UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ADRIANA KROENKE

JOGOS VETORIAIS NO POSICIONAMENTO CONTÁBIL DAS EMPRESAS DE METALURGIA E SIDERURGIA LISTADAS NA BM&FBOVESPA

CURITIBA
2014

ADRIANA KROENKE

JOGOS VETORIAIS NO POSICIONAMENTO CONTÁBIL DAS EMPRESAS DE METALURGIA E SIDERURGIA LISTADAS NA BM&FBOVESPA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial para a obtenção do título de doutor.

Prof. Volmir Eugênio Wilhelm, Dr. Eng.– Orientador

CURITIBA
2014

TERMO DE APROVAÇÃO

ADRIANA KROENKE

JOGOS VETORIAIS NO POSICIONAMENTO CONTÁBIL DAS EMPRESAS DE METALURGIA E SIDERURGIA LISTADAS NA BM&FBOVESPA

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor no Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setor de Ciências da Terra, Setores de Tecnologia e Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. Volmir Eugênio Wilhelm
Orientador – Departamento e Engenharia da Produção, UFPR

Prof. Dr. Helder Gomes Costa
Departamento de Engenharia de Produção, UFF

Prof. Dr. Reinaldo Castro Souza
Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio

Prof. Dr. Anselmo Chaves Neto
Departamento de Estatística, UFPR

Prof. Dr. Jair Mendes Marques
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia

Curitiba, 11 de dezembro de 2014.

Aos meus Pais Jens e Didlen Kroenke

AGRADECIMENTOS

Chegou o momento de registrar meus agradecimentos a todos que me acompanharam nessa caminhada possibilitando o meu crescimento pessoal e profissional.

As agulhadas dadas pela máquina de costura de minha mãe, somadas aos giros das rodas do caminhão de meu pai, dão ideia do quanto devo a eles. As toneladas transportadas pelo meu pai, multiplicadas pelos metros de fio usados pela minha mãe, dá o tamanho da minha gratidão. Obrigada mãe! Obrigada pai!

Das sagradas escrituras aprendi que devo desejar a sabedoria, orar pedindo sabedoria, procurar sabedoria e crescer na sabedoria. Ademar, irmão e pastor, tuas orações e palavras me acompanharam até aqui. Obrigada pelo carinho, que estendo a minha cunhada Joice e ao Luiz Alberto, meu sobrinho!

A vida me reservou alguém muito especial, companheiro em todos os momentos, e com você Nelson, quero compartilhar esta conquista. Devo muito a você por tudo que faz por mim, por tudo que me ensinou e ensina diariamente, sempre com algo novo para contar. Nunca esquecerei do rigor! Lembre-se: os seus sonhos são meus sonhos. Obrigada, Neno pelo seu cuidado, dedicação e amor! Ah sim, o amor é um jogo cooperativo. Deles não tratei nesta tese. No entanto, na prática busco no amor o equilíbrio como sendo a Jogadora I. Ambos ganhamos e assim seguiremos jogando durante o resto de nossas vidas. Obrigado Jogador II, te amo!

Mário Quintana escreveu: “é preciso partir, é preciso chegar – ah, como esta vida é urgente”. Professor Volmir Eugênio Wilhelm, o seu auxílio foi meu norte. Ao chegar, recebi seus conselhos. Ao partir, saio melhor. Hoje chego ao que planejamos e parto levando muito de ti. Obrigada!

De vocês professores, Anselmo Chaves Neto, Aurora Trinidad Ramirez Pozo, Ademir Alves Ribeiro, Deise Maria Bertholdi, Jair Mendes Marques, Liliana Madalena Gramani, Neida Maria Patias Volpi, Paulo Henrique Siqueira, aprendi que: é professor aquele que possui a capacidade de sair de cena, sem sair do espetáculo. Saio da plateia, mas fica meu aplauso e o meu reconhecimento. Obrigada senhores e senhoras!

Defendo esta tese orgulhosa da minha banca final. Professor Helder Gomes Costa, minha referência na análise decisória multicritério. Professor Reinaldo Castro Souza pela sua disposição, envolvimento e garra acadêmica. Professor Anselmo Chaves Neto pela seriedade, dureza e retidão de caráter. Professor Jair Mendes Marques, exemplo de dedicação, tranquilidade e didática. Obrigada pelas considerações e exemplo.

Vinícius de Moraes afirma que “mesmo que as pessoas mudem e suas vidas se reorganizem, os amigos devem ser amigos para sempre”. Nayane, Moacir e Itzhak vocês são incríveis! Em nome de vocês quero agradecer a todos os amigos e colegas com os quais convivi neste período e solicitar que guardem recordações assim como eu as guardarei. Obrigada pela nossa amizade!

Agilidade e comprometimento são palavras que definem a secretária Maristela e o secretário Jair. Obrigada por me atender sempre de forma tão gentil e eficiente.

Agradeço a Secretaria de Estado de Santa Catarina pelo auxílio financeiro concedido por meio do Programa de Bolsas do Fundo de apoio à Manutenção e ao desenvolvimento da Educação Superior – FUMDES.

Enfim, a todos que contrubuíram de uma ou outra forma para que eu pudesse concluir esta etapa tão importante em minha vida. Obrigada!

A Deus, por hipótese!

“The decision problem is a two-person zero-sum game where
the decision maker plays against a diabolical Miss Nature”.
(Luce & Raiffa)

RESUMO

O posicionamento contábil de empresas é tema recorrente em ambientes de investimento. Esta pesquisa tem por objetivo avaliar o posicionamento contábil das empresas do setor de metalurgia e siderurgia listadas na BM&FBovespa por meio da teoria dos jogos vetoriais (multicriteriais). São usados quatro lotes de indicadores econômico-financeiros. O primeiro formado por indicadores de liquidez: liquidez geral (LG), liquidez corrente (LC) e liquidez seca (LS). O segundo lote composto por indicadores de endividamento: imobilização do patrimônio líquido (IPL), participação de capital de terceiros (PCT) e composição do endividamento (CE). O terceiro grupo formado por indicadores de rentabilidade: margem líquida (ML), retorno sobre o ativo (ROA), e retorno sobre o patrimônio líquido (ROE). Por último, mas não menos importantes usou-se os indicadores de atividade: prazo médio de estoques (PME), prazo médio de fornecedores (PMF) e prazo médio de recebimento (PMR). A leitura é feita usando as empresas como estratégias do jogador I e os indicadores econômico-financeiros como sendo as estratégias do jogador II. Para chegar a essa medida usou-se três modelos auxiliares, todos pertencentes a família dos jogos vetoriais. O primeiro *ranking* foi definido por meio dos métodos sugeridos por Fernández, Monroy e Puerto (1998). O segundo é uma adaptação do primeiro, com a inclusão de metas. O terceiro *ranking* foi inspirado nos trabalhos de Nishizaki e Sakawa (2001), usando metas difusas. Nos dois primeiros modelos incluiu-se pesos presentes nas informações coletadas, usando a entropia da informação na sua definição. Houve assim a formação de cinco *rankings*. Os *rankings* (5) foram avaliados por meio da contagem de pontos corridos e depois modelados na forma de um jogo escalar. Para confirmar a ordenação obtida pelos três modelos foi aplicado o método de Yager (1981), *proxy* desta pesquisa. De posse destes resultados aplicou-se novamente a análise por pontos corridos para obter um posicionamento geral para o período analisado. Conclui-se que as empresas mais bem posicionadas mantém suas posições, assim como, as empresas classificadas nas últimas posições. As empresas que possuem classificação intermediária alteram suas posições no período e de modelo para modelo, porém, a análise final se mostra justa. Logo, é possível usar jogos vetorias na classificação de empresas e o posicionamento contábil obtido reflete os resultados que são percebidos em análise pormenorizada dos dados sob ótica contábil.

Palavras-chave: Teoria dos Jogos. Jogos Vetoriais. Análise Decisória Multicritério.

ABSTRACT

The accounting placement of companies is a recurring theme in investment environments. This research aims at assessing the accounting placement of companies in the metallurgy and steel sector listed on the BM&FBovespa through the vector (multicriteria) games theory. Four lots of financial indicators are used. The first is composed by liquidity indicators: overall liquidity (OL), current ratio (CR) and current liabilities (CL). The second group consists of debt indicators: immobilization of equity (IOE), share of debt (SOD) and debt composition (DC). The third group is composed by indicators of profitability: net margin (NM), return on assets (ROA) and return on equity (ROE). Last, but not least, the following activity indicators have been used: the average inventory period (AIP), average suppliers period (ASP), and the average collection period (ACP). The understanding is done by using the companies as strategies of player I and the economic-financial indicators as being the strategies of player II. To arrive at this measure three auxiliary models were used, all belonging to the family of vector games. The first ranking was defined by using the methods suggested by Fernández Monroy and Puerto (1998). The second is an adaptation of the first, with the inclusion of targets. The third ranking was inspired by the work of Nishizaki and Sakawa (2001), using fuzzy goals. In the first two models, the weights that were present in the information collected were included by using the information entropy in its definition. As a consequence, five rankings were formed. The rankings (5) were assessed by counting the consecutive points and then modeled in the form of a climbing game. To confirm the ordering obtained by the three models Yager’s method was applied (1981), which was the proxy of this research. With these results, the consecutive points analysis was once more applied in order to obtain a general position for the period that was analyzed. It can be concluded that the companies that were best placed keep their positions, as well as the enterprises placed in the last positions. Companies with intermediate classification change their positions during the period and from model to model, however, the final analysis is fair. Therefore, it is possible to use vector games in the classification of companies and the accounting placement obtained reflects the results that are perceived in a profound analysis of the data under an accounting perspective.

Key-words: Game Theory. Vector Games. Multicriteria Decision Making.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CE	Composição do Endividamento
IPL	Imobilização do Patrimônio Líquido
JV	Jogos Vetoriais
JVMD	Jogos Vetoriais com Metas de Pagamentos Difusas
JVM	Jogos Vetoriais por Metas
JVO	Jogos Vetoriais por Objetivos
LC	Liquidez Corrente
LG	Liquidez Geral
LC	Liquidez Corrente
ML	Margem Líquida
PCT	Participação de Capital de Terceiros
PLJV	Problema Linear do Jogo Vetorial
PME	Prazo Médio de Estoques
PMF	Prazo Médio de Fornecedores
PMR	Prazo Médio de Recebimento
ROA	Retorno sobre o Ativo
ROE	Retorno sobre o Patrimônio Líquido

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Os fundamentos da teoria dos jogos foram estabelecidos por John von Neumann em 1928 e expostos no livro *Theory of Games and Economic Behavior*, que publicou junto a Oskar Morgenstern em 1944. Esta teoria põe de manifesto que os acontecimentos das ciências sociais podem ser descritos mediante modelos de jogos de estratégia com uma maior riqueza de detalhes, pois os agentes atuam muitas vezes uns contra os outros para a consecução de seus objetivos.

A teoria dos jogos proporciona modelos de situações reais, pelos quais frequentemente, as conclusões que estes modelos fornecem são somente pautas gerais de comportamento, que proporcionam normas de atuação mais precisas tanto quanto o modelo reflita com mais perfeição a realidade. Tudo isso fez com que a teoria dos jogos crescesse dentro da Pesquisa Operacional, demonstrando possuir suficiente interesse e aplicabilidade para ser estudada como disciplina independente (DIMAND, 1996).

Dentro das organizações, quando se lida com problemas decisórios é certo que serão enfrentadas situações de conflito de interesse (NISHIZAKI; SAKAWA, 2001), competição e cooperação parcial. Estas características são consideradas a essência dos problemas decisórios.

A teoria dos jogos é usada como uma ferramenta analítica poderosa na solução de problemas decisórios ou sistemas competitivos. Exemplos clássicos variados são encontrados nos trabalhos de Neumann e Morgenstern (1944), Harsanyi (1977), Harsanyi e Selten (1988), Fudenberg e Tirole (1991) e Owen (1995).

Os resultados da análise e resolução de problemas de tomada de decisão nem sempre são apropriadas e adequadas aos problemas da vida real caso os parâmetros dos modelos matemáticos para a tomada de decisão são determinados sem considerar a incerteza e a imprecisão presentes em sistemas competitivos.

Os sistemas competitivos formam a matéria-prima desta tese. Em especial, entre organizações empresariais, que frequentemente enfrentam difíceis decisões devido a necessidade em cobrir vários imperativos, geralmente conflitantes, como por exemplo, preço e qualidade. Caso o preço seja tomado como critério de decisão, o decisor arisca-se a adquirir um bem pouco durável. Caso a qualidade seja o critério de decisão, então é bem possível que o valor a ser desembolsado seja mais caro. Segundo Barba-Romero e Pomerol (1997, p. 5) “quando os desejos entram em conflito, a decisão resultará de um compromisso”.

O investidor passa por situações similares. Ao construir uma carteira de investimentos, ou seja, projetos de investimento dentre os quais pretende eleger aqueles que levará a cabo. Entre os critérios de decisão seguramente estarão indicadores de liquidez, endividamento, rentabilidade e atividade. Além de determinar a magnitude do investimento, o investidor analisará seu interesse em termos estratégicos e imagem, vendo-se obrigado a considerar o impacto social e o impacto ambiental dos projetos em estudo. O projeto melhor concebido em termos ambientais não é forçosamente o mais rentável, mas politicamente bem aceito na conjuntura atual na avaliação de empresas.

A tese que se apresenta, desenvolve-se nesse ambiente de conflitos, interpretado como sendo um jogo entre o investidor contra a natureza. O investidor tem como objetivo organizar estrategicamente as suas alternativas, que são lidas como sendo empresas nas quais pretende investir ou avaliar. A natureza é formada por índices econômico-financeiros de cada empresa pesquisada. Esta leitura é defendida por Luce e Raiffa (1957) na obra *Games and Decision*, escrita como homenagem póstuma a John von Neumann.

Agrega-se o fato da tese se lançar sobre a teoria dos jogos vetoriais, também conhecidos por jogos com múltiplos pagamentos ou simplesmente jogos multicriteriais (BILBAO; FERNANDEZ, 2002).

A denominação de jogos vetoriais é defendida por Bilbao e Fernandez (2002), jogos com pagamentos múltiplos (*multiple payoffs games*) é a nomeclatura adotada por Zeleny (1982) e os jogos multicritério são classificados por Fernandez, Puerto e Marmol (1998). A tese adota a denominação mais hodierna. Contudo, não descarta o uso das anteriores e as reconhece como equivalentes.

Com efeito, a tese se enquadra na área de pesquisa operacional, estabelecendo uma combinação de duas teorias, a primeira dando suporte teórico à tese, nominandamente a teoria dos jogos e a segunda que suporta sua análise, que é a tomada de decisão sob múltiplos critérios.

1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

Jogadores ao avaliarem alternativas, optam por aquelas que lhe tragam maiores ou melhores resultados. Maiores no caso do jogo ser não-cooperativo e melhor no caso cooperativo. Em ambos os casos é feito um *ranking* das alternativas, ordenando as mesmas frente aos objetivos naturais, ou seja, maximizar ganhos e minimizar perdas. Contabilmente seria, por exemplo, objetivar a melhor liquidez e um menor endividamento. Contudo, os resultados podem ser múltiplos e podem ser medidos de várias formas: unidades monetárias, índices, graus, números, etc., caracterizando múltiplos pagamentos. Caso todos os múltiplos pagamentos podem ser condensados em uma única medida, como por exemplo em uma métrica de utilidade, a alternativa como o maior grau de utilidade acaba sendo a escolhida, não sendo classificado como um problema de decisão, dada a trivialidade da situação (ZELENY, 1976). Zeleny (1976) afirma que caso não seja conhecida a medida de utilidade ou caso não se queira perder informação oferecida pelos múltiplos resultados, então só há um problema de tomada de decisão com múltiplos pagamentos (*Decision Making with Multiple Payoffs Problem*).

Tradicionalmente as ferramentas de tomada de decisão, assim como jogos contra a natureza ou jogos entre duas pessoas, são baseadas no conceito de um único pagamento (ganho, perdas, utilidade, etc.). Um jogo modelado na forma de soma-zero com um único pagamento não captura completamente a complexidade das situações em situações reais.

Quando dois oponentes elegem suas estratégias (alternativas), não só os resultados apresentam uma soma não-nula, mas ela também possui uma forma de um vetor ao invés de um escalar. Jogos reais entre dois personagens, devem ser entendidos como sequências de ganhos e perdas, em que não necessariamente o ganho de um é a perda do outro em cada movimento. Os jogadores não são imediatamente ganhadores ou perdedores. O uso de estratégias mistas ou randômicas nem sempre são adequadas e a cooperação muitas vezes substitui a concorrência.

A leitura de cada empresa segundo seus vetores formados por índices econômico-financeiros serão o escopo desta pesquisa. Estes vetores serão obtidos das demonstrações contábeis, que nesta investigação serão os indicadores de liquidez, endividamento, rentabilidade e atividade das empresas de metalurgia e siderurgia listadas na BM&FBovespa.

A partir desses indicadores é possível estabelecer o posicionamento contábil dentro do seu setor, tomadas aqui como sendo suas concorrentes. Este posicionamento surge na forma de um *ranking*, havendo uma série de autores que já realizaram investigações com cestas compostas por diversos indicadores por meio de métodos que compõe a família de técnicas de análise decisória multicriterial, como são os trabalhos de Kroenke (2009), Rocha (2010), Rodrigues Jr. (2011), Krespi (2012), Kreuzberg (2013) e Kaveski (2013).

