema.

Sperber e Wilson (2001 [1986]) consideram que a linguagem é essencial não somente para a comunicação, mas também para o processamento e para a memorização de informações, sendo justamente essa sua função. Portanto a linguagem, inclusive a matemática, é um instrumento que possibilita a organização do raciocínio.

Na comunicação ostensiva, os mecanismos comunicativos precisam apresentar uma linguagem mais rica e capacidades inferenciais mais potentes do que as geralmente exigidas para a comunicação codificada. Desse modo, o significado linguisticamente codificado de uma palavra qualquer equivale ao ponto a partir do qual a compreensão inferencial é possível. Trata-se de um marco que indica que caminho tomar para se chegar ao significado pretendido pelo falante/escritor.

Estas considerações permitem concluir que a comunicação inferencial envolve a aplicação de regras inferenciais, e não regras de codificação. Tais regras inferenciais se aplicam a qualquer informação representada conceitualmente.

Um enunciado torna manifesto um grande número de suposições, já que ele é considerado uma modificação perceptível do ambiente físico. Assim, quando o professor declara *P* fará com que o estudante construa um conjunto {*S*} de suposições.

No exemplo, a seguir, o professor profere a frase:

(36) Isto é um triângulo equilátero.

Isto possivelmente torna manifesto ao estudante um conjunto de suposições. Como exemplos, podemos citar:

- S_1 – Isto tem três lados iguais.
- S_2 – Isto tem três ângulos iguais.
- S_3 – A soma dos ângulos internos disto é 180° .
- S_4 – Cada ângulo disto mede 60° .
- S_5 – O perímetro disto é $3L$.

Para os autores um estímulo linguístico origina um processo de decodificação. Porém a comunicação verbal humana não ocorre somente pela decodificação. Dito de outra forma, a comunicação verbal tem início ao ser reconhecida a intenção informativa do falante. Embora a decodificação faça parte do processo de compreensão, ela não deve ser considerada como única responsável por tal processo. Para Sperber e Wilson (2001 [1986]), partindo do princípio de relevância, a interpretação correta de um estímulo ostensivo é a primeira interpretação acessível compatível com a presunção de relevância. Essa interpretação, na maior parte dos enunciados, será baseada nas propriedades semânticas do estímulo ostensivo.

Segue-se que o objetivo de uma pragmática cognitiva guiada pela relevância é o de explicar como o ouvinte pode identificar um conjunto de suposições, a partir da união do comportamento do falante com as informações contextuais. Nesse processo, o ouvinte precisa realizar uma variedade de subtarefas inferenciais. Inicialmente é necessário atribuir ao enunciado uma única forma proposicional, desfazendo a ambiguidade quando necessário. Além de realizar a desambiguação é necessário realizar a atribuição de referência (por exemplo, em (36) “isto” refere-se à representação geométrica de um triângulo). Portanto, uma representação semântica do enunciado precisa ser selecionada, completada e enriquecida para obter a sua forma proposicional expressa. Assim, os autores denominam o processo de formação de suposições de desenvolvimento de uma forma lógica.

Sperber e Wilson consideram que “uma suposição comunicada por uma elocução *E* é *explícita* se, e apenas se, for um desenvolvimento de uma forma lógica codificada por *E*” (2001 [1986], p. 274, *itálico no original*). Como já vimos, esse tipo de suposição é chamada de explicatura, e o conjunto de suposições comunicadas não explicitamente, ou seja, implicitamente, é uma implicatura. Desse modo, qualquer suposição comunicada ou será uma explicatura, ou será uma implicatura, sendo que a explicatura será explícita em maior ou menor grau. Logo, quanto maior for a contribuição dos traços contextuais, menos explícita será a explicatura, e em igualdade de condições, quanto menor a contribuição desses traços, mais explícita ela será.

Na resolução de um problema, em cada passo da desambiguação, da atribuição de referência e do enriquecimento, o estudante deverá escolher a interpretação que envolva um menor esforço para encontrar uma solução compatível com a presunção de relevância. Esta interpretação somente será abonada se ela não atender a presunção de relevância. Portanto, o princípio de esforço mínimo determina a identificação da forma proposicional, sendo uma interpretação considerada “certa” ou “errada” a partir das informações contextuais.

Em relação às explicaturas de um enunciado, estas podem ser inferidas do contexto, da forma proposicional e da atitude proposicional expressa. Já as implicaturas são suposições ou implicações contextuais recuperadas a partir das expectativas manifestas pelo falante, que busca alcançar a relevância ótima.

As implicaturas de um enunciado podem variar em sua força, podendo ser mais manifestas, menos manifestas, mais fortes ou menos fortes. De acordo com Sperber e Wilson, “comunicar um suposição *S* é tornar mutuamente manifesta a nossa intenção de tornar *S* manifesta ou mais manifesta” (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 297, *itálico no original*). Assim, as implicaturas mais fortes são aquelas totalmente determinadas pelo falante para que a interpretação possa ser compatível com o princípio da relevância. As implicaturas fortes são aquelas em que o ouvinte é fortemente encorajado, mas não forçado a proporcionar realmente. Porém, quanto mais amplo o leque de possibilidades dentre os quais o ouvinte pode escolher, mais fracas serão as implicaturas.

3.4.2 Os efeitos pressuposicionais

Um falante que busque produzir um enunciado relevante tem dois objetivos. Inicialmente, busca criar efeitos contextuais no ouvinte e ainda reduzir o esforço de processamento envolvido nesse processo.

Assim, conforme Sperber e Wilson (2001 [1986]), quanto mais rápido o ouvinte conseguir o desfaseamento das ambiguidades e a tarefa das atribuições referenciais, menor será o esforço de processamento. E ainda, quanto maior o número de interpretações possíveis para um enunciado, maior será o esforço requerido para o processamento. Diante dessas considerações, pode-se concluir que um falante que tenha o objetivo de alcançar a relevância ótima deve construir seu enunciado de tal modo que facilite a interpretação.

Os autores, ao questionarem de que forma isso é possível, chamam a atenção para a escala focal, ou seja, um subconjunto ordenado de implicações analíticas, determinado pela colocação do acento focal, funcionando como um esqueleto em volta do qual é construída toda a interpretação pelo ouvinte.

Vejamos a situação a seguir:

(37) José comprou dois pastéis a um real cada. Quanto ele gastou?

Ao ouvir esse enunciado o ouvinte passa a construir um conjunto de referentes possíveis para cada palavra/termo utilizado. Assim, ao ouvir José poder-se-ia ter o José Augusto, o José do mercado, resolvida essa questão parte-se para “o que tem José”? “O que ele fez?”. Definido que ele comprou, a atenção passa a voltar-se para o que ele comprou, e segue até que esteja resolvida a situação. Esse ponto em que surge a pergunta/dúvida é o que Sperber e Wilson chamam de acento focal. Portanto tem-se:

- (a) José fez alguma coisa...
- (b) José comprou alguma coisa...
- (c) José comprou dois pastéis (aqui a escala focal poderia levar ao sabor dos pastéis, ao local onde foi comprado).

Conforme Sperber e Wilson (2001 [1986], p. 311) as implicações presentes na escala focal de um enunciado não são todas processadas simultaneamente. O processamento de cada implicação pode contribuir para a relevância seja pela redução do esforço requerido para o processamento, seja pelo aumento dos efeitos contextuais.

Durante o processo de comunicação é possível inferir diferentes informações sobre, por exemplo, o que o falante considera como sendo as capacidades cognitivas do ouvinte, seu nível de atenção, bem como o grau de cumplicidade entre falante e ouvinte.

Em sala de aula, esta relação não é diferente, o professor busca inferir a todo o momento quais as capacidades cognitivas de seus estudantes, seus conhecimentos prévios, bem como suas dificuldades, permitindo a ele criar estratégias que permitam o alargamento do ambiente cognitivo compartilhado com o estudante.

Portanto, ao buscar a relevância de um enunciado, o professor precisa construir suposições acerca das capacidades cognitivas e dos recursos contextuais do estudante, determinando o modo como ele comunica e, em especial, aquilo que ele quer tornar explícito e aquilo que ele quer deixar implícito.

Vejamos a situação abaixo:

- (38) (a) Esses polígonos são semelhantes.
 (b) Esses polígonos são semelhantes por terem os lados correspondentes proporcionais e os ângulos correspondentes congruentes.
 (c) Esses polígonos são semelhantes por terem os lados correspondentes proporcionais, ou seja, por apresentarem a mesma razão e os ângulos correspondentes congruentes, ou seja, iguais.

Analisando os três enunciados, percebe-se que eles não diferem em seu significado e sim nas implicações possíveis de serem recuperadas pelo ouvinte/estudante. Quanto mais familiaridade o estudante tiver com o conteúdo abordado, nesse caso semelhança de polígonos, mais informações poderão ser deixadas implícitas pelo falante/professor.

Em enunciados literários, muito da interpretação decorre de implicaturas fracas. Sperber e Wilson (2001 [1986], p. 329), denominam de “efeito poético ao efeito peculiar de uma elocução que consegue maior parte da sua relevância através de um largo leque de implicaturas fracas”. Em enunciados matemáticos, embora as situações de polissemia sejam muito mais restritas, elas não estão ausentes. Todavia, são recorrentes os exemplos em que se subestima a cadeia de inferências fortes que é necessária para a resolução de problemas comuns em sala de aula. São justamente essas implicaturas que precisam ser retomadas a todo o momento pelo estudante na resolução de problemas e pelo professor na explicação de um conteúdo ou na correção de exercícios no quadro-negro.