1.2 QUESTÃO DE PESQUISA

Entende-se por posicionamento contábil de uma empresa, a posição no *ranking* de desempenho econômico-financeiro de uma instituição. A investigação parte da seguinte questão de pesquisa:

Qual o posicionamento contábil das empresas de metalurgia e siderurgia listadas na BM&FBovespa nos últimos cinco anos avaliadas à luz da teoria dos jogos vetoriais?

1.3 OBJETIVOS

A fim de responder a pergunta de pesquisa define-se o objetivo geral e os objetivos específicos.

1.3.1 Objetivo Geral

Avaliar o posicionamento contábil das empresas de metalurgia e siderurgia listadas na BM&FBovespa por meio da utilização da Teoria dos Jogos Vetoriais.

1.3.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral deverão ser atingidos os seguintes objetivos específicos, que servirão de guia na investigação.

a) Definir o posicionamento contábil das empresas de metalurgia e siderurgia por meio de jogos vetoriais;
b) Definir o posicionamento contábil das empresas de metalurgia e siderurgia por meio de jogos vetoriais por metas;
c) Definir o posicionamento contábil das empresas de metalurgia e siderurgia por meio de jogos vetoriais por metas difusas; e
d) Avaliar o grau de correlação ordinal entre os posicionamentos obtidos em (a), (b) e (c).

1.4 PREMISSAS

Os trabalhos de Blackwell (1956) e, posteriormente, Contini (1966) são considerados seminais no tratamento de jogos com pagamentos vetoriais. Ambos autores formalizaram o problema em sua ramificação estocástica. Um vetor de pagamentos é formado por variáveis estocásticas $c = (c_1, c_2, \dots, c_e)$, podendo ser definida uma função de distribuição conjunta, sendo $f_{ij}(c_1, c_2, \dots, c_e)$ ou $f_{ij}(c)$, para cada par de estratégias puras para os dois jogadores *i* e j, ou como tipicamente são conhecidos I e II. Ao invés de haver um escalar para cada célula (i, j) na matriz de pagamentos, há um elemento mais complexo. Dependendo das circunstâncias, de $f_{ij}\ (c)$ pode-se derivar distribuições marginais distintas para cada pagamento aleatório, ou assumir sua independência, obtendo a distribuição conjunta a partir dela. Como ambos jogadores fazem movimentos, um pagamento *c* é selecionado de acordo com f_{ij}. Blackwell (1956) considerou o caso em que ambos os jogadores podem efetuar um grande número de tais movimentos de modo sequencial. Blackwell buscou responder a pergunta: existe um conjunto *s* em um espaço n-dimensional de tal modo que o valor do jogo, em uma longa série de rodadas, torna-se próximo a *s*, com probabilidade próxima a “um”, conforme número de execuções vai ao infinito?

Este conceito de proximidade faz sentido em jogos sequenciais, porém não é prático em problemas de decisão em que se joga uma única vez, nos quais é difícil implementar estratégias mistas. Nestes casos Zeleny (1976) sugere que se substitua o conjunto de aproximação sequencial por um conjunto viável não-dominado.

Ambos, Blackwell (1956) e Contini (1966) descobriram que as formulações estocásticas refinadas são muito complexas e ambos substituíram as variáveis aleatórias pelos seus valores esperados. As características originais foram removidas e assim o problema reduzido a um caso determinístico. Zeleny agrega que a formulação estocástica completa, combinada com sequenciamento, não é apenas complexa, mas também empiricamente difícil de ser testada.

Zeleny, em seu trabalho, supôs *c* como o retorno de *k-ésimo* atributo para qualquer par de estratégias de *i* e *j*, podendo ser representado tanto por um escalar determinístico ou valor esperado de uma distribuição de probabilidade teórica.

Contini (1966) definiu dois problemas: (a) maximização do vetor de retornos esperados e (b) a maximização da probabilidade conjunta de alcançar uma meta pré-determinada para todos os atributos. Zeleny desenvolveu apenas o primeiro problema, abordado sob o ponto de vista da programação linear multiobjetivo. O segundo problema de Contini, tornou-se simples pela abordagem dada por Zeleny, após o problema (a) ter sido resolvido. Por outro lado a especificação ou seleção de metas não são confiáveis, especialmente se ambos os jogadores discordam sobre as metas.

Neste sentido este projeto de tese parte das premissas, sendo o alvo de estudo as empresas de metalurgia e siderurgia, listadas na BM&FBovespa:

(i) É possível determinar a posição contábil das empresas por meio da teoria dos jogos de múltiplos pagamentos, doravante também denominados jogos vetoriais (JV);

(ii) De similar modo é possível repetir o ranqueamento linear multiobjetivo usando a teoria dos jogos vetoriais por metas (JVM);

(iii) Por último, e não menos importante, que é possível posicionar as empresas usando a teoria dos jogos vetoriais com metas de pagamentos difusos (JVMD).

Todas as premissas supõem o uso de técnicas de programação linear e programação linear multiobjetivo.

Zeleny em seu trabalho desenvolveu uma solução metodológica para a solução de jogos com múltiplos pagamentos, onde múltiplos foi entendido como “dois” pagamentos. As três premissas descritas, partem do princípio que é possível aumentar a dimensão do vetor de pagamentos para $k > 2$, nos três modelos a serem sugeridos.

1.5 JUSTIFICATIVA PARA ESTUDO DO TEMA

A teoria dos jogos proporciona um marco unificado para a análise econômica-financeira em muitos campos, o que contribui na estruturação de modelagem do comportamento econômico envolvido. As teorias tradicionais de decisão e jogos estudam a forma como os decisores podem otimizar um único objetivo. Esta consideração impede uma aplicação mais ampla de suas técnicas já que qualquer problema que surge nas ciências sociais envolvem mais de um objetivo, como é o caso da análise contábil de empresas (CHANKONG; HAIMES, 2008).

Além disso, qualquer situação competitiva que pode ser modelada na forma de um jogo escalar pode transformar-se em um jogo vetorial quando há mais de um objetivo.

Os jogos com pagamentos vetoriais diferem dos jogos escalares unicamente na estrutura de pagamentos (*payoffs*), porém isto é suficiente para que muitos resultados da teoria dos jogos escalares não possuam uma extensão direta aos jogos vetoriais, isto devido ao fato que, em geral, não exista uma ordem total entre os pagamentos vetoriais e por isso não é fácil estabelecer comparações entre os distintos pagamentos obtidos. Este projeto de tese propõe novos conceitos de solução e procedimentos para obter estas soluções. Tudo isto confere originalidade à pesquisa.

A extensão natural do conceito de estratégias minimax é de difícil obtenção em jogos com pagamentos vetoriais. Contudo, ainda que em alguns casos é possível estabelecer a existência de tais estratégias é bastante complicado obtê-las e na maioria dos casos os valores que proporcionam não são únicos, e a verificação da otimalidade de Pareto, conferem traços de não-trivialidade a esta investigação.

O último apoio do tripé científico é a contribuição científica de fato (além da originalidade e da não-trivialidade). Por meio da avaliação do posicionamento econômico-financeiro das empresas de metalurgia e siderurgia usando jogos vetoriais, a pesquisa irá comparar os três modelos formados: um pela aplicação de jogos vetoriais comuns, que utilizam múltiplos pagamentos; um segundo com a inclusão de metas (*goals*) na elaboração do *ranking*; e um terceiro que mescla por meio dos conjuntos difusos os dois primeiros, tratando os pagamentos por metas nebulosas. Toda análise descrita resultará em uma ferramenta de apoio a decisão para investidores ou similares, dando com isso sua contribuição social ao trabalho, bem vinda aos olhos da sociedade mas não sendo uma exigência princípua da academia, porém elegante em se tratando esta tese de um subproduto do Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia (PPGMNE – UFPR).

O estudo é aderente ao grupo das Engenharias III, visto que a investigação realizada trata com profundidade e extensão temas estudados em seu leque de opções. Além disso lança olhares sobre a interdisciplinaridade e transdisciplinaridade, diretamente aplicáveis em outras áreas, usando indicadores econômico-financeiros e um conjunto de empresas, que tipicamente são alvo de investigação pela engenharia no que se refere a produção. Neste trabalho estas são mensuradas e avaliadas por meio de modelos matemáticos que nas ciências contábeis possuem a denominação específica de contabilometria e que nas Engenharias III denomina-se de pesquisa operacional.

1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta pesquisa está dividida em cinco partes. Inicia com a introdução da investigação, definindo a questão de pesquisa, os objetivos e as respectivas premissas e a justificativa da importância da pesquisa.

O segundo capítulo será dedicado a revisão teórica de estudos anteriores iniciando pela descrição histórica da teoria dos jogos, definição de jogo escalar e suas relações com a programação linear, jogos vetoriais, jogos vetoriais com metas e jogos vetoriais com metas difusas, bem como a descrição de todos os indicadores econômico-financeiros que serão usados no trabalho.

O terceiro capítulo é dedicado aos materiais e métodos no qual será enquadrada a pesquisa quanto ao tipo e aos métodos que serão usados. Serão construídos modelos de cada um dos jogos a serem usados.

No quarto capítulo serão discutidos os resultados obtidos e análise dos mesmos.

Finalmente, serão apresentadas as conclusões respondendo a questão de pesquisa e a análise do atendimento aos objetivos.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo é apresentada a revisão teórica do tema em estudo. Inicialmente, aspectos históricos da teoria dos jogos e considerações sobre a tomada de decisão em cenários em que múltiplos critérios estão envolvidos. Na sequência é apresentada a teoria dos jogos na sua versão escalar e vetorial, visualizada na forma de soma-zero. O desenvolvimento da revisão se dará seguindo a ordem cronológica de como o tema foi se desenvolvendo, chegando aos métodos usados neste trabalho, que utilizados conjuntamente com os indicadores econômico-financeiros das empresas em estudo irão configurar a tese propriamente dita. Discorre-se ainda, sobre a análise das demonstrações contábeis, seus objetivos, métodos e indicadores que são utilizados nesta investigação.

2.1 ASPECTOS HISTÓRICOS DA TEORIA DOS JOGOS

A teoria dos jogos é um dos ramos da matemática cujo desenvolvimento deu-se no Século XX, em especial após a Primeira Guerra Mundial. Seu objeto de estudo é o conflito, o qual "ocorre quando atividades incompatíveis acontecem. Estas atividades podem ser originadas em uma pessoa, grupo ou nação" (DEUSTCH, 1973). Na teoria dos jogos, o conflito pode ser entendido como a situação na qual duas pessoas têm que desenvolver estratégias para maximizar seus ganhos, de acordo com certas regras pré-estabelecidas.

O estudo dos jogos a partir de uma concepção matemática remonta pelo menos ao século XVII, com o trabalho de dois franceses, Blaise Pascal e Pierre de Fermat. A teoria da probabilidade, que mais tarde fundamentou o desenvolvimento da estatística e mesmo da ciência moderna, originou-se de um jogo de aposta. Antoine Goumbaud, mais conhecido como Cavalheiro de Méré, apresentou a Pascal um problema relacionado com um jogo de azar chamado ‘Pontos’, cujo objetivo é ganhar pontos num jogo de dados, sendo que o primeiro jogador a marcar um dado número de pontos vence e leva o dinheiro. O problema era o seguinte: “Goumbaud teve que abandonar um jogo, devido a um compromisso, e surgiu a dúvida sobre como deveria ser repartido o dinheiro da aposta. Os apostadores decidiram dar todo o dinheiro àquele que tivesse mais pontos até então”, mas Goumbaud, após o evento, decidiu procurar Pascal para descobrir se havia outro modo mais justo de repartir o montante. A partir deste pequeno problema, Pascal percebeu que o modo mais justo de divisão do dinheiro seria aquele que levasse em consideração a probabilidade de cada jogador pudesse vencer o jogo. Multiplicando-se o dinheiro pela probabilidade de que cada jogador vencesse as rodadas seguintes e realizando a divisão, a repartição do dinheiro seria a mais justa, dadas as circunstâncias (SINGH, 1998).

Depois de Blaise Pascal, somente no século XX outros matemáticos dariam aos jogos o *status* de objeto de estudo científico. Em 1921, com quatro trabalhos de Émile Borel, matemático francês, os jogos de mesa passaram novamente a ser objeto de estudo da matemática. Borel partiu das observações feitas a partir do pôquer, tendo dado especial atenção ao problema do blefe, bem como das inferências que um jogador deve fazer sobre as possibilidades de jogada do seu adversário.

Essa ideia é imanente e central à teoria dos jogos: um jogador baseia suas ações no pensamento que ele tem da jogada do seu adversário que, por sua vez, baseia-se nas suas ideias das possibilidades de jogo do oponente. Essa ideia é comumente formulada da seguinte forma: "eu penso que você pensa que eu penso que você pensa que eu penso .." (NASAR, 2002, p. 121). Consiste, assim, em uma argumentação *ad infinitum*, que só viria a ser parcialmente solucionada por John F. Nash, na década de 1950, por meio do conceito de equilíbrio. O último objetivo de Borel foi determinar a existência de uma estratégia ótima (no sentido de que, se seguida, levaria à vitória do jogador) e a possibilidade de que ela fosse encontrada (DIMAND, 1996). Apesar de ter sido o primeiro matemático a vislumbrar o sistema sobre o qual se consolidou a teoria dos jogos, Borel não é considerado o pai da teoria, por não ter desenvolvido com profundidade suas ideias .

A história deu a John von Neumann o título de pai da teoria dos jogos, por ter ele sido o primeiro a sistematizar e a formular com profundidade os principais arcabouços teóricos sobre os quais a teoria foi construída. Embora tenha publicado trabalhos desde 1928 sobre a teoria, apenas em 1944 sua obra maior, *Theory of Games and Economic Behavior*, escrita em conjunto com Oskar Morgenstern, foi publicada. Neste livro, von Neumann mostra que problemas típicos do comportamento econômico podem ser analisados como jogos de estratégia. Além disso, nesta obra também foram formulados diversos conceitos básicos da teoria dos jogos e para a própria economia, tais como a noção de utilidade, de jogos de soma zero e de soma não-zero e jogos de duas ou mais pessoas, além do conceito de minimax. De acordo com a American Mathematical Society (DIMAND, 1996), a teoria dos jogos foi responsável pela própria afirmação da economia como ciência exata, já que até então não se havia encontrado bases matemáticas suficientemente coerentes para fundamentar uma teoria econômica.

A Universidade Princeton, nos Estados Unidos, além de ter no seu quadro de professores o próprio John von Neumann, Albert Einstein, Gödel e Oppenheimer, dentre outros matemáticos e físicos de grande destaque, foi de suma importância para o desenvolvimento da teoria dos jogos. Princeton, nas décadas de 1940 a 1960, foi o grande centro matemático e físico mundial, por duas razões principais: em primeiro lugar, porque as universidades europeias não tinham recursos financeiros para manter o quadro de professores ou para financiar muitas pesquisas, em virtude da II Guerra Mundial; em segundo lugar, porque Princeton trouxe os principais cientistas europeus para pesquisar e lecionar nos Estados Unidos da América, já que nesta época a matemática era vista como "a chave para um mundo melhor no pós-guerra" (NASAR, 2002, p. 71). Não por acaso, portanto, Harald Bohr, irmão do físico Niels Bohr, descreveu a Universidade como "o centro matemático do universo" (NASAR, 2002, p. 64).

Outra instituição que, no mesmo período, incentivou os estudos acerca da teoria dos jogos foi a RAND (Research and Development), instituição criada na década de 1940 pela Força Aérea norteamericana com a finalidade de desenvolver novas estratégias militares, capazes de superar as estratégias convencionais de guerra. Uma das linhas de pesquisa científica financiadas pela RAND estudava a teoria dos jogos com finalidades militares, embora a instituição não condicionasse os cientistas a desenvolver linhas específicas de pesquisa, o que garantiu a liberdade acadêmica dos pesquisadores. O estudo da teoria dos jogos foi de suma importância para a RAND, uma vez que a teoria foi fundamental para o desenvolvimento estratégico da II Grande Guerra (POUNDSTONE, 2012).

Outro nome da teoria dos jogos, depois de John von Neumann, o norteamericano John Forbes Nash, trouxe novos conceitos para a teoria dos jogos e revolucionou a economia com o seu conceito de equilíbrio. Nash, aluno de von Neumann em Princeton e pesquisador da RAND, rompeu com um paradigma econômico que era pressuposto básico da teoria de von Neumann e da própria economia, desde Adam Smith (DIMAND, 1996).

A regra básica do mundo, para Adam Smith, é a competição. Se cada um lutar para garantir uma melhor parte para si, os competidores mais qualificados ganharão um grande quinhão. É uma concepção bastante assemelhada à concepção prescrita em ‘A Origem das Espécies’, de Charles

Darwin, na medida em que insere nas relações econômico-sociais a "seleção natural" dos melhores competidores (SANTOS, 2000).

Essa noção econômica foi introduzida na teoria de John von Neumann, na medida em que toda a sua teoria é voltada a jogos de soma zero, ou seja, aqueles nos quais um dos competidores, para ganhar, deve levar necessariamente o adversário à derrota. Não obstante John von Neumann, para fundamentar que todos os jogos de várias pessoas podem ser reduzidos a jogos de duas pessoas, ter considerado o papel da comunicação entre os envolvidos (para produzir coalizões e garantir que cada jogo possa ser transformado em jogos de duas pessoas), sua teoria é totalmente não-cooperativa. É importante este fato, muito possivelmente causado pelas perseguições a von Neumann e sua família, inicialmente na Hungria e depois na Alemanha por sua origem judaica. Além disso, von Neumann viveu em meio a um mundo em guerra. Quando jovem vivenciou a Primeira Guerra Mundial e quando adulto participou da Segunda.

Talvez daí se explique a teoria não-cooperativa de von Neumann em contrapartida aos jogos cooperativos de Nash, que teve seu auge acadêmico no pós-guerra, com a criação das Nações Unidas, na formação do Estado de Israel, enfim, em um momento em que o mundo começou a discutir mais e guerrear menos, buscando menos a participação em ‘jogos de soma zero’.

John Nash, a seu turno, partiu de outro pressuposto. Enquanto von Neumann partia da ideia de competição, John Nash introduziu o elemento cooperativo na teoria dos jogos. A ideia de cooperação não é totalmente incompatível com o pensamento de ganho individual, já que, para Nash, a cooperação traz a noção de que é possível maximizar ganhos individuais cooperando com o adversário. Não é uma ideia ingênua, pois, ao invés de introduzir somente o elemento cooperativo, traz dois ângulos sob os quais o jogador deve pensar ao formular sua estratégia: o individual e o coletivo, ou seja, se todos fizerem o melhor para si e para os outros, todos ganham.

Esta tese está fundamentada sobre os alicerces dos jogos não-cooperativos, travando um jogo de soma zero conta a Natureza. Ostolaza (1969, p. 10) afirma que:

> “[..] uma das características dos modelos da teoria dos jogos em que a Natureza é um dos oponentes é que o resultado do jogo não faz a Natureza mais pobre ou rica. A Natureza é passiva, no sentido de que não lhe afetam nem os ganhos nem as perdas do jogo” (OSTOLAZA 1969, p. 10).

E acrescenta ainda "por esta razão os jogos contra a Natureza se prescinde, em geral, da consideração das estratégias e os ganhos e perdas do jogador fictício N, quer dizer, da atuação consciente da Natureza" (OSTOLAZA, 1969, p. 10).

2.2 TOMADA DE DECISÃO MULTICRITÉRIO

A respeito da tomada de decisão sob vários critérios, esta é um ramo da Pesquisa Operacional (PO), também conhecida em algumas literaturas como Management Science (MS) ou Ciência da Decisão e as vezes até mencionada como subcampo de pesquisa em matemática. De acordo com Hanne (1995), MCDM (*Multiple Criteria Decision Making*) "lida com a teoria (matemática), métodos e questões metodológicas e estudos de caso (aplicados) para os processos de decisão em que vários critérios (objetivos, metas, atributos) devem ser (ou deveriam ser) considerados". A Sociedade Internacional de MCDM (2014) cita em seu sítio que a mais antiga referência de MCDM é atribuído ao cientista e político americano Benjamin Franklin (1706-1790). Franklin possuía um método simples de decisão, com base na escrita em duas colunas em uma folha de papel, pondo os argumentos a favor na primeira coluna e na segunda coluna os argumentos desfavoráveis à decisão. O método consistia em eliminar os prós e os contras de igual importância. Ao final, a coluna que ficava com mais argumentos ativados dava a solução à decisão, fosse ela favorável ou não.

Embora esta seja uma referência interessante, a disciplina MCDM como objeto de estudo, tal como é conhecida atualmente, é resultado indireto de situações de estado de guerra e pós-guerra. Durante a II Guerra Mundial, a fim de obter uma vantagem contra os inimigos, os Aliados (EUA, França, Rússia e Grã-Bretanha) começaram a desenvolver e combinar diferentes áreas do conhecimento. Essas áreas sofreram uma enorme expansão e, como consequência novas disciplinas surgiram, entre elas a Pesquisa Operacional. Após a II Guerra Mundial, com um cenário econômico e político próspero a PO evoluiu rapidamente e estendeu suas aplicações em outras áreas do que apenas os militares, como na indústria e na logística. O objetivo da PO, antes destinado para o acompanhamento da logística militar, voltou-se para a melhora de processos de tomada de decisão, fornecendo ferramentas matemáticas de análise, modelagem e otimização que ajudam a tomar melhores decisões em contextos empíricos. Como parte da PO, MCDM resulta também de uma formação interdisciplinar, combinando diferentes áreas, como engenharia, economia, contabilidade, psicologia, ciência da computação e claro a matemática.

MCDM mudou juntamente com a PO, tanto que desde os anos de 1970 tornou-se um ativo campo de pesquisa até os dias de hoje. Guitouni e Martel (1998) destacam que em seu processo evolutivo a MCDM transformou-se em “uma estratégia teórico-conceitual de interesses praticados por um número de disciplinas e indivíduos de uma filosofia universalmente aceita”. Além disso, a MCDM transformou-se, como afirmam Zavadskas e Turkis (2011) em paradigma que dá voz ao tomador de decisão (DM: *Decision Maker*), buscando já não mais a melhor decisão, mas a decisão que satisfaça as necessidades do decisor (DM).

Na literatura MCDM, encontram-se duas correntes de pensamento, muitas vezes denominadas de ‘Escolas’. A primeira é a ‘Escola Francesa’ ou também conhecida como ‘Escola Europeia’, famosa por sua ligação com métodos de superação e desenvolvidos por Bernard Roy (TZENG; HUANG, 2011).

Em oposição, a ‘Escola Americana’ é associada com as teorias multiatributo (valor/utilidade), conhecidas por MAVT/MAUT motivados pelos trabalhos de Keeney e Raiffa e que ficou famosa pelo método mais estudado e utilizado no mundo segundo Triantaphyllou *et al* (1999), a saber, a Análise Hierárquica de Processos (AHP) desenvolvido por Saaty.

Juntamente com estas duas abordagens distintas, surgiram duas denominações distintas para definir a disciplina. Aos praticantes franceses discordam da sigla MCDM, pois afirmam “a abordagem é baseada em uma concepção errônea do processo de decisão e a forma como um analista de decisão ou um método de decisão multicritério está envolvido nele” (GUITOUNI; MARTEL, 1998). A expressão ‘fazer’ (*making*) é então, substituído por ‘apoiar’ (*AID*) – *Multiple Criteria Decision Aid* – na tentativa de afastar o papel do analista de decisão daquele desempenhado pelo tomador de decisão (DM).

Em alguns casos, este campo de estudos também é mencionado como análise multicritério de decisão, uma definição que tenta trazer os apoiadores do MCDA e MCDM a um consenso ou às vezes é adotada por equipes internacionais reunindo pesquisadores de ambas as ‘Escolas’. A tese adota esta interpretação e classificação.

2.3 JOGOS DE SOMA NULA COM PAGAMENTOS ESCALARES

Os elementos que compõe a formulação de um jogo em sua forma normal são os seguintes:

(a) Um jogo finito de estratégias puras $E_1 = \{I_1, I_2, \dots, I_m\}$, para um jogador I e um conjunto finito de estratégias puras para um jogador II, $E_2 = \{II_1, II_2, \dots, II_n\}$.

(b) Uma matriz real de ordem $m \times n, A = (a_{ij})$. Cada elemento desta matriz a_{ij} é o pagamento para o jogador I quando este elege a estratégia I_i e o jogador II escolhe a estratégia II_j. O pagamento para o jogador nestas condições é $-a_{ij}$.

Esta modelagem, guardadas as devidas proporções, são encontradas com simbologia similar nos trabalhos seminais de Blackwell e Girshick (1954), Dresher, Shapley e Tucker (1964), Dresher, Tucker e Wolfe (1957), Gale (1960), Harsanyi (1977), Karlin (1959), Kuhn e Tucker (1950, 1953), Luce e Raiffa (1957), Mc Kinsey (1952), Owen (1968), Parthasarathy e Raghavan (1971), Rapoport (1966, 1970), Shubik (1959, 1980), Tucker e Luce (1959), Von Neumann e Morgenstern (1944, 1953) e Zeleny (1982).

Uma solução destes jogos especifica as estratégias ótimas que jogadores racionais usarão e o pagamento que se obtem com elas.

O conceito de racionalidade, nada tem a ver, neste trabalho com algum item que deva ser interpretado pela psicologia, mas tão somente a busca pela maximização de lucros e/ou minimização de custos, até porque esta tese não pretende indicar estratégias a algum jogador, mas sim usá-las como indicadores de posição contábil (*ranking*).

A solução (ou soluções) de um jogo bipessoal de soma-zero podem ser caracterizados de duas formas: mediante as estratégias de segurança (maximin) e com o conceito de ponto de equilíbrio.

2.4 ESTRATÉGIAS DE SEGURANÇA (MAXIMIN)

Em jogos de soma-zero quando um jogador objetiva maximizar seu pagamento, está tentando minimizar o pagamento de seu oponente. Cada jogador considera o pior resultado que pode conseguir com cada uma de suas estratégias e depois elege a estratégia que lhe proporciona o melhor entre os piores resultados.

<u>Definição 1</u>: Para cada estratégia pura $I_i \in E_1$, o nível de segurança do jogador I é o pagamento que pode ser assegurado com a estratégia, independente das ações do jogador II.

$$v_I(I_i) = \min_j a_{ij}$$

De similar modo: para cada estratégia pura $II_j \in E_2$, o nível de segurança do jogador II é o pagamento que é assegurado com esta estratégia, independentemente das ações do jogador I.

$$v_{II}(II_j) = \max_i a_{ij}$$

<u>Definição 2</u>: O valor minimax (o valor inferior do jogo) do jogador *I* é:

$$v_I = \max_i v_I(I_i) = \max_i \min_j a_{ij}$$

Uma estratégia de segurança, ou estratégia maximin é a que proporciona ao jogador seu valor maximin. O valor minimax (ou valor superior do jogo) do jogador II.

$$v_{II} = \min_j v_{II}(II_j) = \min_j \max_i a_{ij}$$

Uma estratégia de segurança, ou estratégia minimax é a que proporciona ao jogador seu valor minimax.

<u>Teorema 1</u>: Para cada jogo matricial da matriz $A = (a_{ij})$ se verifica:

(i) Os valores v_I e v_{II} são únicos;

(ii) Existe ao menos uma estratégia de segurança para cada jogador;

(iii) $v_I \leq v_{II}$.

<u>Definição 3</u>: Um jogo matricial $A = (a_{ij})$ possui um ponto de sela quando se verifica:

$$v_I = v_{II}$$

Este valor comum se denomina valor do jogo e é dado pelo menor elemento de sua linha e o máximo de sua coluna e é denotado por V.

Definição 4: Um ponto de sela, se existir, terá como pagamento corresponde um par de estratégias de segurança. Estas estratégias, juntamente com o valor do jogo, constituem a solução do jogo.

As estratégias que proporcionam os pontos de sela não tem porque serem únicas. Se existe mais de um par então são equivalentes, ou seja, proporcionam o mesmo valor do jogo (V). Entretanto, nem todos os jogos de soma nula possuem um ponto de sela definido por estratégias puras (GROSSMAN, 1992).

Neste caso usam-se estratégias mistas, selecionando aleatoriamente as estratégias, mesclando-as de acordo com alguma distribuição de probabilidades no conjunto de estratégias puras do jogador.

Kreuzberg (2013) organizou o ranqueamento de um conjunto de empresas, em que a determinação das estratégias mistas serviu como o posicionamento contábil. A versão desenvolvida por Kreuzberg (2013) lidou com jogos escalares.

Definição 5: Uma estratégia mista para um jogador é uma distribuição de probabilidade no conjunto de suas estratégias puras.

Tipicamente um jogador possui *n* estratégias puras. Uma estratégia mista para ele é uma *n-upla* $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ tal que $\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$, $0 \leq x_i \leq 1$, onde x_i indica a probabilidade com que o jogador selecionará sua *i-ésima* estratégia pura.

O conjunto de estratégias mistas sempre inclui todas as estratégias puras porque estas últimas podem ser consideradas como um caso especial de estratégia mista em que a correspondente estratégia pura se joga com probabilidade um e todas as demais com probabilidade zero.

Seja $A = (a_{ij})$, $1 \leq i \leq n$; $1 \leq j \leq m$ a matriz de pagamentos do jogo. Sejam X e Y os conjuntos de estratégias mistas dos jogadores I e II, respectivamente:

$$X = \{x \in \mathbb{R}^m \mid \sum_{i=1}^{n} x_i = 1; x_i \geq 0, i = 1,2, \dots, n\}$$

$$Y = \{y \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{j=1}^{m} y_i = 1\,; y_i \geq 0, j = 1,2, \dots, m\}$$

Para analisar o resultado do jogo quando um (ou ambos) jogadores utilizam estratégias mistas, pode-se utilizar o conceito de valor esperado, neste caso a função de pagamentos do jogo é:

$$v(x,y) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} x_i\, a_{ij} y_j; x \in X, y \in Y$$

Onde, $v(x,y)$ é o valor esperado em conseguir os pagamentos do jogo com a combinação das estratégias mistas $x \in X\ e\ y \in Y$.

Definição 6: Para cada estratégia mista $x \in X$, o nível de segurança do jogador I é o valor esperado que pode ser asegurado com essa estratégia, independente das ações do jogador II.

$$v_I(x) = \min_{y \in Y} v(x,y)$$

De similar modo, para cada estratégia mista $y \in Y$, o nível de segurança do jogador II é o valor esperado que pode asegurar com essa estratégia, independente das ações do jogador I.

$$v_{II}(y) = \max_{x \in X} v(x,y)$$

Definição 7: O valor maximin dado pelas estratégias mistas do jogador I é:

$$v_I^M = \max_{x \in X} \min_{y \in Y} v(x,y)$$

Uma estratégia de segurança ou estratégia maximin é a que proporciona ao jogador I o valor maximin.

O valor minimax dado pelas estratégias mistas do jogador II é:

$$v_{II}^{M} = \min_{y \in Y} \max_{x \in X} v(x, y)$$

De mesmo modo uma estratégia de segurança ou estratégia minimax é a que proporciona ao jogador II o valor minimax.

<u>Teorema 2</u>: Em um jogo matricial de soma-zero se verifica:

(i) Os valores v_I^M e v_{II}^M são únicos;

(ii) Existe ao menos uma estratégia mista de segurança para cada jogador;

(iii) Os níveis de segurança dados em estratégias puras e mistas, verificam: $v_I \leq v_I^M$ e $v_{II} \leq v_{II}^M$.

<u>Definição 8</u>: As estratégias mistas $x^* \in X$ e $y^* \in Y$ são ótimas para os jogadores I e II respectivamente, se:

$$v_I^M = \min_{y \in Y} v(x^*, y) = \min_{y \in Y} x^{*t} A y$$

$$v_{II}^M = \max_{x \in X} v(x, y^*) = \max_{x \in X} x^t A y^*$$

O nível de segurança para uma estratégia mista $\hat{x} \in X$ vem dado por $v_I(\hat{x}) = \min_{y \in Y} \hat{x}^t A y$, cuja valoração pode ser obtida por meio do problema dual anterior:

$$\begin{aligned} &\max \lambda(\hat{x}) \\ &s.a.\ e\lambda(\hat{x}) \leq (\hat{x})^t A \\ &\qquad \hat{x} \in X, \lambda(\hat{x}) \in \Re \end{aligned}$$

Sendo $e = (1, \dots, 1)^t$. As estratégias que proporcionam os melhores níveis de segurança são as que verificam $v_I^M = \max_{x \in X} v_I(x)$. Estas estratégias, assim como o valor do jogo, podem ser obtidos por meio de programação linear:

$$\begin{array}{ll} \max & v_I \\ s.a. & ev_I \leq x^t A \\ & x \in X \end{array}$$

Pode-se assumir o mesmo raciocínio para o jogador II. Ao tratar minimizar seu nível de segurança de forma que limite o outro jogador, chega-se a outro problema de programação linear:

$$\begin{array}{ll} \min & v_{II} \\ s.a & Ay \leq v_{II} e \\ & y \in Y \end{array}$$

Comparando-se as duas formulações, verifica-se que são duais com soluções ótimas x^* e y^*. Então $v_I^* = v_{II}^*$, ou seja, as estratégias se autolimitam. Isso é conhecido pela denominação de Teorema Minimax.

Teorema 3: (Teorema Minimax) Em todo jogo bipessonal finito de soma-zero, existem estratégias ótimas $x^* \in X$, $y^* \in Y$, para cada jogador e verifica-se $v_I^M = v_{II}^M = v^*$, sendo v^*, o valor do jogo.

Este resultado põe de manifesto que as estratégias de segurança ótimas não só otimizam os níveis de segurança de cada jogador, mas também limitam os pagamentos do oponente.

O teorema minimax foi demonstrado por von Neumann em 1928 e posteriormente foram elaboradas diversas demonstrações , entre as quais se destaca a de Kakutani em 1941, que empregou o teorema do ponto fixo de Brouwer.

Às vezes as estratégias de um ou mais jogadores estão submetidas a restrições adicionais dando lugar aos denominados jogos restringidos. Estes jogos permitem uma formulação mais realista e prática de certos problemas de decisão sob incerteza. Assim um jogador pode incorporar ao conjunto de estratégias, restrições que representam limitações de recursos, relações técnicas ou considerar uma possível informação que um jogador possui a respeito da frequência relativa com que o oponente utiliza suas estratégias.

Charnes (1953) estabeleceu a equivalência entre certos problemas lineares e os jogos matriciais nos quais as estratégias mistas estão submetidas a restrições lineares. Em alguns casos particulares o conjunto de restrições adicionais podem ser representados em função de seus pontos extremos, o que permite o tratamento do problema em termos de um jogo transformado (FERNÁNDEZ; MONROY; PUERTO, 1998).

2.5 PONTO DE EQUILÍBRIO

Uma das propriedades das estratégias ótimas dos jogos matriciais é quando ambos jogadores as utilizam, nenhum deles se beneficia se optar por outra estratégia, enquanto que se a mantiver, a escolha se mantém ótima.