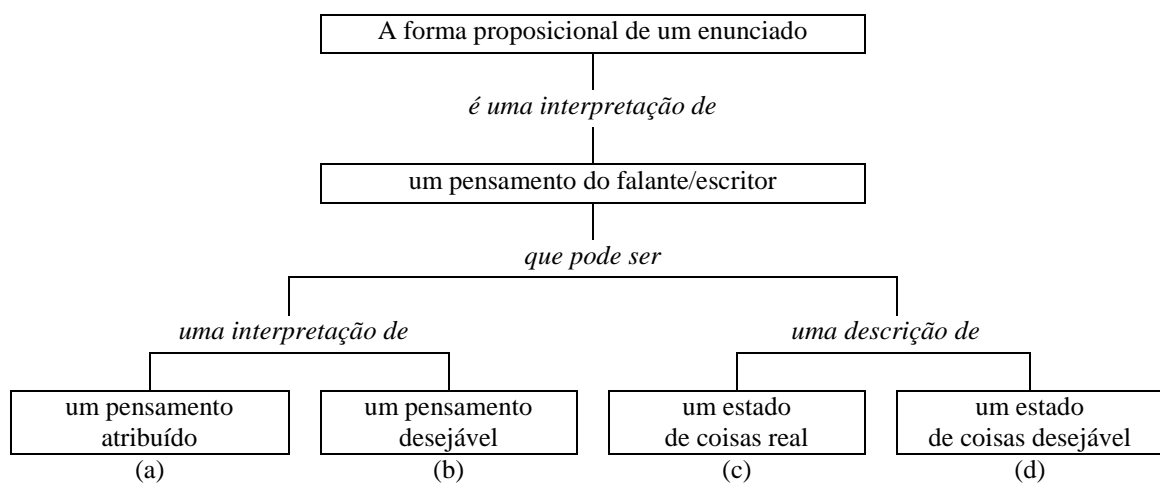
3.4.3 As dimensões descritivas e interpretativas na utilização da linguagem

Conforme a Teoria da Relevância, todo enunciado é utilizado para representar pensamentos do comunicador. A semiótica considera a comunicação verbal como envolvendo um falante codificando um dos seus pensamentos, que será decodificado pelo ouvinte. Já a Teoria da Relevância entende a comunicação verbal como um fenômeno em que o falante produz um enunciado que representa um dos seus pensamentos, e o ouvinte constrói uma interpretação. Assim, um enunciado é uma expressão interpretativa de um pensamento do falante, sobre o qual o ouvinte forma uma suposição interpretativa.

Para Sperber e Wilson (2001 [1986], p. 341), uma representação proposicional pode ser utilizada de duas formas, descritiva ou interpretativamente. No primeiro caso pode ser uma descrição de um estado de coisas, já no segundo ela pode ser uma interpretação de algum pensamento ou enunciado.

Os autores mostram a relação existente entre a forma proposicional de um enunciado e o pensamento representado por esse enunciado por meio do esquema abaixo:

Figura 10 – Relação entre a forma proposicional de um enunciado e o pensamento representado por esse enunciado



Fonte: Sperber e Wilson 2001 [1986], p. 342.

Em linhas gerais os autores defendem que

na metáfora existe uma relação interpretativa entre a forma proposicional de uma elocução e o pensamento que ela representa; na ironia existe uma relação interpretativa entre o pensamento da pessoa falante e os pensamentos ou elocuições atribuídas; numa declaração existe uma relação descritiva entre o pensamento da pessoa falante e um estado de coisas do mundo; em cada pedido feito ou em cada conselho dado existe uma relação descritiva entre o pensamento da pessoa falante e um estado de coisas desejável; em cada interrogativa e em cada exclamativa existe uma relação interpretativa entre o pensamento da pessoa falante e os pensamentos desejáveis (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 341-342).

Para Sperber e Wilson (2001 [1986]), um enunciado pode ser considerado estritamente literal quando ele apresenta a mesma forma proposicional do pensamento do falante. E será menos estritamente literal quando sua forma proposicional apresenta apenas uma parcela do pensamento do falante. Além disso, eles defendem que o falante busca alcançar relevância ótima e não verdade literal. Assim, um enunciado deve fornecer ao ouvinte as informações que sejam relevantes o suficiente para ser processada, buscando exigir o menor esforço de processamento possível.

Em sala de aula, o professor deve fornecer diferentes informações/exemplos que permitam ao estudante a construção do conhecimento na explicação de conteúdos, devendo apresentar somente aquelas que realmente possibilitem a conceituação, evitando que o estudante tenha um esforço de processamento desnecessário. Pode-se citar o caso do estudo do comprimento de uma circunferência, dado em função de seu raio. Para se calcular esse valor usa-se a relação $C = 2\pi r$, sendo π um valor com infinitas casas decimais. Como na educação básica, em situação de ensino, não é necessário o valor exato para π adota-se uma aproximação: $\pi = 3,14$.

Em relação à *metáfora*, a Teoria da Relevância a considera como uma exploração criativa da utilização da linguagem. Em matemática, muitos dos termos utilizados derivam de deslizamentos metafóricos que, no decorrer do tempo são dicionarizados como acepções diferentes de uma entrada lexical qualquer. O que frequentemente ocorre no ensino de matemática é subestimar esse processo. Palavras como ‘raiz’, ‘raio’ têm acepções próprias no domínio da matemática, que precisam ser assimiladas pelos estudantes.

Em estudos mais recentes de pragmática lexical, a Teoria da Relevância tem-se preocupado com fenômenos como estreitamento e alargamento lexicais. Em geral, quando se pensa em metáfora, associa-se a ideia de alargamento: a palavra tem um sentido mais amplo do que se espera. Em “Maria é uma rosa”, o sentido de ‘rosa’ foi supostamente alargado para dar conta de características do comportamento de Maria (por exemplo, para dizer que ela é delicada, bonita, etc.). Todavia, há também processos de estreitamento nos quais a palavra passa a assumir um sentido muito mais preciso do que se espera. Tome-se, por exemplo, a palavra ‘arco’, que assume o sentido estreito de “segmento de curva, especialmente de uma circunferência” em geometria. O apagamento desses processos metafóricos é tal que é muitas vezes desconhecida por indivíduos escolarizados a relação entre a acepção matemática de ‘raiz’ com o conceito de “origem”, “base”, “fundamento”.

Em Matemática, não observamos situações de alargamento lexical. O que se pode verificar nessa ciência são situações de estreitamento lexical, onde, segundo Wilson, (2005, aula 9, p. 6) “uma palavra é usada em um sentido mais específico do que o sentido codificado, resultando em um estreitamento do conceito linguisticamente codificado”.

Na análise dos dados que ilustram nosso argumento, estaremos interessados nesses processos de estreitamento lexical, porque a explicação do equívoco de interpretação da questão está diretamente relacionada com o mapeamento errado do significado de um dos itens lexicais que compõe o enunciado da questão.

Em relação à *ironia*, a Teoria da Relevância a considera como um enunciado ecoico, ou seja, um enunciado que não interpreta com precisão o pensamento de um falante, e sim faz eco de determinado pensamento. A ironia busca expressar uma atitude de rejeição ou desaprovação de determinada situação. Assim, em relação aos objetos matemáticos não se encontra ironia. Porém em situação de ensino pode ser observado falas irônicas por parte do professor ou estudante, buscando reprovar determinada atitude.

Analisemos a situação abaixo:

Estudante: Professor, fui bem na prova?
Professor: Sim, não tenha dúvida.

Suponhamos que o estudante tenha entregado a prova em branco. Nessas circunstâncias, é claro que o professor busca censurar o estudante. Assim, concordando com Sperber e Wilson (2001 [1986], p. 354), “a ironia genuína é do tipo ecoico e é formada principalmente para ridicularizar a opinião de quem faz eco”.

Em relação aos demais *atos de fala*, Sperber e Wilson (2001 [1986]) argumentam que a Teoria dos Atos de Fala, de Austin, originou-se numa reação contra a excessiva utilização informativa da linguagem. Assim, a linguagem pode também ser utilizada para desempenhar ações. Os autores (p. 360-361) consideram que tais atos de fala desempenham papel crucial na compreensão de enunciados. Para os autores os atos de fala, dentro da pragmática, podem ser divididos em duas categorias. Dentro da primeira categoria, incluem-se, por exemplo, o prometer e o agradecer, ou seja, atos que “apenas podem ser desempenhados dentro de uma sociedade com as instituições requeridas e que têm de ser reconhecidas como tais para serem desempenhadas com êxito”. A segunda categoria inclui “o declarar, o fazer hipóteses, o sugerir, o negar, o insistir, o acautelar e o ameaçar”. Esses são assim categorizados por não necessitarem ser identificados como tais para serem desempenhados com êxito.

Os autores consideram ainda a existência de um terceiro grupo, que inclui o dizer, o ordenar, e o perguntar. Consideremos (39-41):

- (39) O volume do prisma é dado pelo produto da área da base por sua altura.
(40) Qual é o volume de um prisma?
(41) Calcule o volume do prisma.

Em (39) tem-se uma declarativa, em (40) uma interrogativa e em (41) uma imperativa. Assim, em (39) o professor está dizendo que o estudante calculou o volume do

prisma, em (40) o professor questiona se o estudante calculou o volume do prisma e em (41) o professor ordena que o estudante calcule o volume do prisma.

Sperber e Wilson (2001 [1986]) consideram dizer, ordenar e perguntar como categorias universais e comunicativas, por não serem atos sociais e nem institucionais. Em relação aos declarativos, a forma proposicional *P* de uma declaração vulgar é integrada num esquema de suposições do tipo *A falante disse que P*. Em relação aos enunciados imperativos o ouvinte, ao recuperar a sua forma proposicional *P*, irá integrá-lo numa descrição na forma *A pessoa falante está ordenando ao ouvinte fazer P*. Em relação aos enunciados interrogativos, o ouvinte fará sua integração numa descrição do tipo *A pessoa falante está perguntando Qu-P* em que *QU-P* é uma pergunta indireta.

No que se refere às perguntas, Sperber e Wilson distinguem perguntas sim/não de perguntas-QU. As primeiras têm uma forma lógica e uma forma proposicional total, capaz de ser verdadeira ou falsa; as segundas têm uma forma lógica, mas não têm uma forma proposicional total. O ouvinte, ao interpretar uma pergunta, deve formar uma suposição sobre quem é a pessoa para quem será relevante determinada resposta. Assim, em sala de aula, o estudante buscará sempre uma resposta que atenda as expectativas do docente. Nesse contexto as perguntas-QU são relevantes não tanto pelo seu conteúdo, mas sim pelas evidências que fornecem, ou seja, o domínio de determinado conteúdo pelo estudante.

No que se refere a essa discussão, estaremos interessados especialmente nos atos de fala envolvidos na interpretação da questão que ilustra essa pesquisa. Basicamente, como veremos, ela faz uso de enunciados declarativos, seguida de uma questão-QU de exame, cabendo ao estudante mapear adequadamente os insumos das declarações para convertê-los em linguagem algébrica e, com o tratamento adequado, obter o resultado para preencher a lacuna mobilizada pelo pronome ‘qual’.

3.4.4 Mapeamentos lexicais

Apresentados os principais elementos da Teoria da Relevância, retomamos agora um aspecto que consideramos importante para a consecução desta pesquisa em particular. Conforme Wilson (2005, lição 9), os estudos semânticos e psicológicos geralmente consideram que os indivíduos tem um conjunto finito de conceitos e cada um desses conceitos se refere ao significado codificado de algum item lexical. Todavia, até mesmo em nível lexical, há espaços para processos inferenciais, ou seja, há espaços para uma espécie de indeterminação do significado.

Esse ideal de pareamento é assumido na matemática. Todavia, como esta dissertação se propõe a ilustrar, a necessária utilização da Língua Natural reintroduz a contingência da indeterminação semântica seja no processo de ensino e aprendizagem, seja no processo de modelação.

A maioria dos modelos inferenciais admite alguma versão de veracidade literal, “segundo a qual o falante/escritor não deve dizer (no sentido de Grice) o que se acredita ser falso, criando problemas descritivos e explanatórios no tratamento de fenômenos como aproximação, metáfora ou hipérbole” (RAUEN; FELTES, 2013, p. 9). Para a Teoria da Relevância, a audiência busca informações relevantes e não informações estrita e literalmente verdadeiras. Assim, um conceito codificado limita-se a ser uma pista para o significado do falante e o dito pareamento entre conceitos e itens lexicais não se sustenta. Como base nessa premissa, concordando com Rauen e Feltes (2013, p. 10), podemos assumir e explorar uma concepção de mente mais flexível e criativa que “a cada momento, constrói e faz uso de conceitos novos, supostamente modelos ad hoc gerados com base em conceitos existentes”. Nesta dissertação, assumimos que a produção de significados ad hoc é contingente na interpretação de enunciados de problemas em Língua Natural, apesar de todo o esforço por uma elaboração linguística que tenta expurgar esses deslizamentos.

Wilson (2005, lição 9) apresenta dois processos principais de construção de conceitos *ad hoc*: o estreitamento e o alargamento lexical.

Tomemos os exemplos (42a-42c) de Rauen e Feltes (2013, p. 10):

- (42a) Madre Paulina é uma santa.
- (42b) Maria é uma santa.
- (42c) Pedro comprou uma santa.

Segundo os autores, no processo de *alargamento lexical*, a compreensão decorre da elaboração de um conceito mais amplo do que aquele considerado “literal”; e no processo de *estreitamento lexical*, a compreensão decorre da elaboração de um conceito mais estreito.

Podemos observar que o item lexical ‘santa’, em (42a), provavelmente será mapeado por um conceito SANTA mais estável ou “literal”, significando algo como “uma mulher que a Igreja canonizou”. O mesmo item lexical, contudo, assume em (42b) um conceito ad hoc SANTA*, num sentido mais amplo de “uma mulher bondosa ou virtuosa”; ou ainda, em (42c), assumindo um conceito ad hoc SANTA**, num sentido mais estreito de uma “imagem de uma mulher que foi canonizada”.

Conforme Rauen e Feltes, na medida em que se assumem consensos de conceitos *ad hoc*, eles passam a ser dicionarizados como acepções de um mesmo item lexical. Todavia, eles ponderam que há situações muito mais sutis ou até mesmo criativas, como os casos (43a-43c) (RAUEN; FELTES, 2013, p. 10):

- (43a) Pedro comprou um estetoscópio.
- (43b) Pedro é um estetoscópio.
- (43c) Pedro (para Paulo): Você viu o estetoscópio?

Nesses casos, o item lexical ‘estetoscópio’ codifica um significado básico ESTETOSCÓPIO de “instrumento para auscultação do corpo” em (43a), um significado alargado ESTETOSCÓPIO* em (43b), o de “alguém muito atento”, ou um significado mais estreito e particular ESTETOSCÓPIO** de “o estetoscópio de Pedro” em (43c).

Em matemática, há um esforço deliberado pela estabilização de significados precisos que, em sua origem, decorrem de processos de estreitamentos lexicais. O item lexical ‘intervalo’, por exemplo, dificilmente seria mapeado como ESPAÇO ENTRE DUAS VALAS. Itens lexicais que representam objetos matemáticos podem ainda ser excessivamente estreitados. A maioria das pessoas interpreta a sequência lexical ‘elevar um número ao quadrado’ corretamente como MULTIPLICAR UM NÚMERO POR ELE MESMO (registro algébrico) sem perceber que esse processo implica a emergência de um QUADRADO (registro geométrico). Não sem motivo que Duval (2009) argumenta que é na conversão entre os registros que essas questões se colocam.

Nesta dissertação, estamos interessados no mapeamento equivocado de conceitos. No ensino ou na modelação matemática, a emergência de significados *ad hoc* é percebida quando os indivíduos mapeiam diferentes significados para um mesmo item lexical e, com base nesses mapeamentos divergentes, geram conversões e tratamentos equivocados. Como veremos no capítulo a seguir, precisamente essa é a questão em jogo na interpretação de um problema que demanda o cálculo da área do trapézio e do volume de um prisma que representa uma barra de ouro deitada.

4 ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo, buscamos analisar um exercício extraído do livro didático *Matemática – volume único*, de Luiz Roberto Dante (DANTE, 2009, p. 372), utilizado em 2011 por uma escola da rede estadual de ensino do município de Tubarão, SC. O capítulo encontra-se dividido em três seções. Na primeira seção apresenta-se o procedimento e método da pesquisa. Na segunda seção ilustra-se a resolução dos estudantes. E, por fim, na terceira seção, discute-se a resolução dos estudantes.

4.1 PROCEDIMENTOS E MÉTODO

O problema analisado relaciona-se ao cálculo do volume de um prisma. Naquela oportunidade, solicitamos a resolução do problema a três turmas da 3ª série do Ensino Médio¹⁰, juntamente com outras atividades encontradas no mesmo livro, depois de termos explicado o procedimento para o cálculo do volume de um prisma.

É importante ressaltar que discutimos anteriormente a definição de prisma com os estudantes, por meio de materiais concretos confeccionados a partir de bolas de isopor e palitos de madeira, além da utilização de diferentes prismas representados geometricamente. Também discutimos o cálculo da área da base, lateral e total de um prisma. Para o cálculo de áreas, retomamos o cálculo da área de diferentes figuras planas, a saber: quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, trapézio, losango, hexágono, polígono regular, círculo e setor circular. Para o cálculo da área de figuras planas, discutimos a noção intuitiva de área e, na sequência, apresentamos e demonstramos a fórmula para o cálculo das áreas das figuras citadas acima, exploramos alguns exemplos e solicitamos a resolução de algumas atividades.

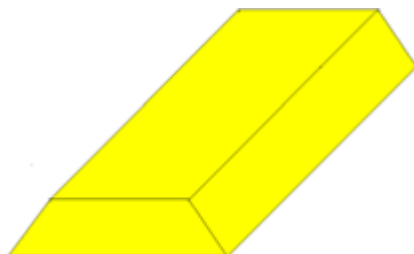
Concluído o conteúdo referente ao cálculo de áreas, iniciamos o estudo dos sólidos geométricos, especificamente os poliedros (prismas e pirâmides) e os corpos redondos (cilindro, cone e esfera). Dividimos o estudo dos poliedros em três partes: a) definição e conhecimento dos elementos de um poliedro (aresta, face e vértice), b) cálculo da área da superfície um prisma/pirâmide e c) cálculo do volume de um poliedro/pirâmide. Para estudar a definição de poliedro, os estudantes confeccionaram alguns poliedros com a supervisão do professor. Definido poliedro, passamos a estudar os prismas: definição, casos particulares (paralelepípedo e cubo), área da superfície e volume de um prisma¹¹.

¹⁰ As três turmas totalizavam 90 alunos, com idade média de 17 anos.

¹¹ Sobre o estudo do volume do prisma, o conteúdo, exemplos e atividades propostas se encontram no anexo A.

Vejamos a proposição do problema:

Uma barra de ouro é fundida na forma de um prisma cuja base é um trapézio (figura a seguir). As bases desse trapézio medem 8 cm e 12 cm e a altura da barra é 5 cm. O comprimento da barra é 30 cm. Qual é seu volume?



(DANTE, 2009, p. 372).

A relembrar, nesta dissertação, defendemos não somente a hipótese de trabalho de que relações de relevância (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], 1995) subjazem as atividades de conversão e de tratamento (DUVAL, 2008, 2009), mas também a hipótese operacional de que o aparato metodológico da teoria da relevância é capaz de descrever e explicar como e por que os estudantes falham na resolução do problema.

Para dar conta dessas hipóteses, o presente capítulo apresenta mais duas seções. Inicialmente realizamos a análise sob o ponto de vista dos estudantes que não solucionaram adequadamente a atividade, apoiando-nos, no que se refere a algumas suposições construídas por eles, em observações que realizamos *in loco*. E na seção seguinte, discutimos a resolução correta da atividade, considerando as intervenções que se fizeram necessárias para explicá-la.

4.2 A RESOLUÇÃO DOS ESTUDANTES

Durante a correção das atividades, pudemos verificar que os estudantes não apresentaram dificuldades para determinar o volume de sólidos geométricos, com exceção do problema apresentado acima. O volume correto do prisma é de 1500 cm³, porém a maioria dos estudantes apresentou 250 cm³ como resultado do cálculo. Diante dessa resposta, buscamos verificar qual foi a dificuldade que eles encontraram para obter a solução correta. A análise que segue é resultante desse processo¹².

¹² Vale destacar que as observações aqui apresentadas não se encontram registradas. O tópico foi retomado em discussões da disciplina *Tópicos Especiais em Pragmática e Teoria da Relevância*, do Programa de Pós-graduação em Ciências da Linguagem, cujo resultado nos levou a conjecturar a pertinência descritiva e explanatória da Teoria da Relevância para tratar do equívoco observado na resolução desse problema.