Estando os jogadores I e II em suas estratégias ótimas. Caso o jogador II siga jogando y^* e o jogador I troque para outra estratégia x, este irá piorar sua situação, ou seja, se o problema for de lucros, este baixará. Se for de custos, estes aumentarão. O mesmo vale para o jogador II, caso este deixe a estratégia y^* e o jogador I se mantenha na estratégia ótima.

As estratégias x^* e y^* formam um ponto de equilíbrio.

Definição 9: Um par de estratégias $x^* \in X$ e $y^* \in Y$ é um ponto de equilíbrio para um jogo matricial A se:

$$v(x, y^*) \leq v(x^*, y^*) \leq v(x^*, y), \forall x \in X, \forall y \in Y$$

Ou ainda:

$$x^t A y \leq x^{*t} A y \leq x^{*t} A y \quad \forall x \in X, \forall y \in Y$$

A primeira desigualdade estabelece que x^* é melhor resposta ao jogador I, para a estratégia y^* do jogador II. A segunda estabelece que y^* é a melhor resposta ao jogador II, para a estratégia x^* do jogador I.

É possível a ocorrência de que um jogo matricial tenha mais de um ponto de equilíbrio, porém neste caso são equivalentes e podem ser combinados entre si para formar um novo ponto de equilíbrio, proporcionando os mesmos pagamentos.

Em jogos de soma-zero os conceitos de solução, estratégias ótimas e pontos de equilíbrio são equivalentes.

Teorema 4: Sejam $x^* \in X$ e $y^* \in Y$ um par de estratégias de um jogo matricial, (x^*, y^*) é um ponto de equilíbrio do jogo se, e somente se, (x^*, y^*, v^*) é uma solução do jogo.

Este resultado estabelece que as estratégias ótimas formam pares de estratégias em equilíbrio e são os únicos pontos de equilíbrio. Este teorema pode ser interpretado em termos de solução de um jogo.

Corolário 1: Se um jogo possui mais de uma solução, todas proporcionam o mesmo valor do jogo.

Quando estes resultados são generalizados para jogos de *n* pessoas, com $n > 2$ ou ainda para jogos de soma não-nula, as propriedades das estratégias de equilíbrio em serem equivalentes se perdem. Assim, um par de estratégias maximin não é necessariamente um par de estratégias em equilíbrio, ou vice-versa. Todos os pontos de equilíbrio não proporcionam necessariamente o mesmo pagamento. Portanto, não há um conceito único de solução do jogo.

Reforça-se o fato que a tese desenvolve-se em um ambiente de jogo contra a Natureza. O trabalho segue a linha de pensamento discutida por Luce e Raiffa (1957). Em *Games and Decisions – introduction and critical survey* (1957) consta uma extensa discussão sobre o que são jogos contra a Natureza. Segundo eles, estes jogos são travados contra alguma entidade que não é especificamente um jogador racional humano, mas sim um jogo a partir de um "ponto de vista em que o decisor joga contra a diabólica Sra. Natureza" (LUCE; RAIFFA, 1957, p. 279). E agregam que a estratégia maximin é então a melhor opção conta a estratégia minimax da Natureza, ou seja, contra a distribuição *a priori* menos favorável ao Jogador I, que a Natureza (Jogador II) pode (não necessariamente irá) utilizar. Luce e Raiffa enfatizam que em um jogo de soma-zero a estratégia maximin faz sentido a partir de vários pontos de vista: ela maximiza o nível de segurança do Jogador I e é boa contra a estratégia minimax do Jogador II, e esta otimiza o nível de segurança do Jogador II (Natureza) e, por sua vez, é boa contra a estratégia maximin do Jogador I. Contudo "em um jogo contra a Natureza, no entanto tal efeito de reforço cíclico é completamente ausente" (LUCE; RAIFFA, 1957, p. 279), pois a Natureza não está comprometida com algum ganho ou perda.

Outro problema que surge é ligado ao conceito de estratégia mista e sua relevância quando o jogo é jogado uma só vez. Isto deriva do fato de que a noção de pagamento esperado parece aplicável em um jogo repetido várias vezes. Porém, em um jogo que se joga uma só vez, pode não ter sentido escolher uma estratégia de acordo com a distribuição de probabilidade associada. Contudo, a probabilidade associada a cada estratégia é uma indicação a ser seguida em cenários futuros, e mesmo não existindo sequência no jogo, pode ser interpretada como sendo um esquema de preferências a serem seguidas, ou seja, a formação de um *ranking* entre as mesmas.

Nesta tese as empresas compõe as opções do jogador I, e seus indicadores as opções do jogador II. O ranqueamento de empresas (primal) e de seus indicadores por meio de jogos escalares foi desenvolvida por Kreuzberg (2013). A análise que esta tese desenvolve está inserida naquilo que é denominado jogos matriciais vetoriais, nos quais os pagamentos que os jogadores recebem vem representados por vetores, ao invés de escalares.

2.6 JOGOS MATRICIAIS VETORIAIS

Os jogos nos quais os pagamentos que os jogadores recebem vem representados por vetores ao invés de escalares são denominados jogos vetoriais, jogos multicritério ou jogos com pagamentos múltiplos (ZELENY, 1982).

Nestes jogos, se não há cooperação entre os jogadores como ocorre no caso de jogos de soma nula, se acrescenta a dificuldade da não existência de uma ordem total entre os elementos da matriz de pagamentos. A valoração das estratégias e a comparação entre as mesmas é um problema adicional na teoria dos jogos, sendo o conceito de solução clássica difícil de ser desenvolvido. Por esta razão tem aparecido novos conceitos de solução (MONROY; FERNÁNDEZ, 2009).

Neste sentido o conceito de estratégia de segurança Pareto-Ótima é importante à solução de jogos com múltiplos pagamentos, utilizando conceitos de solução baseados nos níveis de segurança dos jogadores.

Ghose e Prassad (1989) definem pontos de equilíbrio com níveis de segurança Pareto-Ótimas e pontos de sela de Pareto. Para determinar o conjunto de estratégias de Pareto-Ótimas estabelecem dois jogos escalares, um para cada jogador e provam que as estratégias maximin e minimax destes jogos são estratégias de segurança Pareto-Ótimas para o jogador correspondente.

Ghose (1991) obteve as estratégias de segurança Pareto-Ótimas de um jogo vetorial de soma zero tranformando o jogo original em um jogo escalar. Ele demonstrou, por meio de um longo processo que uma extensão do conjunto formado pelos vetores de nível de segurança é um conjunto poliédrico. A partir deste resultado estabelece uma "escalarização" estritamente positiva em uma condição necessária e suficiente para obter uma estratégia de segurança Pareto-Ótima, para tais jogos.

Nesta tese é usada a mesma "escalarização" como caso particular em um enfoque geral, realizado por meio de um procedimento alternativo que simplifica em boa medida as demonstrações estabelecidas por Ghose e Prassad. Por meio da programação linear multiobjetivo obtém-se as estratégias de segurança Pareto-Ótimas como soluções eficientes de problemas lineares multiobjetivo.

2.7 CONCEITO DE SOLUÇÃO

Considerando um jogo bipessoal de soma-zero na sua forma típica. Seja $A = \left(a_{ij}\right); 1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$ a matriz de pagamentos do jogo. Cada elemento a_{ij} da matriz é um vetor de dimensão k:

$$a_{ij} = (a_{ij}(1), a_{ij}(2), \dots, a_{ij}(k)) \in \mathbb{R}^k$$

que determina k matrizes de ordem $m \times n$ na forma:

$$A(s) = \left(a_{ij}(s)\right) \;\; 1 \leq s \leq k; \;\; 1 \leq i \leq n; \;\; 1 \leq j \leq m$$

As estratégias mistas nestes jogos se definem da mesma forma como em jogos escalares. Assim, os espaços das estratégias mistas para os jogadores I e II são respectivamente:

$$X = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i=1}^{n} x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, \dots, n\}$$
$$Y = \{y \in \mathbb{R}^m \mid \sum_{j=1}^{m} y_j = 1, y_j \geq 0, j = 1, \dots, m\}$$

Definição 10: O pagamento esperado do jogo quando os jogadores elegem suas estratégias mistas $x \in X$ e $y \in Y$, respectivamente, é dado por:

$$v(x,y) = x^t A y = (v_1(x,y), \dots, v_k(x,y))$$

Onde:

$$v_s(x,y) = x^t A(s) y, s = 1, \dots, k$$

Dado que uma estratégia deve ser valorada por um conjunto de vetores, pode-se dar uma única valoração, ao considerar que o oponente pode atuar em cada coordenada da matriz A de modo independente e oferecer o vetor que assegura ao jogador para que realmente obtenha valores superiores.

Definição 11: Para cada estratégia $x \in X$ do jogador I, o vetor de nível de segurança para este jogador é o pagamento que lhe é garantido com esta estratégia, em cada jogo escalar induzido pelo jogo vetorial. O mesmo se aplica ao jogador II.

Os vetores de níveis de segurança dos jogadores são respectivamente:

$$\underline{v}(x) = (\underline{v}_1(x), \dots, \underline{v}_k(x))$$
$$\overline{v}(y) = (\overline{v}_1(y), \dots, \overline{v}_k(y))$$

Onde:

$$\underline{v}_s(x) = \min_{y \in Y} v_s(x, y) = \min_{y \in Y} x^t A(s) y$$

$$\overline{v}_s(y) = \max_{x \in X} v_s(x, y) = \max_{x \in X} x^t A(s) y$$

Observe-se que dada uma estratégia $x \in X$ do jogador I cada componente do vetor de nível de segurança $\underline{v}_s(x)$, $s = 1, \ldots, k$ podem ser obtidas com distintas estratégias $y \in Y$ do jogador II. Ghose e Prassad (1989) estabelecem a definição de estratégia de segurança Pareto-Ótima como segue.

Definição 12: Uma estratégia $x^* \in X$ é uma estratégia de segurança Pareto-Ótima para o jogador I se não existe $x \in X$, tal que $\underline{v}(x^*) \leq \underline{v}(x)$, $\underline{v}(x^*) \neq \underline{v}(x)$. Uma estratégia $y^* \in Y$ é uma estratégia de segurança Pareto-Ótima para o jogador II se não existe $y \in Y$, tal que $\overline{v}(y^*) \geq \overline{v}(y)$, $\overline{v}(y^*) \neq \overline{v}(y)$.

2.8 PROCEDIMENTO DE RESOLUÇÃO

Dada uma estratégia $x \in X$ o nível de segurança s-ésimo do jogador I é dado por:

$$\underline{v}(s) = \min_{y \in Y} v_s(x, y) = \min_{y \in Y} x^t A(s) y$$

O problema a ser resolvido é um problema linear escalar, portanto, possui uma solução ótima entre os pontos extremos de Y. Assim, $\underline{v}_s(x)$ é expressado:

$$\underline{v}_s(x) = \min_{1 \leq j \leq m} \sum_{i=1}^{n} x_i \, a_{ij}(s)$$

Ou matricialmente:

$$\underline{v}(x) = \min x^t A(s)$$

Com efeito, para a tese pretende-se como resultado a formulação de estratégias para o jogador I (empresas) frente as estratégias do jogador II (indicadores), o que se traduz na forma de um problema de programação linear multiobjetivo denominado de problema linear do jogo vetorial (PLJV). (**Modelo-1**)

$$
\begin{aligned}
\max\ & v_1, v_2, \ldots, v_k \\
s.a.\ & x^t A(s) \geq (v_s, \ldots, v_s);\ s = 1, \ldots, k \\
& \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\
& x \geq 0
\end{aligned}
$$

<u>Teorema 5</u>: Uma estratégia $x^* \in X$ é uma estratégia de segurança Pareto-Ótima e $v^* = (v_1^*, \ldots, v_k^*)$ seu vetor de nível de segurança associado se, e somente se, (v^*, x^*) for uma solução eficiente do problema PLJM.

Demonstração:

Seja $x^* \in X$ uma estratégia de segurança Pareto-Ótimo então não existe outra estratégia $x \in X$ tal que $\underline{v}(x^*) \leq \underline{v}(x)$, $\underline{v}(x^*) \neq \underline{v}(x)$, ou de forma equivalente:

$$(\min x^t A(1), \ldots, \min x^t A(k)) \geq (\min x^{*t} A(1), \ldots, \min x^{*t} A(k))$$
$$(\min x^t A(1), \ldots, \min x^t A(k)) \neq (\min x^{*t} A(1), \ldots, \min x^{*t} A(k))$$

Sendo $x \in X$ uma solução eficiente do problema:

$$\max_{x \in X} (\min\ x^t A(1), \ldots, \min x^t A(k))$$

E este problema é equivalente a:

$$
\begin{aligned}
\max\ & v_1, v_2, \ldots, v_k \\
s.a.\ & x^t A(s) \geq (v_s, \ldots, v_s);\ s = 1, \ldots, k \\
& \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\
& x \geq 0
\end{aligned}
$$

De forma recíproca, supondo que uma solução eficiente (v^*, x^*), do problema PLJV não seja uma estratégia de segurança Pareto-Ótima, então existe $\overline{x} \in X$, tal que:

$$(\min \overline{x}^t A(1), \dots, \min \overline{x}^t A(k)) \geq (\min x^{*t} A(1), \dots, \min x^{*t} A(k))$$
$$(\min \overline{x}^t A(1), \dots, \min \overline{x}^t A(k)) \neq (\min x^{*t} A(1), \dots, \min x^{*t} A(k))$$

Seja $\overline{v} = \left(\overline{v}_{1,\dots,}, \overline{v}_k\right)$ onde $\overline{v}_s = \min \overline{x}^t A(s)\,, s = 1, \dots, k$ o vetor $(\overline{v}, \overline{x})$ é uma solução do problema PLJV que domina (v^*, x^*), sendo uma solução eficiente do problema PLJV. ▫

Este resultado é fundamental nesta tese e por várias razões. Põe de manifesto que de similar modo a programação linear utiliza-se para obter as estratégias ótimas e o valor dos jogos escalares bipessoais de soma-zero. Da mesma forma pode utilizar-se a programação linear multiobjetivo para resolver os jogos bipessoais de soma-zero com pagamentos vetoriais sempre que se considera o conceito de estratégia de segurança Pareto-Ótima como solução dos mesmos.

Em segundo lugar há de se notar que, como é usual em problemas lineares multiobjetivo, a partir das soluções eficientes extremas se obtém todas as estratégias de segurança Pareto-Ótimas.

Definição 13: Um par de estratégias $x \in X$, $y \in Y$ formam um ponto de sela de Pareto para o jogo vetorial se $\underline{v}(x) = \overline{v}(y)$.

Este conceito pode ser equiparado ao conceito de solução ideal em programação multiobjetivo que é aquela solução factível que maximiza todos os objetivos simultaneamente. Isto leva a outra definição.

Definição 14: $x^* \in X$ é uma estratégia ideal para o jogador I se x^* maximiza $\underline{v}_s(x), \forall s = 1, \dots, k$. $y^* \in Y$ é uma estratégia ideal para o jogador II se y^* minimiza $\overline{v}_s(y), \forall s = 1, \dots, k$.

Com efeito a existência da estratégia ideal para um jogador não implica na existência de um ponto de sela de Pareto para o jogo vetorial, posto que os níveis de segurança de cada jogo escalar $A(s), s = 1, \dots, k$ podem ser obtidos com estratégias diferentes do outro jogador.

Corolário 2: Um par de estratégias $x^* \in X$, $y^* \in Y$, forma um ponto de sela de Pareto para os jogadores I e II se, e somente se, x^* e y^* são estratégias ideais para os jogadores I e II, respectivamente.

2.9 MÉTODO DE ESCALARIZAÇÃO

O teorema 5 estabelece uma equivalência entre as estratégias de segurança de Pareto-Ótimas de um jogo vetorial e as soluções eficientes de um problema linear múltiplo. A forma usada na tese para caracterizar soluções eficientes de problemas múltiplos é por meio das soluções de problemas escalares usando ponderações, ou seja, transformando a situação original em um problema maximin ponderado. A determinação dos pesos e o modelo usado é discutido no próximo capítulo.

2.10 JOGOS VETORIAIS POR OBJETIVOS

Esta seção é destinada à discussão de jogos com pagamentos múltiplos, instruindo o problema a alcançar metas de pagamento, alinhando o jogo a uma modelagem por compromisso como propõe Zeleny (1982).

Isto é feito atribuindo um vetor de objetivos ou níveis de satisfação $P = (P_1, \dots, P_k)$, um para cada jogo escalar estabelecido pelo jogador I. Considerando que este jogador deseja escolher uma estratégia de forma que em cada jogo escalar obtenha um pagamento de no mínimo P_s.

Definição 15: Para cada par de estratégias mistas $x \in X, y \in Y$, a função de pagamentos do jogo vetorial por objetivos é dado por:

$$v(x, y) = x^t A_p y = (v_1(x, y), \dots, v_k(x, y))$$

onde:

$$v_s(x,y) = x^t A_p(s) y; s = 1, \dots, k$$
$$A_p(s) = \left(\delta_{ij}^s\right); 1 \leq s \leq k; 1 \leq i \leq n; 1 \leq j \leq m$$
$$\delta_{ij}^s = \begin{cases} 1, se\ a_{ij}(s) \geq P_s; \forall s = 1, \dots, k \\ 0, se\ a_{ij}(s) < P_s; \forall s = 1, \dots, k \end{cases}$$

Associado com cada estratégia do jogador I existe um nível de segurança por objetivos (metas ou compromissos) em cada um dos jogos escalares que formam o jogo vetorial.