Wilson (2005, lição 5, p. 2) propõe que, para identificar o significado do falante, (leiamos aqui o significado do autor do livro), o ouvinte (leiamos aqui o estudante) precisa responder a três questões: “a) o que ele pretendeu comunicar explicitamente; b) o que ele pretendeu comunicar implicitamente; e, qual é o contexto apropriado para a identificação de (a) e (b).”¹³ Em geral, imaginamos que não há necessidade de formar explicaturas em registros em língua natural usados em livros de matemática. Nesta dissertação, apresentamos alguns exemplos em que os textos não são suficientemente explícitos para gerar uma proposição completa. Além disso, há casos em que a resolução do problema exige que o estudante construa implicaturas com base em premissas decorrentes da convergência de elementos codificados e memorizados, o que também parece ser o caso na presente ilustração.

O problema em discussão inicia-se da seguinte forma:

(1) Uma barra de ouro é fundida na forma de um prisma cuja base é um trapézio (figura abaixo).

O primeiro procedimento para a análise desse enunciado foi descrevê-lo em quatro versões. Na versão (1a), apresentamos os elementos linguísticos do problema; na versão (1b), descrevemos a forma lógica (nível dependente da decodificação linguística) subjacente; na versão (1c), apresentamos os preenchimentos das entradas lógicas, de modo a compor a explicatura (aqui a forma lógica é enriquecida pelo processo inferencial); e, na versão (1d), encaixamos a explicatura numa descrição que engloba o ato de fala.

Vejamos o resultado dessas operações:

(1a) Uma barra de ouro é fundida na forma de um prisma cuja base é um trapézio (figura abaixo).

(1b) (ser fundida x , $\alpha_{\text{modo}}(\text{ser } x, y)) \wedge (\text{representar } x, y)$.

(1c) Uma barra de ouro é fundida na forma de um prisma cuja base [DO PRISMA] é um trapézio \emptyset [e] [a] figura abaixo \emptyset [representa] \emptyset [uma barra de ouro fundida na forma de um prisma cuja base do prisma é um trapézio].

(1d) O PROBLEMA¹⁴ AFIRMA QUE UMA BARRA DE OURO NA FORMA DE UM PRISMA CUJA BASE DO PRISMA É UM TRAPÉZIO E A FIGURA ABAIXO REPRESENTA UMA BARRA DE OURO FUNDIDA NA FORMA DE UM PRISMA CUJA BASE DO PRISMA É UM TRAPÉZIO.

A descrição (1b) captura, a rigor, três proposições. A primeira proposição é a de que “algo_i (uma barra de ouro_i) é fundido numa forma_j (forma de um prisma_j).” A segunda é a de que “a base desta forma_j (a base do prisma_j) é um trapézio_k.” As duas primeiras

¹³ Tradução livre de Fábio José Rauen.

¹⁴ A rigor: O AUTOR DO LIVRO AFIRMA QUE. Usamos O PROBLEMA AFIRMA QUE, porque é a forma mais usual de o estudante se expressar: “O problema está dizendo que x”, “O problema está pedindo x”, etc.

proposições estão conectadas pelo pronome relativo ‘cujo’. A terceira proposição dá conta da informação entre parênteses de que “ algo_1 (a figura a seguir $_1$) representa algo_m (uma barra de ouro fundida na forma de um prisma cuja base do prisma é um trapézio $_m$).”

Por hipótese, esse enunciado mobiliza, minimamente, três suposições:

- S_1 – Uma barra de ouro é fundida na forma de um prisma (do *input* linguístico);
- S_2 – A base do prisma é um trapézio (do *input* linguístico);
- S_3 – A figura do problema representa uma barra de ouro fundida na forma de um prisma cuja base do prisma é um trapézio (do *input* linguístico e visual).

Passemos para o segundo enunciado:

- (2a) As bases desse trapézio medem 8 cm e 12 cm e a altura da barra é 5 cm.
- (2b) (medir x, y) \wedge (ser x, y)
- (2c) As bases desse [DA BARRA DE OURO] trapézio medem 8 cm e 12 cm e a altura da barra [DE OURO CUJA BASE É UM TRAPÉZIO] é 5 cm.
- (2d) O PROBLEMA AFIRMA QUE AS BASES DO TRAPÉZIO DA BARRA DE OURO MEDEM 8 CENTÍMETROS E 12 CENTÍMETROS E O PROBLEMA AFIRMA QUE A ALTURA DA BARRA DE OURO CUJA BASE É UM TRAPÉZIO É 5 CENTÍMETROS.

O segundo enunciado contém duas proposições que se referem às medidas do trapézio. Na primeira proposição assevera-se que “ algo_i (as bases desse trapézio $_i$) mede algum valor $_j$ (8 cm e 12 cm $_j$).” Na segunda proposição assevera-se que “ algo_k (altura da barra $_k$) mede algum valor $_l$ (5 cm $_l$).”

Esse enunciado mobiliza, por hipótese, duas suposições:

- S_4 – As bases trapézio da barra de ouro medem 8 cm e 12 cm (do *input* linguístico);
- S_5 – A altura da barra de ouro cuja base é um trapézio é 5 cm (do *input* linguístico).

O terceiro enunciado é o que segue:

- (3a) O comprimento da barra é 30 cm.
- (3b) (ser x, y)
- (3c) O comprimento da barra [DE OURO CUJA BASE É UM TRAPÉZIO] é 30 cm.
- (3d) O PROBLEMA AFIRMA QUE O COMPRIMENTO DA BARRA DE OURO CUJA BASE É UM TRAPÉZIO É 30 CM.

O terceiro enunciado contém uma proposição que se refere à medida do comprimento da barra, ou seja: “ algo_i (o comprimento da barra $_i$) mede algum valor $_j$ (30 cm $_j$).”

Por hipótese, este terceiro enunciado acrescenta uma suposição, a saber:

- S_6 – O comprimento da barra de ouro cuja base é um trapézio é 30 cm (do *input* linguístico).

O quarto enunciado é apresentado a seguir:

- (4a) Qual é seu volume?
 (4b) (ser x , y)
 (4c) qual [-QU] é [O VALOR] seu [DA BARRA DE OURO EM FORMATO DE UM PRISMA CUJA BASE É UM TRAPÉZIO] volume.
 (4d) O PROBLEMA PERGUNTA QUAL É O VALOR DO VOLUME DA BARRA DE OURO EM FORMATO DE UM PRISMA CUJA BASE É UM TRAPÉZIO.

O quarto enunciado contém o comando da questão na forma de uma pergunta de exame. Em perguntas de exame, o estudante precisa recuperar sua forma lógica e integrá-la numa descrição com a forma *O falante/escritor pergunta QU-P*, em que *QU-P* é uma pergunta indireta. Para Sperber e Wilson (2001 [1986], p. 371), numa pergunta de exame “a sugestão é que a resposta será relevante para a pessoa falante, não tanto pelo seu conteúdo, como pela evidência indireta que fornece quanto ao domínio da matéria pelo candidato.”

Em outras palavras, é desejável, do ponto de vista do professor, que o estudante seja capaz de fornecer a resposta correta, no caso o valor do volume da dita barra de ouro. Em outras palavras, sabe-se que “algo_i (o valor do volume da barra de ouro em formato de um prisma cuja base é um trapézio_i) possui um valor_j.” O pronome interrogativo ‘qual’ coloca-se justamente no lugar desse valor que ainda é incógnito para o estudante, embora não seja incógnito para o professor, e o estudante sabe que o professor sabe a resposta¹⁵. Todo jogo comunicativo é o de encontrar este valor¹⁶.

Minimamente, por hipótese, o enunciado acrescenta a seguinte suposição:

S₇ – O problema pergunta qual é o valor do volume da barra de ouro em formato de um prisma cuja base é um trapézio (do *input* linguístico).

Todas essas suposições são insumos (*inputs*) para o cálculo do volume. Para isso ser possível, os estudantes mobilizam um conjunto de suposições memorizadas e de inferências. Ou seja, trata-se da contextualização de informações novas no contexto cognitivo de informações antigas. O que fazemos a seguir é perseguir uma de muitas linhas de raciocínio possíveis, assumindo o risco contingente de não ser o caminho seguido pelos estudantes.

¹⁵ A rigor, a resposta também pode ser obtida no gabarito do livro (DANTE, 2009, p. 500).

¹⁶ Rauen vem discutindo mais recentemente o papel da fixação de metas sobre as relações de relevância. A resolução deste problema seria incluída, segundo ele, em casos de conclusão fixa demandando processamento de estímulos de menor custo. Segue-se disso a força da heurística guiada pela relevância, como se verá mais a frente. (RAUEN, 2013, comunicação pessoal).

Por hipótese, o primeiro conhecimento a ser mobilizado é como calcular o volume deste prisma, ou seja, a fórmula do cálculo. Nessa mobilização, faz-se necessário, minimamente, converter o enunciado em Língua Natural para o registro algébrico, embora neste exercício se reconheça que a conversão pode e, como veremos adiante, deveria ser tripla, ou seja, convertendo Língua Natural em registro geométrico (mobilizando a figura) e/ou registro geométrico em registro algébrico, ou qualquer outra combinação possível. Mais uma vez, arriscamos, para efeitos descritivos, a precedência da primeira conversão.

A fórmula para o cálculo do volume é a que segue:

$$V = A_b \cdot h$$

Tal que:

V equivale ao volume de um prisma

A_b equivale à área da base

h equivale à altura do prisma

Por hipótese, para mobilizar essa fórmula, o estudante deve ter memorizado a seguinte suposição (aqui representando uma versão mais recorrente de expressão entre os estudantes):

S_8 – O volume de um prisma é igual à área da base do prisma vezes a altura do prisma (da memória enciclopédica).

Com base nessa suposição, começa a cadeia de inferências necessária para a resolução do problema. Uma primeira é a de que se o volume do prisma corresponde ao produto da área da base pela altura, então é preciso primeiro calcular a área da base.

S_8 – O volume de um prisma equivale à área da base do prisma vezes a altura do prisma (da memória enciclopédica);

$S_9 - S_8 \rightarrow S_{10}$ (inferência por *modus ponens*);

S_{10} – É preciso calcular primeiro a área da base do prisma (conclusão implicada).

$S_{11} = S_2$ – A base do prisma é um trapézio (do *input* linguístico);

$S_{12} - S_{10} \wedge S_{11} \rightarrow S_{13}$ (inferência por *modus ponens conjuntivo*);

S_{13} – É preciso calcular a área do trapézio (conclusão implicada).

Para determinar a área do trapézio, é preciso mobilizar a respectiva fórmula:

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Tal que:

A equivale à área do trapézio

B equivale à base maior do trapézio

b equivale à base menor do trapézio

h equivale à altura do trapézio

Por hipótese, para mobilizar essa fórmula, o estudante deve ter memorizado a seguinte suposição (mais uma vez, optamos pela versão mais recorrente de expressão):

S_{14} – A área do trapézio é igual à soma das bases do trapézio vezes a altura do trapézio dividido por 2 (da memória enciclopédica).

Com base na fórmula, o estudante volta ao enunciado do problema e mapeia as informações em ordem de acessibilidade (da esquerda para a direita) até encontrar os insumos da fórmula, a saber: base maior e menor e altura. Os dados das bases do trapézio estão no segundo enunciado¹⁷.

$S_{15} = S_4$ – As bases desse trapézio medem 8 cm e 12 cm (do *input* linguístico);

A determinação da altura do trapézio depende de o estudante inferir que a expressão ‘altura da barra’ corresponde à altura do trapézio.

$S_{16} = S_5$ – A altura da barra de ouro cuja base é um trapézio é 5 cm (do *input* linguístico);

$S_{17} =$ A altura da barra corresponde à altura do trapézio (do *input* linguístico);

$S_{18} - S_{16} \wedge S_{17} \rightarrow S_{19}$ (inferência por *modus ponens conjuntivo*);

$S_{19} -$ A altura do trapézio é 5 cm (conclusão implicada).

Com essas suposições, é possível empreender o tratamento correto para calcular a área do trapézio, ressalvando-se aqui que as suposições mobilizadas para realizá-lo não serão descritas.

¹⁷ A rigor, há uma inferência que permite diferenciar base maior de base menor. Algo como “se 12 cm é maior que 8 cm, então 12 cm corresponde à base maior e 8 cm corresponde à base menor”. Essa constatação é mais um exemplo de quantas informações precisam ser inferidas dos enunciados em língua natural supostamente explícitas em textos de matemática.

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

$$A = \frac{(12 + 8) \cdot 5}{2}$$

$$A = \frac{20 \cdot 5}{2}$$

$$A = 50 \text{ cm}^2$$

Com esse tratamento, é possível chegar ao resultado:

S_{20} – A área do trapézio é 50 cm^2 (conclusão implicada derivada do tratamento matemático).

Conhecida a área do trapézio, é possível passar ao cálculo do volume do prisma. Para isso, é necessário recuperar a altura do prisma do enunciado do problema. Mais uma vez, entra em processo o mecanismo de compreensão guiado pela relevância. Segundo esse princípio, a relembrar, na computação de efeitos cognitivos, o estudante segue um caminho de esforço mínimo. Para isso, ele considera “hipóteses interpretativas (desambiguações, atribuições referenciais, suposições contextuais, implicaturas, etc.) seguindo a ordem de acessibilidade” e para “quando é alcançado o nível esperado de relevância” (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], p. 13).

Voltemos ao enunciado:

Uma barra de ouro é fundida na forma de um prisma cuja base é um trapézio (figura a seguir). As bases desse trapézio medem 8 cm e 12 cm e a altura da barra é 5 cm. O comprimento da barra é 30 cm. Qual é seu volume?

Seguindo uma rota de esforço mínimo, qual é a primeira e única incidência da palavra ‘altura’? Como se pode conferir, esta palavra ocorre pela primeira e única vez na expressão ‘altura da barra’ na segunda proposição do segundo enunciado. Sendo esse o caso, ela mobiliza as seguintes suposições:

$S_{21} = S_1$ – Uma barra de ouro é fundida na forma de um prisma (do *input* linguístico);
 $S_{22} = S_5$ – A altura da barra de ouro cuja base é um trapézio é 5 cm (do *input* linguístico);
 $S_{23} - S_{21} \wedge S_{22} \rightarrow S_{24}$ (inferência por *modus ponens conjuntivo*);
 S_{24} – A altura do prisma é 5 cm (conclusão implicada).

Conhecida a altura do prisma (sic), é possível empreender o tratamento para calcular o volume do prisma:

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = 50 \cdot 5$$

$$V = 250 \text{ cm}^3$$

Com esse tratamento, é possível chegar ao resultado:

S_{25} – O volume do prisma é 250 cm^3 (conclusão implicada derivada do tratamento matemático).

Segundo assevera o mecanismo de interpretação guiado pela relevância, a primeira interpretação consistente com a presunção de relevância ótima é a interpretação relevante. Isso explica por que o estudante, tendo obtido o volume do prisma, ignora as informações do terceiro enunciado. Reparemos que nem sempre todos dados da proposição de um problema tem de ser utilizados necessariamente em algum cálculo. Desse modo, tendo obtido o volume de 250 cm^3 como resposta, o estudante dá o problema como encerrado e passa para a próxima tarefa.

4.3 DISCUSSÃO SOBRE A RESOLUÇÃO DOS ESTUDANTES

Conforme o procedimento de compreensão guiado pela relevância, o estudante segue uma rota de esforço mínimo no cômputo de efeitos cognitivos, processando os enunciados em ordem de acessibilidade e parando quando sua expectativa de relevância é satisfeita. Seguindo este caminho, o estudante teria processado os enunciados linguísticos numa suposta cadeia de suposições (S_1 - S_{25}). Nessa cadeia, a suposição S_{24} configura-se como uma conclusão implicada que decorre de duas premissas implicadas. A primeira S_{21} produz a equivalência entre as sequências lexical ‘barra de ouro’ e ‘forma de um prisma’. Em outras palavras, a barra de ouro é um prisma. No segundo enunciado, afirma-se que a altura da barra de ouro mede 5 cm. Isso permite inferir que sendo equivalentes os termos ‘barra de ouro’ e ‘forma do prisma’ e sendo 5 cm a altura da barra de ouro, então também será 5 cm a altura do prisma. Nada mais havendo a interpretar (leiamos tendo sido encontrada a interpretação relevante), procede-se ao cálculo.

Vejamos:

$S_{21} = S_1$ – Uma barra de ouro é fundida na forma de um prisma (do *input* linguístico);

$S_{22} = S_5$ – A altura da barra de ouro cuja base é um trapézio é 5 cm (do *input* linguístico);

$S_{23} - S_{21} \wedge S_{22} \rightarrow S_{24}$ (inferência por *modus ponens conjuntivo*);

S_{24} – A altura do prisma é 5 cm (conclusão implicada).

A origem do equívoco está na dupla atribuição de referência ao termo ‘altura’ nas duas fórmulas. Quando o estudante procede ao tratamento do cálculo da área do trapézio, o termo ‘altura da barra’ é corretamente mapeado como ou se refere à ALTURA DO TRAPÉZIO, ou seja, ao segmento de reta que é perpendicular às bases e é compreendido entre elas. Reparemos que não há nem problema de conversão, nem problema de tratamento, e o resultado obtido é o resultado esperado. Quando o estudante procede ao tratamento do cálculo do volume do prisma, a expressão ‘altura da barra’ não pode ser mapeada por ALTURA DO PRISMA, embora tivesse havido antes a equivalência entre BARRA e PRISMA no primeiro enunciado, como já argumentamos. Agora há um problema de conversão, embora não haja erro de tratamento, visto que o algoritmo do cálculo segue corretamente com premissas ou insumos incorretos.

Para reverter essa situação, o docente precisa retomar o conceito de ALTURA DE UM PRISMA, para que o estudante tenha condições de compreender o que ocorre na questão. Em matemática, ALTURA DE UM PRISMA corresponde à distância perpendicular entre as duas bases que o formam, ou seja, a distância que forma um ângulo de 90° entre as duas bases. Claro está que, sendo a barra de ouro fundida na forma de um prisma cuja base é um trapézio, a altura do prisma não pode ser encontrada no próprio trapézio, mas sim na aresta lateral da barra. É o terceiro enunciado que se refere à aresta lateral da barra, afirmando que ela mede 30 cm de comprimento. Nesse caso, é necessário mostrar ao estudante que o prisma encontra-se deitado, mobilizando o registro geométrico. Com base nessa mobilização, o estudante poderá perceber que: (a) as faces laterais (com a forma de um trapézio) coincidem com a base do prisma; (b) a expressão ‘altura da barra’ deveria corresponder ao conceito de ALTURA DO TRAPÉZIO em vez de ALTURA DO PRISMA; e (c), e a expressão ‘comprimento da barra de ouro’ deveria corresponder ao conceito de ALTURA DESSE PRISMA.

Vejamos, a seguir, uma suposta cadeia de inferências necessária para resolver adequadamente a questão:

$S_{21}' = S_1$ – Uma barra de ouro é fundida na forma de um prisma (do *input* linguístico);
 $S_{22}' = S_6$ – O comprimento da barra de ouro cuja base é um trapézio é 30 cm (do *input* linguístico);
 S_{23}' – O prisma encontra-se deitado (do *input* visual);
 $S_{24}' = S_{22}' \wedge S_{23}' \rightarrow S_{25}'$ (inferência por *modus ponens conjuntivo*);
 S_{25}' – O comprimento da barra de ouro equivale à altura do prisma (conclusão implicada);
 $S_{26}' = S_{22}' \wedge S_{25}' \rightarrow S_{27}'$ (inferência por *modus ponens conjuntivo*);
 S_{27}' – A altura do prisma é 30 cm (conclusão implicada).

Mapeada corretamente a altura do prisma, é possível realizar o tratamento para calcular o volume do prisma:

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = 50 \cdot 30$$

$$V = 1500 \text{ cm}^3$$

Com esse cálculo, é possível chegar ao resultado esperado:

S_{26}' – O volume do prisma é 1500 cm^3 (conclusão implicada derivada do tratamento matemático).

Segundo assevera o princípio de relevância ótima, um enunciado presume-se otimamente relevante porque é o estímulo mais relevante que o falante/escritor foi capaz ou quis produzir. Na resolução do exercício em questão, mobilizam-se três registros de representação, cada um dos quais exercendo influências próprias no processamento do problema. Até o momento, chegamos à conclusão que o estudante teria mapeado incorretamente ALTURA DA BARRA por ALTURA DO PRISMA. A questão que ainda sobra é por quê?