Definição 16: Para cada estratégia $x \in X$, o nível de segurança por objetivos de cada jogo escalar induzido pelo jogo vetorial é a probabilidade que pode garantir ao jogador alcançar ao menos o nível P_s com essa estratégia neste jogo.

Dado $x \in X$ um vetor com nível de segurança para os objetivos P é:

$$v^P(x) = (v_1^P(x), \dots, v_k^P(x))$$

Sendo:

$$v_s^P(x) = \min_{y \in Y} v_s^P(x,y) = \min_{y \in Y} x^t A_P(s) y = \min_{1 \leq j \leq m} \sum_{i=1}^{n} x_i \delta_{ij}^s ; s = 1, \dots, k.$$

Em que $v_s^P(x); s = 1, \dots, k$ é a probabilidade de alcançar ao menos o nível P_s no jogo escalar da matriz $A(s); s = 1, \dots, k$ quando o jogador I utiliza a estratégia x. Observe-se que dada uma estratégia $x \in X$ do jogador I os níveis de segurança $v_s^P(x); s = 1, \dots, k$ podem ser obtidos com distintas estratégias $y \in Y$ do jogador II.

De forma análoga pode determinar-se o vetor de nível de segurança, por objetivos, para o jogador II a partir dos objetivos que este considera. Estabelecer o conceito de solução para jogos vetoriais baseados no nível de segurança por objetivos é a próxima definição.

Definição 17: Uma estratégia $x^* \in X$ é uma estratégia de segurança de nível P para o jogador I, se não existe $x \in X$, tal que $v^P(x^*) \leq v^P(x), v^P(x^*) \neq v^P(x)$.

Como a tese investiga jogos com pagamentos vetoriais o conceito de solução dado na definição 17 baseia-se na otimalidade de Pareto, ou seja, uma componente de $v^P(x^*)$ tomará um valor melhor somente se outra tomar um valor pior.

O conjunto de estratégias de segurança de nível P são determinadas como soluções eficientes de um problema linear multiobjetivo particular.

2.11 DETERMINAÇÃO DE ESTRATÉGIAS DE SEGURANÇA DE NÍVEL P

Considerando o seguinte problema de programação linear multiobjetivo denominado problema linear do jogo vetorial por objetivos $(JVO)_{P.}$ (**Modelo-2**)

$$\begin{aligned} &\max v_1,\dots,v_k \\ &s.a. \quad x^t A_p(s) \geq (v_s,\dots,v_s); s=1,\dots,k \\ &\qquad \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ &\qquad x \geq 0 \end{aligned}$$

Teorema 6: Uma estratégia $x^* \in X$ é uma estratégia de segurança de nível P e $v^* = (v_1^*, \dots, v_k^*)$ seu vetor de nível de segurança associado se, e somente se, (v^*, x^*) é uma solução eficiente do problema $(JVO)_{P.}$

Ao resolver um jogo vetorial por meio de programação linear multiobjetivo o jogador depara-se com um conjunto de estratégias de segurança P dentre os quais terá que escolher em qual irá jogar. Para caracterizar esta estratégia existem distintos procedimentos como já indicado nos métodos de escalarização (2.7).

Considerando o problema linear ponderado $P(\lambda)$ associado ao problema linear do jogo multicritério por objetivos o jogador I pode estabelecer valores para os pesos deste problema de diferentes formas. Pode considerar as metas que estabeleceu em cada jogo escalar ou ainda a probabilidade em alcançá-las, ou inclusive os desvios em relação às metas. No caso em que os objetivos não estejam mensurados nas mesmas unidades podem ser modificados multiplicando-se por um fator de equiparação de escalas. Na tese será usado um coeficiente baseado na técnica multicriterial TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution)* que consiste em uma normalização na escala [0,1], por meio do teorema de Tales. Maiores detalhes serão descritos na próxima seção destinada a materiais e métodos.

Os níveis de segurança são estabelecidos pelo investigador, mas que também podem ser tomados de forma difusa como sugere o trabalho de Nishizaki e Sakawa (2001).

2.12 JOGOS DIFUSOS BIPESSOAIS DE SOMA-ZERO

A análise segue o esquema introduzido por Zeleny (1982) para jogos com múltiplos pagamentos. Zeleny propôs um vetor aos coeficientes, variando parâmetros na análise dos jogos. Cook (1976) introduziu um vetor de metas (*goal vector*) e abordou esses jogos na forma de problemas de programação por metas.

A abordagem difusa considerada nessa seção toma em conta a ambiguidade de julgamento, expressada na forma de metas difusas. Assume-se que cada jogador (I e II) possui metas difusas, não claras, que podem ser interpretadas por meio de graus de satisfação no retorno dos pagamentos.

Com efeito, a tomada de decisão não envolve apenas ambiguidade, mas também a imprecisão das informações. Quando um sistema competitivo é modelado como sendo um jogo de soma-zero bipessoal, os elementos da matriz de pagamentos são avaliados, utilizando informações disponíveis nos sistema competitivo, no entanto, já que a informação está disponível, nem sempre é preciso. Assim, os elementos da matriz de pagamentos podem ser tomados como números difusos (DUBOIS; PRADE, 1980) a fim de expressar a imprecisão na informação (SAKAWA; NISHIZAKI, 1994).

A análise difusa de jogos nesta tese dá multiplicidade aos objetivos em consideração. Assim, a abordagem dada nesta investigação conecta cada um dos objetivos do problema de otimização com cada um dos pagamentos do jogo e estes múltiplos objetivos são tratados como um jogo com múltiplos pagamentos.

Um jogo bipessoal de soma-zero com objetivos difusos difere de jogos convencionais em dois pontos. Primeiro, cada jogador tem um objetivo difuso para um retorno. Por exemplo, uma meta na gestão de vendas define uma empresa privada, enquanto uma empresa pública pode fixar um conjunto de metas de infraestrutura. Uma meta para um objetivo é caracterizado por um valor (um ponto). A diferença entre o valor do objetivo e um valor de realização pode ser interpretado como uma sub-realização ou uma sobre-realização, que os tomadores de decisão (jogadores) tentam minimizar. Por outro lado, um objetivo distorcido é caracterizado por uma função de pertinência, mapeando um domínio de retornos em graus de realização do objetivo distorcido, ou seja, no intervalo [0,1], no qual um jogador tenta maximizar o seu grau de realização para o objetivo difuso. Esses objetivos distorcidos podem ser interpretados como o grau de satisfação a uma recompensa.

Em segundo lugar, vários retornos são introduzidos nos jogos, o que leva a decisões com múltiplos objetivos. Além disso, pode-se conectar cada um dos objetivos do problema com cada um dos retornos do jogo.

A tese pretende acomodar a natureza imprecisa do julgamento humano, assumindo que cada jogador tem um objetivo difuso para cada objetivo claro e o conceito de solução consiste aqui na maximização do grau de atendimento do objetivo difuso. Sakawa e Nishizaki (1994) afirmam que a solução maximin com respeito ao grau de realização de um objetivo difuso pode ser definido na forma de um problema de programação matemática, que para o cálculo da solução maximin pode ser reduzido a um problema de programação linear, quando cada função de pertinência é identificada como uma função linear ou uma função linear por partes. Particularmente, quando funções de pertinência de ambos os jogadores são simétricas e lineares em um jogo de único objetivo, já está provado que a propriedade da solução de equilíbrio se mantém (COOK, 1976).

Campos (1989) explorou jogos bipessoais de soma-zero com ganhos difusos. O problema tratado foi um jogo de um único objetivo, formulando a situação modelo minimax na forma de um problema de programação matemática difuso. Sakawa e Nishizaki (1994) consideraram a situação para jogos bipessoais multiobjetivo de soma-zero com ganhos difusos e objetivos difusos.

Nesta tese será abordado apenas a situação dos objetivos difusos. Isso se justifica para o alinhamento com a primeira parte da pesquisa, porém não deixa de ser uma limitação da mesma.

2.13 NÚMEROS DIFUSOS

Os conjuntos difusos são usados para modelar informação vaga (KAUFMANN; GUPTA, 1985). De maneira simplista, a noção de conjunto difuso pode ser abordada como uma generalização da noção clássica, costumeiramente denominados conjuntos *crisp*, que objetiva representar conjuntos cujas fronteiras não são claras.

Quando da definição de um conjunto, sua função característica pode ser generalizada de maneira a associar a cada elemento do conjunto universo um valor, em determinado intervalo (geralmente [0,1]), que reflete o grau de pertinência do elemento ao conjunto. Tal função é chamada de função de pertinência e o conjunto definido por ela é denominado conjunto difuso (HEIN; DADAM, 2009).

Um número difuso segundo Kandel (1986) "é um subconjunto dos números reais, convexo e normal". Pode-se definir um número difuso (*fuzzy number*) em qualquer conjunto referencial totalmente ordenado, como é o caso dos reais, contudo pode ser usado $\mathbb{R}^{+}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{N}$, por exemplo. Nos casos em que a função de pertinência é uma função contínua diz-se que o número difuso é contínuo.

2.14 JOGOS VETORIAIS COM METAS DIFUSAS

Considere-se o seguinte jogo vetorial, portanto multiobjetivo, bipessoal de soma-zero, representado pelas matrizes de pagamento:

$$A^1 = \begin{pmatrix} a_{11}^1 & \cdots & a_{1n}^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}^1 & \cdots & a_{mn}^1 \end{pmatrix}, \dots, A^r = \begin{pmatrix} a_{11}^r & \cdots & a_{1n}^r \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}^r & \cdots & a_{mn}^r \end{pmatrix}$$

Assumindo que cada jogador tem *r* objetivos. As estratégias puras correspondem as linhas e colunas de cada matriz $A^k, k = 1, \dots, r$ para o jogador I e jogador II, respectivamente. Nomeadamente, quando o jogador I elege uma estratégia pura $i \in I = \{1, \dots, n\}$ e o jogador II elege a estratégia pura $j \in J = \{1, \dots, m\}$ recebendo o jogador I o vetor de pagamentos $(a_{ij}^1, a_{ij}^2, \dots, a_{ij}^r)$ do jogador II.

Como definido na seção 2.7, as estratégias mistas usadas na modelagem são: $x \in X = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{i=1}^{m} x_i = 1; x_i \geq 0; i = 1, \dots, m\}$ uma estratégia mista para o jogador I e seja $y \in Y = \{y \in \mathbb{R}^n \mid \sum_{j=1}^{n} y_j = 1; y_j \geq 0; j = 1, \dots, n\}$ uma estratégia mista do jogador II, contudo a partir daqui assume-se que um jogador possui uma meta difusa (*fuzzy goal*) para cada um dos objetivos, que expressa um grau de satisfação por um pagamento (*payoff*).

Definição 18: (*Fuzzy Goal*) Seja o domínio do k-ésimo pagamento para o jogador I dado por $D^k \in \mathbb{R}$, então a meta difusa μ^k com respeito ao k-ésimo pagamento para o jogador I é o conjunto difuso D^k caracterizado pela função de pertinência:

$$\mu^k: D^k \longrightarrow [0,1]$$

Assume-se que o jogador I especifica um valor finito $\underline{a}$ de pagamento para qual o seu grau de satisfação é nulo e um valor finito $\overline{a}$ de pagamento para o qual seu grau de satisfação é 1. Para um valor indesejado p, menor que $\underline{a}$ fica definido que $\mu^k(p)$=0, para um valor desejado p, maior que $\overline{a}$ fica estabelecido que $\mu^k(p)$=1, e para $\underline{a} \leq p \leq \overline{a}, \mu^k(p)$ é contínuo estritamente crescente.

A função de pertinência para uma meta difusa pode ser interpretada como um grau de atendimento a um pagamento. Caso o jogador tenha dois pagamentos distintos, ele irá eleger o pagamento que possua o maior grau de pertinência em relação ao outro. Este procedimento levará a maximização do grau de atendimento da meta difusa.

Assume-se que o jogador I supõem que o jogador II escolha a estratégia y que minimiza o grau de atendimento as metas difusas $\mu^k(x, y)$ do jogador I. De similar modo o jogador II usa a mesma linha de raciocínio para o jogador I. Assim, o grau de atendimento às metas difusas, é assumindo que ele escolha a estratégia x, em que $v^k(x) = \min_{y \in Y} \mu^k(x, y)$. Assim, o jogador I escolhe a estratégia que maximiza seu grau de atendimento as metas difusas $v^k(x)$. Em resumo, assume-se que o jogador atua de acordo com o princípio maximin em termos de graus de atendimento aos seus objetivos (metas) difusos.

Tudo isso pode ser também interpretado como sendo um problema de otimização de um vetor com múltiplos objetivos, ou seja, na forma de um jogo vetorial difuso. Entretanto, para cada uma das unidades de medida para os objetivos, estas podem ser transformadas em um grau de atendimento da meta difusa como uma nova unidade de medida, considerando problemas maximin em termos da maximização do grau de atendimento a meta difusa.

Definição 19: (Solução maximin com respeito ao grau de atendimento da meta difusa). Seja a função de pertinência de agregação da meta difusa do jogador I dada por $\mu(x,y)$ quando os jogadores I e II elegem as estratégias x e y, respectivamente. Então o valor maximin do jogador I com respeito ao grau de atendimento da meta difusa é $\max_{x\in X}\min_{y\in Y}\mu(x,y)$. De similar modo, para o jogador II o valor minimax com respeito ao grau de atendimento a meta difusa é $\min_{y\in Y}\max_{x\in X}\overline{\mu}(x,y)$, onde $\overline{\mu}(x,y)$ é a função de pertinência do jogador II.

A solução maximin pode ser considerada como sendo a maximização da função a qual é o valor minimal da função com respeito as variáveis de decisão do oponente.

A operacionalização disto é feita tomando a função de pertinência da meta difusa do jogador I para o k-ésimo objetivo como sendo $\mu^k(xA^ky)$ para todo par de estratégias mistas (x,y).

Assumindo como a função de pertinência $\mu^k(xA^ky)$ para a meta difusa como sendo linear, ela é representada por:

$$\mu^k(xA^ky) = \begin{cases} 0, & xA^ky \leq \underline{a}^k \\ 1 - \dfrac{\overline{a}^k - xA^ky}{\overline{a}^k - \underline{a}^k}, & \underline{a}^k \leq xA^ky \leq \overline{a}^k \\ 1, & \overline{a}^k \leq xA^ky \end{cases}$$

Onde $\underline{a}^k$ é o pagamento que retorna com o pior nível de satisfação do jogador I com respeito ao k-ésimo objetivo e $\overline{a}^k$ é o pagamento dado ao melhor grau de satisfação para o jogador I, com respeito ao mesmo k-ésimo objetivo.

$$\underline{a}^k = x^\circ A^k y^\circ = \min_{x\in X}\min_{y\in Y} xA^ky = \min_{i\in I}\min_{j\in J} a_{ij}^k$$

$$\overline{a}^k = x^1 A^k y^1 = \max_{x\in X}\max_{y\in Y} xA^ky = \max_{i\in I}\max_{j\in J} a_{ij}^k$$

Empregando a regra de decisão difusa de Bellman e Zadeh (1970), que muitas vezes é usada em problemas decisórios em cenários difusos, chega-se a regra de agregação de múltiplas metas difusas. Expressando como a função de pertinência de agregação de metas difusas por:

$$\mu(x,y) = \min_{k \in K} \mu^k(xA^k y)$$

Tomando cada uma das funções de pertinência como lineares, a função de pertinência de agregação de metas difusas é expressada como:

$$\mu(x,y) = \min_{k \in K} \left[1 - \frac{\overline{a}^k - xA^k y}{\overline{a}^k - \underline{a}^k} \right]$$

$$\mu(x,y) = \min_{k \in K} \left[\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \frac{a_{ij}^k}{\overline{a}^k - \underline{a}^k} \, x_i \, y_j - \frac{\underline{a}^k}{\overline{a}^k - \underline{a}^k} \right]$$

$$\mu(x,y) = \min_{k \in K} \left[\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \hat{a}_{ij}^k x_i \, y_j + c^k \right]$$

Onde: $\hat{a}_{ij}^k = \frac{a_{ij}^k}{\overline{a}^k - \underline{a}^k}$ e $c^k = -\frac{\underline{a}^k}{\overline{a}^k - \underline{a}^k}$

Toda esta análise pode ser transcrita em um problema de programação linear, como Nishizaki e Sakawa (2001) descrevem no teorema.