Uma hipótese é a de que um conceito mais fundamental para o termo ‘altura’ afetou tanto a proposição como a interpretação do exercício. Tomemos o conceito de altura do dicionário Michaelis *online* (2013).¹⁸

sf (alto+ura2) 1 Distância perpendicular **de baixo para cima**; profundidade; espessura. 2 Distância entre o **ponto mais baixo** e o **ponto mais alto** de alguma coisa ereta: A altura de um prédio, de uma árvore. 3 Distância entre o **ponto mais baixo** e o **mais alto** de um corpo animal, especialmente do homem; tamanho,

¹⁸ Disponível em: <<http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=altura>>. Acesso em mar. 2013.

estatura. 4 Distância entre a superfície da Terra e um corpo situado **acima dela**: O balão estava a 2.000 metros de altura. 5 **Elevação**, eminência, colina, crista. 6 Astr O mesmo que altitude, acepção 2. 7 O céu, o firmamento. 8 Nível cultural; importância, valia, superioridade. 9 Estado de adiantamento: Em que altura está o seu trabalho? 10 Náut Posição de um navio em relação a uma cidade ou acidente geográfico costeiros: O navio avariado encontra-se na altura do Rio de Janeiro. 11 Agudeza de um som musical, dependente do número de vibrações por segundo, por exemplo, das cordas de um instrumento musical ou das cordas vocais, e do número de ondas sonoras que alcançam o ouvido por segundo, de tal maneira que a maior número de vibrações corresponde maior altura de som e vice-versa; também chamado elevação do som. [...]. (negritos acrescentados ao original).

Apesar de a primeira acepção remeter à “profundidade” e à “espessura”, mais próximas da noção técnica do termo ligada ao conceito do que é perpendicular, a maior parte das acepções do termo ‘altura’ remetem ao conceito do que é vertical (supostamente derivada de nossa biologia ereta), que são destacadas em negrito na citação. Logo, termos como ‘encima’ e ‘embaixo’ estão intrinsecamente relacionados com essa noção primeira de ‘altura’.

Se isso estiver correto, o exercício está mobilizando pelo menos três conceitos de ALTURA, a saber: (1) ALTURA, como algo que se define antes por aquilo que é vertical e mobiliza conceitos como ENCIMA e EMBAIXO; (2) ALTURA*, um primeiro estreitamento técnico que se refere ao conceito de ALTURA DE UM TRAPÉZIO, ou seja, um segmento de reta que é perpendicular às bases e é compreendido entre elas; e (3) ALTURA**, um segundo estreitamento técnico que se refere ao conceito de ALTURA DE UM PRISMA, ou seja, uma distância que forma um ângulo de 90° entre as duas bases de um prisma.

Além disso, o exercício está mobilizando simultaneamente três objetos, a saber: (4) barra de ouro, um objeto empírico que pode ser concebido com um prisma de vários formatos, incluindo aqueles cuja base é um trapézio; (5) trapézio, um objeto geométrico bidimensional cujo acesso só se pode dar por meio de suas representações e, no caso em questão, representando a base da barra de ouro; (6) prisma, um objeto geométrico tridimensional cujo acesso também só se pode dar por meio de suas representações e, no caso em questão, representando tridimensionalmente a barra de ouro.

Tendo em vista essas considerações, podemos ter as seguintes combinações plausíveis:

- a) ALTURA da barra de ouro;
- b) ALTURA do trapézio;
- c) ALTURA do prisma;
- d) ALTURA* do trapézio;
- e) ALTURA** do prisma.

Mais ainda, o exercício está mobilizando três registros que demandam conversões mútuas: (7) o registro em língua natural; (8) o registro geométrico; e (9) o registro algébrico, de modo que a proposição da tarefa inicia-se pelo registro em língua natural, passa pelo registro geométrico e termina no registro algébrico.

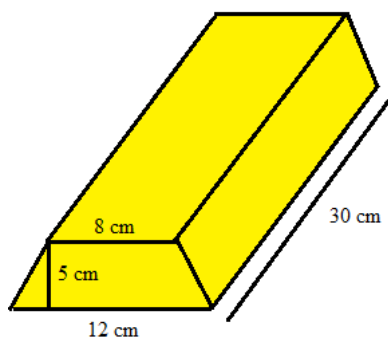
O registro algébrico demanda apenas as combinações (d) e (e) para as fórmulas do cálculo da área do trapézio e do volume do prisma. Todavia, o exercício fornece explicitamente essas combinações?

No registro em língua natural, o termo altura aparece apenas uma vez no segundo enunciado em ‘altura da barra’. Veja-se:

(1) Uma barra de ouro (objeto a) é fundida na forma de um prisma (objeto c) cuja base é um trapézio (objeto b) (ver figura 1). (2) As bases desse trapézio medem 8 cm e 12 cm e a **altura da barra** é 5 cm. (3) O comprimento da barra é 30 cm. (4) Qual é seu volume? (negrito acrescentado pelo autor)

Essa expressão é facilmente mapeada na figura da barra. Veja-se

Figura 11 – Representação da barra de Ouro.



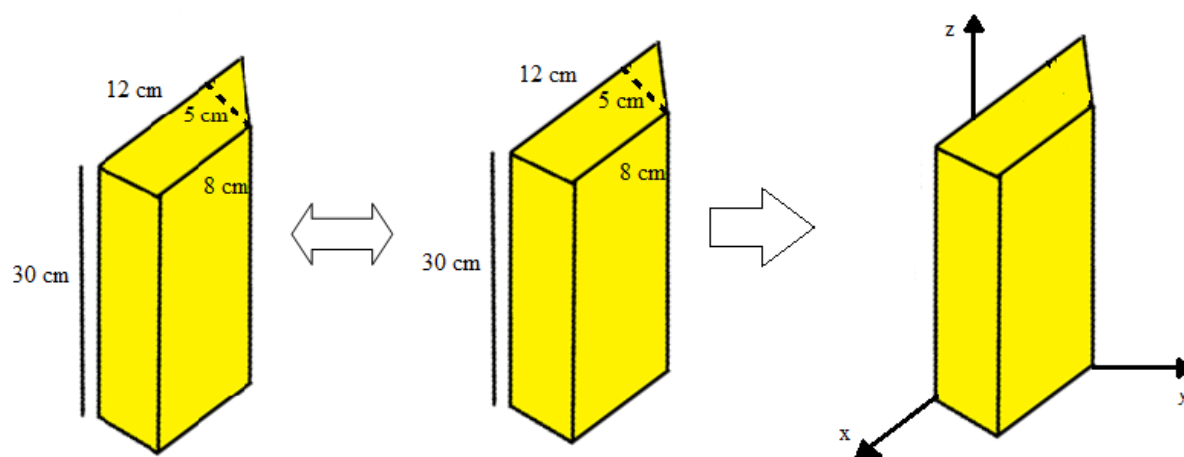
Fonte: Dante, 2009, p. 372, com acréscimo de medidas.

Fácil perceber que, para o estudante que ainda não tem domínio do conceito técnico de ALTURA* (altura do trapézio), que ele pode interpretar 5 cm como ALTURA, uma vez que ela está representada verticalmente na figura e, de fato, corretamente representa a altura desses objetos empíricos quando estão deitados. Nada há de errado com a expressão ‘altura da barra’: ela representa a altura vertical das barras deitadas (combinação a) tanto quanto, no caso, o segmento de reta que é perpendicular às bases do trapézio e é compreendido entre elas (combinação b). Como não há problema de conversão entre língua natural e registro geométrico, não há erro de conversão no cálculo da área do trapézio.

Mas que dizer da altura do prisma. Primeiro, o termo não surge explicitamente no registro em língua natural: é preciso inferir o conceito de ALTURA** do item lexical ‘comprimento’, o que demanda conhecimento do conceito de altura como algo perpendicular às bases. Segundo, como a barra está deitada, a ALTURA** está representada no eixo z, que, obviamente, não está na vertical.

Na figura 12, a seguir, ao girar a barra de ouro¹⁹, pretendemos demonstrar como o conceito de ALTURA** relaciona-se com a formação de um ângulo de 90° em relação às suas bases e não com a noção de verticalidade (eixo y)²⁰. Em outras palavras, quando o prisma está deitado, ou seja, representando suas bases verticalmente (eixos x e y), a altura do prisma será representada pela profundidade (eixo z). Quando o prisma está em pé, ou seja, as bases ficando embaixo e sobre as arestas laterais (eixos x e z) a altura do prisma será representada verticalmente (eixo y).²¹

Figura 12 - Modificação na posição da barra de ouro (prisma).



Fonte: Elaboração do autor.

Na versão em que a barra está de pé, é fácil perceber que o comprimento da barra não apenas se candidata à altura** (combinação e), mas também representa altura da barra (combinação c), uma vez que está representado verticalmente (eixo y). Como os estudantes estavam com a versão deitada da barra, não sem razão, retomaram a representação vertical mais acessível (5 cm), ignorando o comprimento da barra.

¹⁹ Obviamente, como se verá mais a frente, ao fazer esse giro, modifica-se intrinsecamente o problema.

²⁰ No plano cartesiano em R^3 , o eixo x apresenta o deslocamento da figura para frente, o eixo y para o lado e o eixo z para cima.

²¹ Aqui há um problema insolúvel. Ou a representação privilegia a altura do trapézio, apresentando a barra de ouro deitada, ou a representação privilegia a altura do prisma, apresentando a barra de ouro em pé.

Neste ponto da discussão, cabe elaborar duas perguntas: (a) o problema poderia ter sido elaborado de modo a evitar o mapeamento equivocado? e (b) isso seria desejável?

Com relação à primeira pergunta, defendemos o argumento de que a forma como o problema foi proposto colaborou com a emergência do mapeamento equivocado. Do ponto de vista exclusivamente linguístico, o enunciado do problema leva a inferir que, se ‘uma barra de ouro é fundida na forma um prisma’ e a ‘a altura da barra é 5 cm’, então a altura do prisma é 5 cm. Relembremos:

S_1 – Uma barra de ouro é fundida na forma de um prisma (do *input* linguístico);
 S_2 – A altura da barra é 5 cm (do *input* linguístico);
 S_3 – $S_1 \wedge S_2 \rightarrow S_4$ (inferência por *modus ponens conjuntivo*);
 S_4 – A altura do prisma é 5 cm (conclusão implicada).

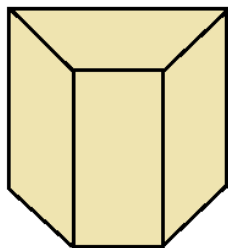
O primeiro enunciado apresenta as características da barra de ouro, afirmando que ela é um prisma cuja base é um trapézio. O segundo enunciado fornece as informações do trapézio. O terceiro enunciado traz a informação referente ao comprimento do prisma. Assim, a substituição do termo ‘altura da barra’ por ‘altura do trapézio’, no segundo enunciado, não permitiria que o estudante construísse a suposição S_4 (A altura do prisma é 5 cm) acima. Destaque-se que foi justamente esse enunciado que tornou o terceiro sem relevância, já que o estudante já tinha todas as informações necessárias para o cálculo da área da base e do volume do prisma. O terceiro enunciado, por sua vez, poderia ser escrito da seguinte forma: ‘a altura do prisma é 30 cm’. Tais modificações tornariam o enunciado mais claro, reduzindo a possibilidade de equivoco do estudante. Veja-se:

Uma barra de ouro é fundida na forma de um prisma cuja base é um trapézio (figura abaixo). As bases desse trapézio medem 8 cm e 12 cm e a *altura desse trapézio* é 5 cm. *A altura do prisma é 30 cm*. Qual é seu volume?

Essa hipótese de que a alteração do enunciado evitaria o equívoco é confirmada quando se considera a quinta atividade proposta do mesmo conjunto de exercícios do livro²² (em itálico, a demonstração dos termos adequados):

Um enfeite de acrílico tem como base um *trapézio isósceles* (figura ao lado). O *trapézio* tem 12 cm de altura e suas bases medem 30 cm e 10 cm. A peça tem 8 cm de *altura*. Qual é o volume dessa peça?

²² Atividade número 50 do anexo A.



(Dante, 2009, p. 372)

Essa atividade apresenta as mesmas características para efeitos de tratamentos matemáticos, exigindo, inclusive, as mesmas conversões. Contudo, diferente daquela, o enunciado apresenta os dados de forma técnica, não permitindo que o estudante faça atribuição de referência equivocada. O primeiro enunciado refere-se às características do enfeite de acrílico, o segundo apresenta as informações da base desse enfeite e o terceiro a altura desse enfeite. Ao contrário da atividade anterior, os estudantes obtiveram êxito em sua resolução.

Esses resultados, por si mesmos, revelam não somente que uma definição clara dos termos do exercício, mas também a proposição adequada de uma conversão em desenho geométrico evita os equívocos encontrados no exercício em questão. Contudo, é justamente nesses espaços polêmicos de conversão que se podem revelar aspectos importantes da aprendizagem. Pode ser que, por exemplo, todos os estudantes de uma turma acertem todas as conversões e tratamentos de cálculos de volumes de prisma de um conjunto de exercícios técnicos, mas isso implica que elas saltaram do conceito ALTURA para ALTURA* e ALTURA**?

A possibilidade de mapeamentos errados é contingente em todas as atividades de compreensão. Provavelmente, para a maioria dos indivíduos que dominam os conceitos de altura é quase impossível detectar que a questão tinha algum problema. Trata-se do que Rauen (2008) chama de saturação. No processo de ensino e aprendizagem o docente deve estar atento para situações em que o estudante não apresenta o mesmo nível de conhecimentos saturados de matemática. Por hipótese, parece tão óbvio ao professor e matemático experiente que a altura da barra é a altura do trapézio, e comprimento da barra é a altura do prisma, quando a barra está deitada, que ele não percebe que ao expressar altura da barra, altura do trapézio e altura do prisma, está mobilizando conceitos diferentes. Isso revela que os equívocos são de mão dupla e não apenas centrados na incompetência ou inabilidade do aprendiz.

5 CONCLUSÃO

Esta dissertação buscou analisar processos de conversão de registros em Língua Natural para Linguagem Matemática na resolução de problemas matemáticos, argumentando que relações de relevância (SPERBER; WILSON, 2001 [1986], 1995) subjazem as atividades de conversão e de tratamento (DUVAL, 2008, 2009) e que o aparato metodológico da teoria da relevância é capaz de descrever e explicar como isso ocorre.

No capítulo dois, apresentamos os fundamentos da teoria dos registros de representação semiótica, de Raymond Duval (2003, 2008, 2009). Duval (2009) argumenta que três atividades cognitivas são fundamentais para a conceitualização dos objetos matemáticos: *a formação de uma representação identificável*, *o tratamento* e *a conversão*. Para o autor, a atividade de conversão implica a coordenação de múltiplos registros de representação semiótica, sendo justamente essa a chave para a aprendizagem matemática, ou seja, somente quando o estudante consegue transitar entre diferentes registros (no mínimo dois), é que ele tem condições de compreender o objeto matemático estudado.

Converter um objeto matemático implica o conhecimento de diferentes registros de representação, os tratamentos específicos a cada registro, e a forma como eles se relacionam, exigindo o uso de inferências. A conversão entre os diferentes registros, específicos da matemática exige inferências mais “fortes” do que as observadas na conversão da linguagem natural para a linguagem matemática. Esse segundo tipo de conversão, além de exigir os conhecimentos citados anteriormente quase sempre enfrenta o fenômeno de não congruência.

No capítulo três, apresentamos a Teoria da Relevância de Sperber e Wilson (2001 [1986], 1995). Em linhas gerais, a Teoria da Relevância discute a relação entre a obtenção de efeitos cognitivos gerados por um *input* e o esforço de processamento despendido para obtê-los, defendendo tese de que será mais relevante o estímulo quanto maiores forem os efeitos cognitivos e menores os esforços despendidos. Com base nesse conceito de relevância, a Teoria da Relevância estabelece dois princípios: o *princípio cognitivo* de que a mente maximiza a relevância e o *princípio comunicativo* de que enunciados geram expectativas precisas de relevância. Um enunciado presume-se otimamente relevante quando é suficientemente relevante para valer a pena processá-lo e é o estímulo mais relevante graças às preferências e habilidades do emissor.

A presunção de relevância ótima permite a geração de um mecanismo de interpretação guiado pela noção de relevância, segundo o qual o ouvinte segue um caminho de

esforço mínimo na computação de efeitos cognitivos: considerando hipóteses interpretativas seguindo a ordem de acessibilidade e parando quando é alcançado o nível esperado de relevância. Desse modo, partindo-se dos estímulos ostensivos dos enunciados, o ouvinte os enriquece até torná-los explícitos e, se necessário, gera com base nesses enunciados e em suposições armazenadas na memória enciclopédica implicações contextuais até que a interpretação pretendida satisfaça sua expectativa de relevância ótima.

No capítulo quatro, para ilustrar o argumento, analisamos um exercício do livro didático *Matemática – volume único*, de Luiz Roberto Dante (DANTE, 2009, p. 372), utilizado em 2011 por uma escola da rede estadual de ensino do município de Tubarão, SC. O exercício solicita o volume de uma barra de ouro “fundida na forma de um prisma cuja base é um trapézio”, fornecendo as bases do trapézio “8 cm e 12 cm”, respectivamente, a altura e o comprimento da barra “5 cm” e “30 cm”, respectivamente. Na oportunidade, os estudantes não apresentaram dificuldades para determinar o volume de sólidos geométricos, salvo esse problema, cujo resultado esperado era o de 1500 cm³, quando a maioria dos estudantes apresentou 250 cm³.

Para descrever as razões desse equívoco, utilizamos o aparato da teoria da relevância, desde a apresentação da forma lógica dos enunciados, passando pela explicatura e terminando nas cadeias de inferências necessárias para a conversão e o tratamento. Com base na descrição e considerando o procedimento de compreensão guiado pela relevância, verificamos que o estudante segue uma rota de esforço mínimo no cômputo de efeitos cognitivos, processando os enunciados em ordem de acessibilidade e parando quando sua expectativa de relevância é satisfeita. Seguindo este caminho, os estudantes concluem que a altura do prisma é “5 cm”, supostamente porque o enunciado promove uma equivalência entre as sequências lexical ‘barra de ouro’ e ‘forma de um prisma’ e, com base nessa equivalência, quando o segundo enunciado do problema afirma-se que “a altura da barra de ouro mede 5 cm”, isso autoriza que também será 5 cm a altura do prisma, gerando como resultado 250 cm³.

A análise sugere que o equívoco decorre da dupla atribuição de referência ao termo ‘altura’ nas duas fórmulas. No cálculo da área do trapézio, ‘altura da barra’ é corretamente mapeada como ALTURA DO TRAPÉZIO; no cálculo do volume do prisma, ‘altura da barra’ não pode ser mapeada por ALTURA DO PRISMA, gerando-se um problema de conversão que, apesar de não haver problema no tratamento, redundava em erro no cálculo.

Esse resultado também sugere que não está claro o conceito de ALTURA, sendo esta a razão principal do equívoco. Argumentamos que um conceito mais fundamental para o termo ‘altura’ afetou tanto a proposição como a interpretação do exercício.

Por hipótese, o exercício mobilizou três conceitos de ALTURA (ALTURA, como algo que se relaciona à noção de verticalidade; ALTURA*, como segmento de reta que é perpendicular às bases e é compreendido entre elas; e ALTURA**, como distância que forma um ângulo de 90° entre as duas bases de um prisma), combinados com os objetos (barra de ouro, trapézio e prisma) e com três registros de representação (língua natural, geométrico e algébrico). Nesse contexto, o exercício mobilizou cinco combinações: (a) ALTURA da barra de ouro; (b) ALTURA do trapézio; (c) ALTURA do prisma; (d) ALTURA* do trapézio; e (e) ALTURA** do prisma. Destas, somente as duas últimas (d) e (e) eram necessárias para os tratamentos algébricos.

No registro em língua natural, o termo ‘altura’ aparece apenas uma vez no segundo enunciado em ‘altura da barra’. Quando o termo emparelha-se com aquilo que se representa verticalmente no registro geométrico, no caso da altura do trapézio (conversão supostamente congruente), não há problema de conversão com o registro algébrico e o estudante acerta o cálculo. Isso mascara o fato de que ele está operando com o conceito (d) ALTURA* do trapézio, quando de fato está operando com o conceito (a) ALTURA da barra de ouro (ou mesmo (b) ALTURA do trapézio).