<u>Teorema 7</u>: Para jogos multiobjetivos bipessoais de soma-zero com funções de pertinência de metas difusas dadas em sua forma linear, agregadas pela regra de decisão difusa (Bellman-Zadeh), a solução maximin para o jogador I, com respeito ao grau de atendimento a meta difusa agregada é dada pelo problema de programação linear primal. (**Modelo-3**).

$$\begin{aligned}
&\max \lambda \\
&s.a.\ \hat{a}_{1j}^1 x_1 + \ldots + \hat{a}_{mj} x_m + c^1 \geq \lambda;\ j = 1,\ldots,n \\
&\quad \ldots \\
&\quad \hat{a}_{1j}^r x_1 + \ldots + \hat{a}_{mj}^r x_m + c^1 \geq \lambda;\ j = 1,\ldots,n \\
&\quad x_1 + \ldots + x_m = 1 \\
&\quad x_i \geq 0,\ i = 1,\ldots,m
\end{aligned}$$

Demonstração:

Usando a regra de decisão difusa (Bellman – Zadeh) como regra de agregação das metas difusas do jogo multiobjetivo bipessoal de soma-zero, tem-se a formação de um problema maximin:

$$\max_{x\in X}\min_{y\in Y}\mu(x,y) = \max_{x\in X}\min_{y\in Y}\min_{k\in K}\mu^k(xA^ky)$$

Que pode ser reescrito:

$$\max_{x\in X}\min_{y\in Y}\mu(x,y) = \max_{x\in X}\min_{y\in Y}\min_{k\in K}\left[\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\hat{a}_{ij}^k x_i y_j + c^k\right]$$

Introduzindo uma variável auxiliar dada pelo vetor

$z = (z_1, \ldots, z_r) \in Z = \{z \in \mathbb{R}^r / \sum_{k=1}^{r} z_k = 1; z_k \geq 0; k = 1, \ldots, r\}$, tem-se:

$$\max_{x\in X}\min_{y\in Y}\mu(x,y) = \max_{x\in X}\min_{y\in Y}\min_{z\in Z}\left[\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{r}\hat{a}_{ij}^k\, x_i y_j z_k + \sum_{k=1}^{r} c^k\, z_k\right] =$$

$$= \max_{x\in X}\min_{y\in Y}\min_{z\in Z}\left[\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{r}\hat{a}_{ij}^k\, x_i y_j z_k + \sum_{j=1}^{n} y_i \sum_{k=1}^{r} c^k\, z_k\right] =$$

$$= \max_{x\in X}\min_{y\in Y}\min_{z\in Z}\left[\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{r}\hat{a}_{ij}^k\, x_i y_j z_k + \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{r} c^k\, y_j z_k\right] =$$

$$= \max_{x\in X}\min_{y\in Y}\min_{z\in Z}\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{r}\left[\sum_{i=1}^{m}\hat{a}_{ij} x_i y_i z_k + c^k y_j z_k\right]$$

Fazendo a transformação:

$$w = (w_1, \ldots, w_{nr}) = (y_1 z_1, \ldots, y_n z_r)$$

Em que $w \in W = \{w \in \mathbb{R}^{nr} / \sum_{l=1}^{nr} w_l = 1; w_l \geq 0; l = 1, \ldots, nr\}$ com a qual a expressão $\max_{x\in X}\min_{y\in Y}\mu(x,y)$ pode ser reduzida.

$$\max_{x\in X}\min_{y\in Y}\mu(x,y) = \max_{x\in X}\min_{w\in W}\sum_{l=1}^{nr}\left[\sum_{i=1}^{m}\hat{a}_{ij}^{k}x_i w_i + c^k w_l\right] =$$
$$= \max_{x\in X}\min_{w\in W}\sum_{l=1}^{nr}\left[\sum_{i=1}^{m}\hat{a}_{ij}^{k}x_i + c^k\right] w_l$$

Com isso é possível determinar a estratégia x^* resolvendo o problema de programação linear do enunciado.

Para o jogador II, a estratégia minimax é obtida pelo problema de programação linear dual, assim expressado:

$$\begin{aligned}
&\min \lambda \\
&s.a.\ \hat{a}_{i1}^{1}y_1 + \ldots + \hat{a}_{in}^{1}y_n + c^1 \le \lambda; i = 1,\ldots,m \\
&\qquad \ldots \\
&\qquad \hat{a}_{i1}^{r}y_1 + \ldots + \hat{a}_{in}y_n + c^r \le \lambda; i = 1,\ldots,m \\
&\qquad y_1 + \ldots + y_n = 1 \\
&\qquad y_j \ge 0, j = 1,\ldots,n
\end{aligned}$$

A solução do modelo primal e do modelo dual darão o vetor de estratégias, formado de um lado por uma cesta de empresas, tomadas como sendo as estratégias do jogador I e os indicadores contábeis divididos em liquidez, endividamento, rentabilidade e atividade; como sendo as estratégias do jogador II (indicadores). Estes grupos, bem como os indicadores que compõe cada um deles, são definidos a seguir.

2.15 ANÁLISE DAS DEMONSTRAÇÕES CONTÁBEIS

A análise das demonstrações contábeis, também conhecida como análise de balanços, permite averiguar a situação econômica e financeira de empresas por meio de seus indicadores. Estes são calculados e publicados periodicamente em suas demonstrações contábeis. As análises são realizadas quando necessário, de acordo com o que se pretende verificar e com o aprofundamento desejado sendo, portanto, indispensável o conhecimento do analista. Essas análises envolvem um conjunto de dados fornecidos pelas empresas por meio de suas publicações o que não se limita ao Balanço Patrimonial e Demonstração do Resultado do Exercício. Os dados necessário dependerão da análise a ser realizada e são coletados de acordo com a necessidade apresentada.

Os usuários mais importantes das demonstrações contábeis das empresas são, além dos administradores, seus fornecedores, clientes, acionsitas, concorrentes e até mesmo o governo (ASSAF NETO, 2000). De acordo com Lyra (2008, p. 9), a análise de balanços " consiste na observação do conjunto, na decomposição em seus elementos, no estudo das relações entre cada componente e o conjunto, e na recomposição do todo". Para o autor, um dos primeiros trabalhos envolvendo análise das demonstrações contábeis no Brasil foi em 1932, foi de João Luís dos Santos.

A importância da análise das demosntrações contábeis é entendida quando se observa a preocupação das empresas com seu desenvolvimento e *status* no mercado. As empresas necessitam de uma avaliação de suas posições em um determinado momento e busca prever resultados futuros. Essa previsão pode dar suporte à tomada de decisão. Nesse sentido, Brigham e Houston (1999, p. 79), destacam que o objetivo do investidor é fazer projeções para o futuro enquanto que para a gerência "ajuda a antever condições futuras quanto – e ainda mais importante – como ponto de partida para o planejamento de ações que irão influenciar o futuro desenrolar dos eventos". Analisar as demonstrações contábeis de uma empresa pode auxliar na identificação de forças e deficiências possibilitando a utilização dessas informações para melhorar o desempenho e prever resultados (BRIGHAM; EHRHARDT, 2006).

Braga (1995) apresenta mais usuários com seus objetivos. Os empregados que se preocupam em manter o emprego, melhorar salários e conquistar futuras promoções; os sindicatos que objetivam a negociação de novos benefícios e aumentos salariais, por exemplo; a comunidade pela preocupação com o crescimentos dos negócios para o desenvolvimento local e melhor padrão de vida. No caso de uma transferência de controle acionário por meio de incorporação, fusão ou cisão, "as demonstrações contábeis servirão de apoio para determinar o valor da negociação, embora este dependa de muitos outros fatores, principalmente do potencial de geração de lucros da empresa" (BRAGA, 1995, p. 141).

Embora os objetivos sejam específicos para cada tipo de usuário o objetivo da análise das demonstrações contábeis é analisar a posição econômica e financeira das entidades explorando os resultados apresentados e inferindo-se acerca dos possíveis comportamentos futuros das empresas, suas fraquezas, deficiências e expectativas a serem alcançadas. Neste estudo trata-se da situação econômica e financeira, logo, trata-se de indicadores específicos para este tipo de análise, os quais serão apresentados como grupos de liquidez, endividamento, rentabilidade e atividade. Alguns desses indicadores foram utilizados em Artuso (2012) que trabalhou com reconhecimento de padrões e analisou as empresas não-financeiras que negociam ações na bolsa de valores.

2.16 INDICADORES CONTÁBEIS

Os indicadores de liquidez representam a situação financeira das empresas, ou seja, sua capacidade de cumprir com os compromissos finaceiros de curto, médio e longo prazo. Para Brigham e Houston (1999, p. 80) “são quocientes que mostram a relação entre caixa e outros ativos circulantes de uma empresa e seus passivos circulantes”. De modo geral. “a liquidez decorre da capacidade de a empresa ser lucrativa, da administração de seu ciclo financeiro e de suas decisões estratégicas de investimento e financiamento” (SILVA, 2004, p. 308). Para Matarazzo (2008) apresentar boa liquidez não significa que a empresa esteja em dia com suas dívidas, mas sim, que a empresa possui capacidade para honrar com seus compromisso de acordo com os prazos pré-estabelecidos. Neste grupo considera-se liquidez seca, liquidez corrente e liquidez geral.

Liquidez seca: de acordo com Iudícibus (2009), representa uma fonte de incerteza e, por este motivo, alega que este indicador avalia a liquidez de uma empresa de forma conservadora. Matarazzo (2008, p. 173), afirma que “é um teste de força aplicado à empresa”. Com base nos autores, o ideal é possuir liquidez suficiente sem considerar os estoques. Para obter o indicador de liquidez seca utiliza-se:

$$LS = \frac{Ativo\ Circulante - Estoques}{Passivo\ Circulante}$$

Liquidez corrente: para Matarazzo (2008, p. 172) é “a margem de folga para manobras de prazos visando equilibrar as entradas e saídas de caixa. Quanto maiores os recursos, maior a segurança da empresa, melhor a situação financeira”. Este indicador avalia as condições da empresa de cobrir com suas obrigações de curto prazo e para obtê-lo, calcula-se:

$$LC = \frac{Ativo\ Circulante}{Passivo\ Circulante}$$

Liquidez geral: Assaf Neto (2003) afirma que este indicador avalia a folga financeira da empresa considerando tudo o que a entidade pode converter em dinheiro ou que deseja transformar em dinheiro, relacionando-se com tudo que já assumiu como dívida, ou seja, a capacidade a longo prazo. Martins (2005) ressalta que aplicações financeiras com uma taxa de juros atraente, podem representar boas alternativas, porém, significa "obter uma rentabilidade inferior à que a empresa deveria conseguir para remunerar muito o capital utilizado (próprio e de terceiros)". Calcula-se por meio da fórmula:

$$LG = \frac{Ativo\ Circulante + Realizável\ a\ Longo\ Prazo}{Passivo\ Circulante + Exigível\ a\ Longo\ Prazo}$$

Os indicadores de endividamento são importantes para análise da utilização de capital de terceiros. Conforme Iudícibus (2009, p. 97) "relacionam as fontes de fundos entre si, procurando retratar a posição relativa do capital próprio em relação ao capital de terceiros", ou seja, "o índice de endividamentode uma empresa indica o volume de dinheiro de terceiros usado para gerar lucros" (GITMAN, 2006, p. 49). Para Matarazzo (2008, p. 151) "os índices deste grupo mostram as grandes linhas de decisões financeiras, em termos de obtenção e aplicação de recursos". Neste grupo considera-se imobilização do patrimônio líquido, participação de capital de terceiros e composição do endividamento.

Imobilização do patrimônio líquido: "indica quanto do patrimônio líquido da empresa está aplicado no ativo permanente" e "envolve importantes decisões estratégicas da empresa, quanto a expansão, compra, aluguel ou *leasing* de equipamentos. São os investimentos que caracterizam o risco da atividade empresarial" (SILVA, 2004, p. 290). Este indicador é calculado por:

$$IPL = \frac{Ativo\ Permanente}{Patrimônio\ Líquido} \times 100$$

Participação de capital de terceiros: “indica o percentual de capital de terceiros em relação ao patrimônio líquido, retratando a dependência da empresa em relação aos recursos externos” (SILVA, 2004, p. 293). Brigham e Houston (1999, p. 87) destacam que “os credores preferem baixos graus de endividamento porque, quanto mais baixo for esse quociente, tanto maior será a sua margem de segurança contra prejuízos, no caso de uma liquidação. Os acionistas, por outro lado, podem querer maior alavancagem porque ela aumenta a rentabilidade esperada”. Para obter este indicador aplica-se a fórmula:

$$PCT = \frac{Passivo\ Circulante + Passivo\ Não\ Circulante}{Patrimônio\ Líquido} \times 100$$

Composição do endividamento: “indica quanto da dívida total da empresa deverá ser pago a curto prazo, isto é, as obrigações a curto prazo comparadas com as obrigações totais” (SILVA, 2004, p. 296). Entende-se que é preciso observar as dívidas a curto prazo, pois, quanto maior a quantidade de vencimentos a curto prazo, maior deverá ser a disponibilidade de recursos para honrar com estes compromissos. Neste sentido, conhecer a atividade econômica da empresa é indispensável para avaliar a relação risco-retorno. Para seu cálculo utiliza-se:

$$CE = \frac{Passivo\ Circulante}{Passivo\ Circulante + Passivo\ Não\ Circulante} \times 100$$

Outro aspecto importante na análise de empresas é a rentabilidade. Estes indicadores medem o rendimento da empresa considerando os seus investimentos. Para Matarazzo (2008, p. 175) “mostram qual a rentabilidade dos capitais investidos, isto é, quanto renderam os investimentos e, portanto, qual o êxito econômico da empresa”. “Essas medições permitem ao analista avaliar os lucros da empresa em relação a certo nível de vendas, a certo nível de ativos ou ao volume de capital investido pelos proprietários” (GITMAN, 2006, p. 52). Nesse grupo serão considerados os indicadores de margem líquida, retorno sobre o ativo e retorno sobre o patrimônio líquido.

Margem líquida: segundo Silva (2004, p. 261), “compara o lucro líquido em relação às vendas líquidas do período, fornecendo o percentual de lucro que a empresa está obtendo em relação a seu faturamento”. A importância deste indicador é ressaltada por Schrickel (1999, p. 302) quando afirma que “qualquer empresa tem como objetivo primordial vender os produtos que fabrica (aqui considerando uma indústria), justo é que o Retorno sobre as Vendas, isto é, sua margem, seja uma das preocupações básicas e iniciais de qualquer empreendimento empresarial”. Para obtê-lo, calcula-se:

$$ML = \frac{Lucro\ Líquido}{Vendas\ Líquidas} \times 100$$

Retorno sobre o ativo: permite avaliar a capacidade de uma empresa em gerar lucros. Para Silva (2004, p. 263) “indica a lucratividade que a empresa propicia em relação aos investimentos totais representados pelo ativo total médio”. Este indicador é calculado utilizando-se a fórmula:

$$ROA = \frac{Lucro\ Líquido}{Ativo\ Total} \times 100$$

Retorno sobre o patrimônio líquido: está relacionado a quantidade de retorno obtido pelos sócios considerando o capital investido. A sua importância “reside em expressar os resultados globais auferidos pela gerência na gestão de recursos próprios e de terceiros, em benefício dos acionistas” (IUDÍCIBUS, 2009, p. 108). Para seu cálculo aplicamos a fórmula:

$$ROE = \frac{Lucro\ Líquido}{Patrimônio\ Líquido} \times 100$$

Como último grupo a ser utilizado neste estudo, apresenta-se indicadores de atividade. Estes, indicam fatores importantes como renovação de estoques e prazos de pagamento e recebimento da empresa. Estes prazos são importantes por interferem na liquidez, endividamento e rentabilidade da empresa. Gitman (2006, p. 47) infere que “os índices de atividade medem a velocidade com que as várias contas são convertidas em vendas ou caixa – entradas ou saídas”. Isso possibilita, de acordo com o autor, verificar a eficiência da utilização dos ativos totais. Fazem parte deste grupo os indicadores de prazo médio de renovação de estoques, prazo médio de pagamento à fornecedores e prazo médio de recebimento de vendas.

Prazo médio de renovação de estoques: este indicador, conforme Assaf Neto (2003, p. 109) representa “o tempo médio necessário para a completa renovação dos estoques da empresa”. Destaca ainda que “quanto maior for esse índice, maior será o prazo em que os diversos produtos permanecerão estocados e, consequentemente, mais elevadas serão as necessidades de investimentos em estoques”. Isso implica, por exemplo, em custo de estocagem e seguro para estes estoques, ou seja, mais recursos comprometidos. Quanto menor a quantidade estocada, melhor. Este indicador é calculado aplicando a fórmula:

$$PME = \frac{Estoques}{Custo\ das\ Mercadorias\ Vendidas} \times 360$$

Prazo médio de pagamento de compras: para estimar este indicador, que indica o tempo que a empresa leva para pagar seus fornecedores, utiliza-se uma proporção do custo das mercadorias vendidas, pois, o valor das compras anuais não é publicado nas demonstrações contábeis. Iudícibus (2009, p. 100) destaca a importância de haver um equilíbrio entre pagamento e recebimento inferindo que “se uma empresa demora muito mais para receber suas vendas a prazo do que para pagar suas compras a prazo, irá necessitar de mais capital de giro adicional para sustentar suas vendas, criando-se um círculo vicioso difícil de romper. Conclui-se que isto pode prejudicar o andamento das atividades de uma empresa. Calcula-se este indicador como segue:

$$PMF = \frac{Fornecedores}{Compras} \times 360$$

Prazo médio de recebimento de vendas: para Assaf Neto (2003, p. 110) este indicador "revela o tempo médio (meses ou dias) que a empresa depende em receber suas vendas realizadas a prazo". Este indicador é importante e infere que " a empresa deve abreviar, sempre que possível, o prazo de recebimento de suas vendas". Isso se deve ao fato de que este montante poderia estar sendo investido e não haveria o risco de uma desvalorização no caso de uma possível inflação. Obtém-se o indicador calculando:

$$PMR = \frac{Duplicatas \text{ à } Receber}{Vendas} \times 360$$

Conforme exposto, cada indicador e cada grupo de indicadores apresentam um objetivo específico. Portanto, de acordo com o objetivo da análise é necessário selecionar os indicadores e/ou grupos de indicadores que melhor evidenciam a situação da empresa. Ressalta-se que os indicadores aqui apresentados são parte de muitos indicadores e grupos de indicadores discutidos na literatura contábil. Nesse sentido, a utilização é variada e não há indicadores pré-definidos para cada tipo de análise. A seleção vai de acordo com a experiência do analista, bem como também, os resultados que serão apresentados por ele.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo apresenta-se os procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa para que os objetivos propostos sejam alcançados de modo que ao final a questão de pesquisa apresentada seja respondida.