Essa hipótese só se revela plausível quando o exercício demanda pelo volume do prisma, exigindo a mobilização de (e) ALTURA** do prisma. Mais uma vez, o conceito (a) ALTURA da barra de ouro se interpõe (ou mesmo (b) ALTURA do trapézio), porque não há nada vertical que possa ser corretamente mapeado como (c) ALTURA do prisma, dado que a barra de ouro está deitada.

Esses erros de mapeamento, como argumentamos, poderiam ser facilmente evitados, bastando usar os termos técnicos ‘altura do trapézio’ e ‘altura do prisma’ na proposição do problema em Língua Natural. Todavia, isso também poderia levar a não perceber que os alunos não estão compreendendo os conceitos matemáticos em questão.

Conforme prediz o mecanismo de compreensão guiado pela relevância de Sperber e Wilson, o primeiro conceito que se revela relevante é o que se utiliza, não sendo mobilizado outro. É justamente no equívoco de conversão, como prevê Duval, que o professor tem a possibilidade de perceber não somente que os estudantes não possuem o conceito de altura esclarecido, como também o quanto a saturação do conceito técnico de altura torna difícil perceber por que esta forma de proposição do problema e a exposição da barra deitada podem causar tanto embaraço.

REFERÊNCIAS

ANDRADE FILHO, Bazilio Manoel de. **Processos ostensivos inferências na modelação matemática de um problema sócio econômico**: estudo de caso com base na teoria da relevância. 2011, 50 f. Projeto de dissertação (Mestrado em Ciências da Linguagem)-Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2011.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2010.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998. 148 p.

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI, José Ruy; GIOVANNI JUNIOR, José Ruy. **Matemática Fundamental**: 2º grau – Volume único. São Paulo: FTD, 1994.

CARDOSO, Marleide Coan. **Língua natural e processos de tratamentos e conversões de registros de representação semiótica em matemática**. 2011, 41 f. Projeto de tese (Doutorado em Ciências da Linguagem)-Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2011.

CHEVALARD, Yves; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas**: O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: Artmed. 2001.

DAMM, Regina Flemming. Registros de representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Educação Matemática**: Uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: Educ, 2008. p. 167-188.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática**: volume único. São Paulo: Ática, 2005.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. de Lênio Fernandes Levy e Maria Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009. Coleção Contextos da Ciência, fascículo 1.

_____. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. 4. ed. Campinas: Papyrus, 2008.

GIOVANNI, Jose Ruy; CASTRUCCI, Benedito; GIOVANNI JR, José Ruy **A conquista da matemática**: 6º ano. Ed. renovada. São Paulo: FTD, 2009.

_____; _____. _____. _____. 9º ano. Ed. renovada. São Paulo: FTD, 2009.

GRICE, H. P. Meaning. **The Philosophical Review**, v. 66, n. 3, jul. 1957, p. 377-388

_____. Lógica e conversação. In: DASCAL, M. (Org.). **Fundamentos metodológicos da lingüística**. V. 4. Pragmática. Campinas: Unicamp, 1982. p. 81-104.

OLIVEIRA, Carlos N.C.; ORFALI, Fábio; FERNANDES, Marco Antonio Martins; TORKOMIAN, Mônica Mendes Gonçalves. **Para viver juntos**: matemática - ensino fundamental.- São Paulo: SM, 2008.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

PEIRCE, Charles Sanders. **Semiótica**. Tradução de José Teixeira Coelho Neto. 4. ed. São Paulo: Perspectiva, 2010.

PROJETO ARARIBÁ. **Matemática**: 5ª série. São Paulo: Moderna, 2006.

RAUEN, Fábio. José. Sobre relevância e irrelevâncias. In: RAUEN, Fábio. José; CAMPOS, Jorge (Orgs.). **Tópicos em teoria da relevância**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008. p. 26-56.

_____; FELTES, Heloísa Pedroso de Moraes. **Problematizando o item lexical ‘beijo’**: explicaturas e implicaturas em questão da Provinha Brasil. Inédito, 2013. Artigo submetido à Revista Linguagem em (Dis)curso.

SANTA CATARINA. Proposta curricular de Santa Catarina: Síntese teórica e práticas pedagógicas. Fascículos de 6 a 10. Florianópolis: Secretaria de Estado Educação e Desporto, 1998.

SILVA, Cíntia Rosa da. **Conversão de registros de representação**: desenvolvimento de aplicativos para o ensino-aprendizagem de funções. 2009, 157 f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Linguagem)-Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2009.

SILVEIRA, J. R. C; FELTES, H. P. M. **Pragmática e cognição**: a textualidade pela relevância e outros ensaios. 3. ed. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2002.

SPERBER, Dan; WILSON, Deirdre. **Relevance**: communication & cognition. 2nd. ed. Oxford: Blackwell, 1995. [1st. ed. 1986].

_____; _____. **Relevância**: comunicação e cognição. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001.

_____; _____. Posfácio da edição de 1995 de “Relevância: comunicação & cognição”. **Linguagem em (Dis)curso**, v. 5, n. esp., p. 171-219, 2005.

STRAWSON, P. F. **Logic-linguistic papers**. London: Methen. 1971.

WILSON, D. Prefácio. In: SPERBER, Dan; WILSON, Deirdre. **Relevância**: comunicação e cognição. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2001. p. 7-21.

_____. **Pragmatic Theory**. Trad. livre de Fábio José Rauén. London: UCL Linguistics Dept, 2004. Disponível em <http://www.phon.ucl.ac.uk/home/nick/pragtheory/>. Acesso em: 15 mar. 2005.

_____; SPERBER, Dan. Teoria da Relevância. **Linguagem em (Dis)curso**, v. 5, n. esp., p. 221-268, 2005.

ANEXOS

ANEXO A – Estudo do volume do prisma

O volume de um prisma é dado pelo produto da área da base A_b pela sua altura h .

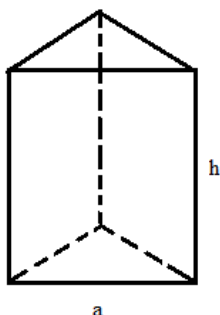
$$V = A_b \cdot h$$

Obs.: Para explicar a fórmula do cálculo do volume utilizou-se o princípio de Cavalieri.

→Exemplo:

Calcular o volume de um prisma triangular regular no qual a aresta da base mede 4 cm e a altura mede $10\sqrt{3}$ cm (BONJORONO, p. 446).

1ª Etapa: Conversão para o registro geométrico;



2ª Etapa: Calcular a área da base:

- Área de um triângulo equilátero:

$$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

- Como $a = 4$ cm tem-se:

$$A = \frac{4^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A = \frac{16\sqrt{3}}{4}$$

$$A = 4\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

3ª Etapa: Calcular o volume:

- Volume de um prisma:

$$V = A_b \cdot h$$

- Como $h = 10\sqrt{3}$ cm e $A_b = 4\sqrt{3}$ cm² tem-se:

$$V = A_b \cdot h$$

$$V = 4\sqrt{3} \cdot 10\sqrt{3}$$

$$V = 40\sqrt{9}$$

$$V = 40 \cdot 3$$

$$V = 120 \text{ cm}^3$$

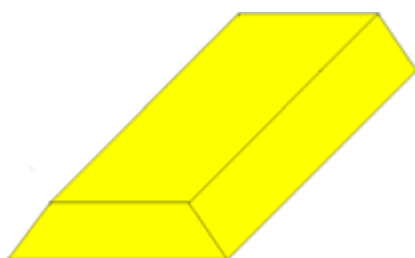
→Atividades:

1 – A altura de um prisma hexagonal regular é igual a 5 cm. Sendo 2 cm a aresta da base, calcule o volume do prisma (BONJORNNO et al, p. 446).

2 – Um prisma quadrangular regular tem 20 cm de perímetro da base. Se a altura do prisma mede 12 cm, calcule o seu volume (BONJORNNO et al, p. 446).

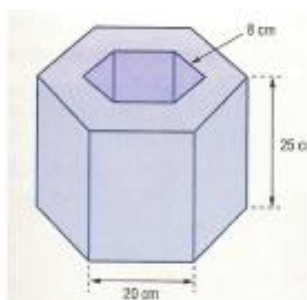
→Atividades complementares:

46 – Uma barra de ouro é fundida na forma de um prisma cuja base é um trapézio (figura a seguir). As bases desse trapézio medem 8 cm e 12 cm e a altura da barra é 5 cm. O comprimento da barra é 30 cm. Qual é seu volume?



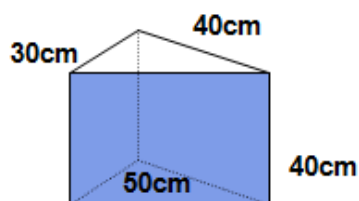
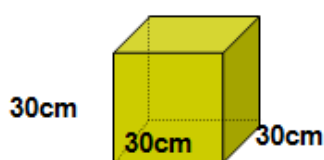
(DANTE, 2009, p. 372).

47 – Calcule o volume de uma peça de metal cuja forma e medidas estão na figura abaixo:



(DANTE, 2009, p. 372).

48 – Duas caixas de madeira serão construídas com as formas e medidas indicadas nas figuras.



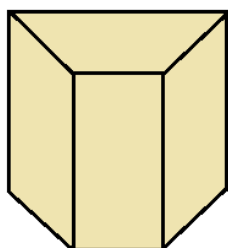
Deseja-se saber:

Em qual delas será usada maior quantidade de madeira?

Qual delas terá espaço interno maior?

(DANTE, 2009, p. 372).

50 - Um enfeite de acrílico tem como base um trapézio isósceles (figura ao lado). O trapézio tem 12 cm de altura e suas bases medem 30 cm e 10 cm. A peça tem 8 cm de altura. Qual é o volume dessa peça?



(Dante, p. 372 – 50)

51 – É dado um prisma cuja base é uma região quadrada de aresta 4 cm. O volume do prisma é 80 cm^3 . Calcule a área lateral e a área total do prisma.

53 – O volume de um prisma regular de base quadrada é 700 cm^3 . O perímetro da base é de 40 cm. Calcule o volume e a área total do prisma.