A metodologia se concentra em uma parte teórica e outra parte prática. Teoricamente, método é a orientação para a pesquisa e, no aspecto prático, o método tende a se confundir com técnicas de levantamento, entre as quais estão a teoria da amostragem e as de tratamento e de análise de dados (VIEGAS, 2007). De acordo com o que destaca Marconi e Lakatos (2007, p. 114) "a pesquisa científica não é apenas um relatório ou descrição de fatos levantados empiricamente, mas o desenvolvimento de um caráter interpretativo, no que se refere aos dados obtidos".

Como primeiro item discorre-se sobre o delineamento da pesquisa. Em seguida, população e amostra seguindo com os procedimentos de coleta e análise de dados. Por fim, são relatadas as limitações deste estudo.

3.1 DELINEAMENTO DA PESQUISA

O delineamento utilizado na pesquisa é determinado pelo objetivo do estudo. Nesta pesquisa trata-se de um estudo descritivo que apresenta o *ranking* das empresas do setor de metalurgia e siderurgia listadas na BM&FBovespa.

A pesquisa descritiva é realizada sem que o pesquisador interfira, ou seja, ele apenas descreve o objeto de pesquisa buscando descobrir a frequência com que um fenômeno ocorre, sua natureza, características, causas, relações e conexões com outros fenômenos (BARROS; LEHFELD, 2000).

Para atender o objetivo desta investigação faz-se necessário verificar indicadores contábeis apresentados na literatura, o que caracteriza uma pesquisa bibliográfica e o fato de utilizar demonstrações contábeis como fonte de coleta de dados torna esta pesquisa documental, pois, os dados ainda não receberam nenhuma forma de tratamento.

Quanto à abordagem do problema este estudo classifica-se como quantitativo. "O método quantitativo representa, em princípio, a intenção de garantir a precisão dos resultados, evitar distorções de análise e interpretação, possibilitando, consequentemente, uma margem de segurança quanto as inferências" (RICHARDSON, 1989, p. 29).

3.2 POPULAÇÃO E AMOSTRA

A população é definida como o conjunto de elementos que apresentam os atributos necessários para o desenvolvimento do estudo (SILVEIRA, 2004). No caso desta pesquisa, que apresenta os dados dos indicadores de liquidez, endividamento, rentabilidade e atividade. A população, nesta pesquisa, consiste nas 12 empresas de siderurgia e metalurgia listadas na BM&FBovespa. Todas as empresas disponibilizaram os dados necessários no período de 2009 a 2012, porém, em 2013 a empresa Duque não divulgou seus dados. Por isso, em 2013 são analisadas somente as demais (11) empresas.

A população foi definida intencionalmente, ou seja, consiste em uma população não probabilística e justifica-se pelo acesso às informações contábeis e seu grau de confiabilidade por se tratarem de empresas de capital aberto. As empresas do ramo de siderurgia e metalurgia utilizadas nesta investigação são apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1 – Empresas do setor de siderurgia e metalurgia listadas na BM&FBovespa

Empresa	Nome do Pregão	Atuação
Paranapanema	PARANAPANEMA	Artefatos de cobre
Fibam Companhia Industrial	FIBAM	Artefatos de Ferro e Aço
Mangels Industrial S.A.	MANGELS INDL	Artefatos de Ferro e Aço
Metalúrgica Duque S.A.	MET DUQUE	Artefatos de Ferro e Aço
Panatlantica S.A.	PANATLANTICA	Artefatos de Ferro e Aço
Siderurgica J. L. Aliperti S.A.	ALIPERTI	Artefatos de Ferro e Aço
Tekno S.A. – Indústria e Comércio	TEKNO	Artefatos de Ferro e Aço
CIA Ferro Ligas da Bahia - FERBASA	FERBASA	Siderurgia
CIA Siderurgia Nacional	SID NACIONAL	Siderurgia
GERDAU S.A.	GERDAU	Siderurgia
Metalurgica Gerdau S.A	GERDAU MET	Siderurgia
Usinas SID de Minas Gerais S.A. - USIMINAS	USIMINAS	Siderurgia

Fonte: Dados da pesquisa.

Estas empresas divulgam os dados periodicamente e estes podem ser obtidos de diversas maneiras. A explanação sobre os procedimentos de coleta de dados utilizados nesta investigação segue na próxima seção.

3.3 PROCEDIMENTOS DE COLETA DE DADOS

Os dados foram coletados por meio do ECONOMÁTICA©, e provém das demonstrações contábeis consolidadas, Balanço Patrimonial e Demonstração do Resultado do Exercício. Extraiu-se os indicadores econômico-financeiros de liquidez, endividamento, rentabilidade e atividade. De cada grupo foram extraídos três indicadores formando um grupo de 12 indicadores analisados: (a) liquidez: liquidez seca (LS), liquidez corrente (LC), liquidez geral (LG), (b) endividamento: imobilização do patrimônio líquido (IPL), participação de capital de terceiros (PCT), composição do endividamento (CE), (c) rentabilidade: margem líquida (ML), retorno sobre o ativo (ROA), retorno sobre o patrimônio líquido (ROE), (d) atividade: prazo médio de estoques (PME), prazo médio de fornecedores (PMF) e prazo médio de recebimento (PMR). Cada indicador foi calculado conforme fórmulas extraídas de Matarazzo (2008) apresentadas no Quadro 2.

Quadro 2 – Indicadores, referências e suas respectivas fórmulas utilizadas para o cálculo

Indicadores Econômico-Financeiros		Descrição	Autores
Liquidez	Liquidez Seca (LS)	$LS = \frac{Ativo\ Circulante - Estoques}{Passivo\ Circulante}$	Iudícibus (2009); Brigham e Houston (1999); Assaf Neto e Siva (2002); Assaf Neto (2003); Gitman (2006); Silva (2005); Marion (2005); Brigham e Ehrhardt (2006); Matarazzo (2008).
	Liquidez Corrente (LC)	$LC = \frac{Ativo\ Circulante}{Passivo\ Circulante}$	Iudícibus (2009); Brigham e Houston (1999); Assaf Neto e Siva (2002); Assaf Neto (2003); Gitman (2006); Silva (2005); Marion (2005); Brigham e Ehrhardt (2006); Matarazzo (2008).
	Liquidez Geral (LG)	$LG = \frac{Ativo\ Circulante + Realizável\ a\ Longo\ Prazo}{Passivo\ Circulante + Exigível\ a\ Longo\ Prazo}$	Iudícibus (2009); Assaf Neto (2003); Silva (2005); Marion (2005); Matarazzo (2008).
Endividamento	Imobilização do Patrimônio (IPL)	$IPL = \frac{Ativo\ Permanente}{Patrimônio\ Líquido} \times 100$	Líquido: Silva (2005); Matarazzo (2008).
	Participação de Capital de Terceiros (PCT)	$PCT = \frac{Passivo\ Circulante + Passivo\ Não\ Circulante}{Patrimônio\ Líquido} \times 100$	Iudícibus (2009); Brigham e Houston (1999); Assaf Neto (2003); Silva (2005); Matarazzo (2008).
	Composição do Endividamento (CE)	$CE = \frac{Passivo\ Circulante}{Passivo\ Circulante + Passivo\ Não\ Circulante} \times 100$	Iudícibus (2009); Silva (2005); Marion (2005); Matarazzo (2008).

Continua ..

..continuação.

Indicadores Econômico-Financeiros		Descrição	Autores
Rentabilidade	Margem Líquida (ML)	$ML = \frac{Lucro\ Líquido}{Vendas\ Líquidas} \times 100$	Iudícibus (2009); Brigham e Houston (1999); Assaf Neto (2003); Silva (2005); Marion (2005); Brigham e Ehrhardt (2006); Matarazzo (2008).
	Retorno sobre o Ativo (ROA)	$ROA = \frac{Lucro\ Líquido}{Ativo\ Total} \times 100$	Brigham e Houston (1999); Assaf Neto (2003); Silva (2005); Marion (2005); Matarazzo (2008).
	Retorno sobre o Patrimônio Líquido (ROE)	$ROE = \frac{Lucro\ Líquido}{Patrimônio\ Líquido} \times 100$	Iudícibus (2009); Brigham e Houston (1999); Assaf Neto (2003); Silva (2005); Marion (2005); Matarazzo (2008).
Atividade	Prazo Médio de Estoques (PME)	$PME = \frac{Estoques}{Custo\ das\ mercadorias\ vendidas} \times 360$	Iudícibus (2009); Assaf Neto (2003); Silva (2005); Marion (2005); Matarazzo (2008).
	Prazo Médio de Fornecedores (PMF)	$PMF = \frac{Fornecedores}{Compras} \times 360$	Iudícibus (2009); Assaf Neto (2003); Gitman (2004); Silva (2006); Marion (2005); Matarazzo (2008).
	Prazo Médio de Recebimento (PMR)	$PMR = \frac{Duplicatas\ à\ receber}{Vendas} \times 360$	Iudícibus (2009); Brigham e Houston (1999); Assaf Neto (2003); Gitman (2006); Silva (2005); Marion (2005); Brigham e Ehrhardt (2006); Matarazzo (2008).

Fonte: Elaborado pela autora.

Os dados foram submetidos à análise sobre a qual discorre-se doravante.

3.4 PROCEDIMENTOS E ANÁLISE DE DADOS

A análise de dados referentes aos indicadores de liquidez, endividamento, rentabilidade e atividade acabam por formar a matriz de pagamentos do jogo multicriterial.

$$P = \begin{bmatrix} (1.02, 1.10, 0.53) & (94.95, 186.42, 84.79) & (-5.12, -4.93, 14.13) & (124.64, 158.73, 40.23) \\ (1.02, 1.12, 0.54) & (94.64, 227.86, 57.28) & (-3.95, -5.64, 18.48) & (69.52, 17.59, 48.40) \\ (0.74, 1.16, 0.97) & (657.10, 2388.88, 46.66) & (31.39, 21.99, 547.40) & (52.77, 70.64, 41.02) \\ (0.41, 0.64, 0.58) & (143.29, 158.06, 61.41) & (0.17, 0.09, 0.24) & (18.29, 51.66, 20.10) \\ (1.55, 2.20, 1.68) & (44.96, 98.41, 68.79) & (4.13, 4.48, 8.89) & (66.68, 39.33, 69.19) \\ (0.76, 1.35, 0.93) & (114.15, 64.45, 46.20) & (16.58, 3.26, 5.36) & (240.57, 23.17, 29.85) \\ (5.84, 7.91, 6.66) & (36.19, 13.13, 70.24) & (14.51, 8.45, 9.56) & (86.38, 21.37, 65.95) \\ (5.59, 6.90, 4.39) & (42.98, 12.39, 63.28) & (12.09, 6.55, 7.36\ ) & (149.13, 19.35, 60.31) \\ (0.63, 3.30, 2.74) & (226.57, 447.27, 15.91) & (-2.84, -0.97, -5.33) & (106.76, 58.38, 38.24) \\ (0.85, 2.10, 0.94) & (68.37, 84.36, 32.20) & (3.94, 2.82, 5.20) & (97.72, 33.14, 35.03) \\ (0.78, 1.80, 0.81) & (73.42, 99.01, 34.38) & (3.51, 2.50, 4.97) & (97.72, 33.14, 35.03) \\ (0.93, 1.99, 1.30) & (89.95, 77.03, 37.88) & (-4.18, -1.62, -2.87) & (112.95, 68.23, 44.42) \end{bmatrix}$$

Estes dados são referentes ao exercício 2012. Os valores são adimensionais, ou seja, não possuem uma unidade de medida em especial. Contudo, cada indicador será transformado por meio de uma contração de Lipschitz $d(f(x), f(y)) \leq kd(x, y)$.

Basicamente a contração é feita usando o teorema de Tales, ou seja, em cada um dos 12 indicadores há um máximo $i_j^+; j = 1, \dots, 12$ e um mínimo $i_j^-; j = 1, \dots, 12$. Fazendo $f\left(i_j^-\right) = 0$ e $f\left(i_j^+\right) = 1$, assim $f\left(i_j\right) = \frac{i_j - i_j^-}{i_j^+ - i_j^-}$.

No caso dos indicadores de endividamento pretende-se quanto menor melhor, logo a formulação passa a ser $f\left(i_j\right) = 1 - \frac{i_j - i_j^-}{i_j^+ - i_j^-}$. Isto também é aplicado ao indicador PME (prazo médio de estoques) e PMR (prazo médio de recebimento).

Assim, a matriz de pagamentos fica definida:

$$P = \begin{bmatrix} (0.11, 0.06, 0) & (0.91, 0.93, 0) & (0.55, 0.56, 0.96) & (0.52, 1, 0.59) \\ (0.11, 0.07, 0.00) & (0.91, 0.91, 0.40) & (0.57, 0.54, 0.95) & (0.77, 0, 0.42) \\ (0.06, 0.07, 0.07) & (0, 0, 0.55) & (0, 0, 0) & (0.84, 0.38, 0.57) \\ (0, 0, 0.01) & (0.83, 0.94, 0.34) & (0.66, 0.73, 0.98) & (1, 0.24, 1) \\ (0.21, 0.22, 0.19) & (0.99, 0.96, 0.23) & (0.74, 0.87, 1.00) & (0.78, 0.15, 0) \\ (0.06, 0.10, 0.07) & (0.87, 0.98, 0.56) & (1, 0.83, 0.99) & (0, 0.04, 0.80) \\ (1, 1, 1) & (1, 1, 0.21) & (0.96, 1, 1) & (0.69, 0.03, 0.07) \\ (0.95, 0.86, 0.63) & (0.99, 1, 0.31) & (0.91, 0.94, 1.00) & (0.41, 0.01, 0.18) \\ (0.04, 0.37, 0.36) & (0.69, 0.82, 1) & (0.60, 0.69, 0.97) & (0.60, 0.29, 0.63) \\ (0.08, 0.20, 0.07) & (0.95, 0.96, 0.76) & (0.74, 0.82, 0.99) & (0.64, 0.11, 0.70) \\ (0.07, 0.16, 0.05) & (0.94, 0.96, 0.73) & (0.73, 0.80, 0.99) & (0.64, 0.11, 0.70) \\ (0.10, 0.19, 0.13) & (0.91, 0.97, 0.68) & (0.57, 0.67, 0.98) & (0.57, 0.36, 0.50) \end{bmatrix}$$

A aplicação do modelo-1 (p. 41) também não é imediata, pois como serão avaliados as ternas compostas por cada grupo de indicadores, ter-se-á:

$$(Modelo - 1\ adaptado)\max v_1, \dots, v_k$$
$$s.a: x^t A(s) \geq (v_k, \dots, v_k)\ s = 1, \dots, k; k = 1, \dots, 4\ (grupo\ de\ indicadores)$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$
$$x \geq 0$$

Logo sua construção resulta em:

$$\max \mathrm{Z} = \{Liquidez, Endividamento, Rentabilidade, Atividade\}$$

Denominando v_1: Liquidez; v_2: Endividamento; v_3: Rentabilidade e v_4: Atividade, tem-se como função objetivo múltipla:

$$\max \mathrm{Z} = v_1, v_2, v_3, v_4$$

Como os indicadores são independentes entre si e todos tomados na mesma escala:

$\max \mathrm{Z} = v_1 + v_2 + v_3 + v_4$

s.a:

$0{,}11x_1 + 0{,}11x_2 + 0{,}06x_3 + 0{,}21x_5 + 0{,}06x_6 + x_7 + 0{,}95x_8 + 0{,}04x_9 + 0{,}08x_{10} + 0{,}07x_{11} + 0{,}10x_{12} - v_1 \geq 0$

$0{,}06x_1 + 0{,}07x_2 + 0{,}07x_3 + 0{,}22x_5 + 0{,}10x_6 + x_7 + 0{,}86x_8 + 0{,}37x_9 + 0{,}20x_{10} + 0{,}16x_{11} + 0{,}19x_{12} - v_1 \geq 0$

$0{,}07x_3 + 0{,}01x_4 + 0{,}19x_5 + 0{,}07x_6 + x_7 + 0{,}63x_8 + 0{,}36x_9 + 0{,}07x_{10} + 0{,}05 + 0{,}13x_{12} - v_1 \geq 0$

$0{,}91x_1 + 0{,}91x_2 + 0{,}83x_4 + 0{,}99x_5 + 0{,}87x_6 + x_7 + 0{,}99x_8 + 0{,}69x_9 + 0{,}95x_{10} + 0{,}94x_{11} + 0{,}01x_{12} - v_2 \geq 0$

$0{,}93x_1 + 0{,}91x_2 + 0{,}94x_4 + 0{,}96x_5 + 0{,}98x_6 + x_7 + 1x_8 + 0{,}82x_9 + 0{,}96x_{10} + 0{,}96x_{11} + 0{,}97x_{12} - v_2 \geq 0$

$040x_2 + 0{,}55x_3 + 0{,}34x_4 + 0{,}23x_5 + 0{,}56x_6 + 0{,}21x_7 + 0{,}31x_8 + 1x_9 + 0{,}76x_{10} + 0{,}73x_{11} + 0{,}68x_{12} - v_2 \geq 0$

$0{,}55x_1 + 0{,}57x_2 + 0{,}66x_4 + 0{,}74x_5 + x_6 + 0{,}96x_7 + 0{,}91x_8 + 0{,}60x_9 + 0{,}74x_{10} + 0{,}73x_{11} + 0{,}57x_{12} - v_3 \geq 0$

$0{,}56x_1 + 0{,}54x_2 + 0{,}73x_4 + 0{,}87x_5 + 0{,}83x_6 + x_7 + 0{,}94x_8 + 0{,}69x_9 + 0{,}82x_{10} + 0{,}80x_{11} + 0{,}67x_{12} - v_3 \geq 0$

$0{,}96x_1 + 0{,}95x_2 + 0{,}98x_4 + x_5 + 0{,}99x_6 + x_7 + x_8 + 0{,}97x_9 + 0{,}99x_{10} + 0{,}99x_{11} + 0{,}98x_{12} - v_3 \geq 0$

$0{,}52x_1 + 0{,}77x_2 + 0{,}84x_3 + x_4 + 0{,}78x_5 + 0{,}69x_7 + 0{,}41x_8 + 0{,}60x_9 + 0{,}64x_{10} + 0{,}64x_{11} + 0{,}57x_{12} - v_4 \geq 0$

$x_1 + 0{,}38x_3 + 0{,}24x_4 + 0{,}15x_5 + 0{,}04x_6 + 0{,}03x_7 + 0{,}01x_8 + 0{,}29x_9 + 0{,}11x_{10} + 0{,}11x_{11} + 0{,}36x_{12} - v_4 \geq 0$

$0{,}59x_1 + 0{,}42x_2 + 0{,}57x_3 + x_4 + 0{,}80x_6 + 0{,}07x_7 + 0{,}18x_8 + 0{,}63x_9 + 0{,}70x_{10} + 0{,}70x_{11} + 0{,}50x_{12} - v_4 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 1$

$x_i \geq 0\ (i = 1, \dots, 12)$

Das 16 variáveis do PL, 12 representam cada uma das empresas, a saber: Paranapanema (x_1), Fibam (x_2), Mangels (x_3), Duque (x_4), Panatlântica (x_5), Aliperti (x_6), Tekno (x_7), Ferbasa (x_8), Siderurgia Nacional (x_9), Gerdau (x_{10}), Gerdau Met. (x_{11}) e Usiminas (x_{12}).

A solução do PPL traz o vetor de estratégias:

$$x^* = [x_1\ x_2\ \cdots\ x_{12}]^t$$

Cada um dos $x_i, i = 1, \dots, 12$ representa uma probabilidade de adoção da estratégia i. A análise é feita em ordem decrescente, ou seja, as probabilidades apontarão se o problema admite uma estratégia pura ($p_i = 1$) ou uma estratégia mista ($\sum_{i=1}^{12} x_i = 1$). Caso a solução for a estratégia pura, tem-se a empresa mais bem posicionada. O mesmo ocorre quando a solução apontada for mista, a estratégia mais bem avaliada, dará como retorno a empresa mais bem posicionada contabilmente na rodada, voltando as demais para a cesta de estratégias.

A adoção dessa forma de análise atende ao axioma da escolha (ZELENY, 1982, p. 156) “as alternativas que são mais próximas do ideal são preferidas àquelas que estão mais distantes (ou ausentes). Para ser tão perto quanto possível do ideal percebido, que é a base racional da escolha humana”.

Por outro lado, não viola um axioma que reflete o curso de desenvolvimento tradicional da análise decisória (reversão de ordem), que Zeleny (1982, p. 145) propõe como “se uma alternativa A é não-ótima, então ela não poderá se tornar ótima com a adição de uma nova alternativa ao problema”. Com efeito, a técnica proposta não inclui novas alternativas, mas sim remove as eleitas como sendo as melhores do cenário, da rodada”.

Além disso Starr e Zeleny (1977) ilustraram a falácia desse axioma em um exemplo com um conjunto de probabilidades sobre espectativas de utilidades, similar ao caso desta tese.

Assim, na presença de *n* empresas, haverá um total de (*n-1*) rodadas, ou seja, são resolvidos no caso do modelo-1 um total de 11 PPL’s, usando o software PLM 3.0 (Programação Linear e Mista v. 3.0).

A análise ainda inclui o valor da informação, onde o modelo-1 é tranformado em:

$$P(\lambda)\text{: max Z} = \sum_{s=1}^{k} \lambda_s\, v_s$$

$$s.a\text{: } x^t A(s) \geq (v_s, \dots, v_s);\ s = 1, \dots, k;\ k = 1, \dots, 4$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \geq 0$$

No modelo $\lambda \in \Lambda^0 = \{\lambda \in \mathbb{R}^k : \lambda_s > 0; \sum_{s=1}^{k} \lambda_s = 1\}$. Os valores de $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\ e\ \lambda_4$ são obtidos por meio da variância dos dados normalizados de cada bloco de indicadores.

Ao abordar de problemas decisórios em cenários complexos em que muitos critérios estão em tratamento, o peso da importância do atributo (λ_i), conferido ao *i-ésimo* atributo como medida de importância relativa em uma dada situação de decisão, é diretamente relacionada a quantidade de informação intrínseca gerada por um conjunto de possíveis alternativas de cada *i-ésimo* atributo e em paralelo, a subjetividade associada as importância, reflete a cultura, psicologia e meio em que vive o tomador de decisão (ZELENY, 1982).

A importância do atributo se torna operacional somente se a quantidade intrínseca da informação transmitida para o tomador de decisão do *i-ésimo* atributo pode ser mensurado. Pode-se ajustar uma medida de entropia para concordar com o propósito.

Quanto mais distintos e diferenciados forem os escores, ou seja, quanto maior for o contraste de intensidade entre os valores do *i-ésimo* atributo, maior é a soma da "informação decisória" contida nela e transmitida pelo atributo (ZELENY, 1982).

Seja $d_i = (d_i^1, d_i^2, \dots, d_i^m)$ os valores normalizados, onde: $d_i^k = \frac{x_i^k}{x_i^*}$, que caracteriza o conjunto D, em termos do *i-ésimo* atributo. Define-se $D_i = \sum_{k=1}^{m} d_i^k; i = 1,2, \dots, n$. A medida de entropia do contraste de intensidade para o *i-ésimo* atributo é calculado por $e(d_i) = -\alpha \sum_{k=1}^{m} \frac{d_i^k}{D_i} ln\left(\frac{d_i^k}{D_k}\right)$, onde $\alpha = \frac{1}{e_{max}} > 0$ e e_{max}=*ln*(m). Lembrando ainda que $0 \leq d_i^k \leq 1$ e $d_i^k \geq 0$. Caso todos os d_i^k forem iguais para um dado i, então $\frac{d_i^k}{D_i} = \frac{1}{n}$ e e(d_i) assume valor máximo, isto é, e_{max}=Ln(m). Ao se fixar $\alpha = \frac{1}{e_{max}}$, determina-se $0 \leq e(d_i) \leq 1$ para todos os d_i´s. Essa normalização é necessária para efeito comparativo. A entropia total de D é definida por: $E = \sum_{i=1}^{n} e(d_i)$.

Há duas observações a serem feitas, a primeira é a de que quanto maior for e(d_i), menor é a informação transmitida pelo *i-ésimo* atributo e a segunda é o caso e(d_i)=e_{max}=ln(m), então o *i-ésimo* atributo não transmite informação e pode ser removida da análise decisória. Devido ao peso λ_i ser inversamente relacionado a e(di), usa-se 1-e(di) ao invés de e(di) e normaliza-se para assegurar que $0 \leq \lambda_i \leq 1$ e $\sum_{i=1}^{n} \lambda_i = 1$. Assim: $\lambda_i = \frac{1}{n-E}[1 - e(d_i)] = \frac{[1-e(d_i)]}{n-E}$.

A entropia associada a cada lote de indicadores é dado por:

e(liquidez)=0,8681069

e(endividamento)=0,960037

e(rentabilidade)=0,969933

e(atividade)=0,916057

A soma da entropias é dada por E=3,656717. Aplicando a fórmula $\lambda_i = \frac{[1-e(d_i)]}{n-E}$, tem-se o valor dos pesos da informação:

$$\lambda_1 = 0{,}55147 \; \lambda_2 = 0{,}116415 \; \lambda_3 = 0{,}087587 \; \lambda_4 = 0{,}244529$$

Chega-se ao modelo ponderado:

$\max \mathrm{Z} = 0{,}55147v_1 + 0{,}116415v_2 + 0{,}087587v_3 + 0{,}244529v_4$

s.a:

$0{,}11x_1 + 0{,}11x_2 + 0{,}06x_3 + 0{,}21x_5 + 0{,}06x_6 + x_7 + 0{,}95x_8 + 0{,}04x_9 + 0{,}08x_{10} + 0{,}07x_{11} + 0{,}10x_{12} - v_1 \geq 0$

$0{,}06x_1 + 0{,}07x_2 + 0{,}07x_3 + 0{,}22x_5 + 0{,}10x_6 + x_7 + 0{,}86x_8 + 0{,}37x_9 + 0{,}20x_{10} + 0{,}16x_{11} + 0{,}19x_{12} - v_1 \geq 0$

$0{,}07x_3 + 0{,}01x_4 + 0{,}19x_5 + 0{,}07x_6 + x_7 + 0{,}63x_8 + 0{,}36x_9 + 0{,}07x_{10} + 0{,}05 + 0{,}13x_{12} - v_1 \geq 0$

$0{,}91x_1 + 0{,}91x_2 + 0{,}83x_4 + 0{,}99x_5 + 0{,}87x_6 + x_7 + 0{,}99x_8 + 0{,}69x_9 + 0{,}95x_{10} + 0{,}94x_{11} + 0{,}01x_{12} - v_2 \geq 0$

$0{,}93x_1 + 0{,}91x_2 + 0{,}94x_4 + 0{,}96x_5 + 0{,}98x_6 + x_7 + 1x_8 + 0{,}82x_9 + 0{,}96x_{10} + 0{,}96x_{11} + 0{,}97x_{12} - v_2 \geq 0$

$040x_2 + 0{,}55x_3 + 0{,}34x_4 + 0{,}23x_5 + 0{,}56x_6 + 0{,}21x_7 + 0{,}31x_8 + 1x_9 + 0{,}76x_{10} + 0{,}73x_{11} + 0{,}68x_{12} - v_2 \geq 0$

$0{,}55x_1 + 0{,}57x_2 + 0{,}66x_4 + 0{,}74x_5 + x_6 + 0{,}96x_7 + 0{,}91x_8 + 0{,}60x_9 + 0{,}74x_{10} + 0{,}73x_{11} + 0{,}57x_{12} - v_3 \geq 0$

$0{,}56x_1 + 0{,}54x_2 + 0{,}73x_4 + 0{,}87x_5 + 0{,}83x_6 + x_7 + 0{,}94x_8 + 0{,}69x_9 + 0{,}82x_{10} + 0{,}80x_{11} + 0{,}67x_{12} - v_3 \geq 0$

$0{,}96x_1 + 0{,}95x_2 + 0{,}98x_4 + x_5 + 0{,}99x_6 + x_7 + x_8 + 0{,}97x_9 + 0{,}99x_{10} + 0{,}99x_{11} + 0{,}98x_{12} - v_3 \geq 0$

$0{,}52x_1 + 0{,}77x_2 + 0{,}84x_3 + x_4 + 0{,}78x_5 + 0{,}69x_7 + 0{,}41x_8 + 0{,}60x_9 + 0{,}64x_{10} + 0{,}64x_{11} + 0{,}57x_{12} - v_4 \geq 0$

$x_1 + 0{,}38x_3 + 0{,}24x_4 + 0{,}15x_5 + 0{,}04x_6 + 0{,}03x_7 + 0{,}01x_8 + 0{,}29x_9 + 0{,}11x_{10} + 0{,}11x_{11} + 0{,}36x_{12} - v_4 \geq 0$

$0{,}59x_1 + 0{,}42x_2 + 0{,}57x_3 + x_4 + 0{,}80x_6 + 0{,}07x_7 + 0{,}18x_8 + 0{,}63x_9 + 0{,}70x_{10} + 0{,}70x_{11} + 0{,}50x_{12} - v_4 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 1$

$x_i \geq 0 \; (i = 1, \dots, 12)$

A análise dos resultados e a determinação do posicionamento é feito de mesmo modo ao modelo-1 original.

A aplicação do modelo-2 (p. 46) necessita a determinação de um nível de segurança $P = (0{,}5, \dots, 0{,}5)$. Assim a matriz de pagamentos é induzida por:

$$P_p = \begin{bmatrix} (0,0,0) & (1,1,0) & (1,1,1) & (1,1,1) \\ (0,0,0) & (1,1,0) & (1,1,1) & (1,0,0) \\ (0,0,0) & (0,0,1) & (0,0,0) & (1,0,1) \\ (0,0,0) & (1,1,0) & (1,1,1) & (1,0,1) \\ (0,0,0) & (1,1,0) & (1,1,1) & (1,0,0) \\ (0,0,0) & (1,1,1) & (1,1,1) & (0,0,1) \\ (1,1,1) & (1,1,0) & (1,1,1) & (1,0,0) \\ (1,1,1) & (1,1,0) & (1,1,1) & (0,0,0) \\ (0,0,0) & (1,1,1) & (1,1,1) & (1,0,1) \\ (0,0,0) & (1,1,1) & (1,1,1) & (1,0,1) \\ (0,0,0) & (1,1,1) & (1,1,1) & (1,0,1) \\ (0,0,0) & (1,1,1) & (1,1,1) & (1,0,1) \end{bmatrix}$$

Construindo o modelo-2, chega-se em:

$\max \mathrm{Z} = v_1 + v_2 + v_3 + v_4$

s.a:

$x_7 + x_8 - v_1 \geq 0$

$x_7 + x_8 - v_1 \geq 0$

$x_7 + x_8 - v_1 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_2 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_2 \geq 0$

$x_3 + x_6 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_2 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_3 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_3 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_3 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_4 \geq 0$

$x_1 - v_4 \geq 0$

$x_1 + x_3 + x_4 + x_6 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_4 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 1$

$x_i \geq 0; i = 1, \ldots, 12$

O PPL pode ser simplificado, visto que há restrições idênticas.

$\max \mathrm{Z} = v_1 + v_2 + v_3 + v_4$

s.a:

$x_7 + x_8 - v_1 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_2 \geq 0$

$x_3 + x_6 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_2 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_3 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_4 \geq 0$

$x_1 - v_4 \geq 0$

$x_1 + x_3 + x_4 + x_6 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_4 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 1$

$x_i \geq 0; i = 1, \dots, 12$

O modelo-2 ponderado por $P = (0.5, \dots, 0.5)$ fica assim estabelecido:

$\max \mathrm{Z} = 0{,}55147v_1 + 0{,}116415v_2 + 0{,}087587v_3 + 0{,}244529v_4$

s. a:

$x_7 + x_8 - v_1 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_2 \geq 0$

$x_3 + x_6 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_2 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_3 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_7 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_4 \geq 0$

$x_1 - v_4 \geq 0$

$x_1 + x_3 + x_4 + x_6 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} - v_4 \geq 0$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 1$

$x_i \geq 0; i = 1, \dots, 12$

A determinação do posicionamento é mantida, retirando-se uma empresa da cesta de estratégias. Na ocorrência de empates, é usado o critério da empresa que ainda atende ao maior número de níveis de segurança P.

O modelo-3 (p. 52) usa os dados brutos da matriz de pagamentos original P (p. 58). Isto se justifica no fato da construção aplicada em P pode ser compreendida como sendo uma pré-fuzzificação dos dados.

Aplicando o Teorema 7 aos dados originais em P, chega-se ao modelo respectivo ao objetivo (c) da tese.

A matriz de pagamentos fuzzificada é criada a partir da divisão de cada elemento de P pela diferença entre o máximo e o mínimo de cada grupo de indicadores.

$$\underset{j}{\mathrm{Max}}\{\underset{i}{\mathrm{Max}}\{LG, LC, LS\} = 7{,}9112$$

$$\underset{j}{\mathrm{Min}}\{\underset{i}{\mathrm{Min}}\{LG, LC, LS\} = 0{,}4109$$

$$Diferença = 7{,}5003$$

$$\underset{j}{\mathrm{Max}}\{\underset{i}{\mathrm{Max}}\{IPL, PCT, CE\} = 2388{,}875$$

$$\underset{j}{\mathrm{Min}}\{\underset{i}{\mathrm{Min}}\{IPL, PCT, CE\} = 12{,}3887$$

$$Diferença = 2376{,}487$$

$$\underset{j}{\mathrm{Max}}\{\underset{i}{\mathrm{Max}}\{ML, ROA, ROE\} = 16{,}5781$$

$$\underset{j}{\mathrm{Min}}\{\underset{i}{\mathrm{Min}}\{ML, ROA, ROE\} = -547, 395$$

$$Diferença = 563{,}9734$$

$$\underset{j}{\mathrm{Max}}\{\underset{i}{\mathrm{Max}}\{PME, PMF, PMR\} = 240, 5698$$

$$\underset{j}{\mathrm{Min}}\{\underset{i}{\mathrm{Min}}\{PME, PMF, PMR\} = 17{,}5931$$

$$Diferença = 222{,}9767$$

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix}
0{,}136 & 0{,}147 & 0{,}070 & 0{,}040 & 0{,}078 & 0{,}036 & -0{,}009 & -0{,}009 & -0{,}025 & 0{,}559 & 0{,}712 & 0{,}180 \\
0{,}136 & 0{,}149 & 0{,}072 & 0{,}040 & 0{,}096 & 0{,}024 & -0{,}07 & -0{,}010 & -0{,}033 & 0{,}312 & 0{,}079 & 0{,}217 \\
0{,}099 & 0{,}155 & 0{,}130 & 0{,}276 & 1{,}005 & 0{,}020 & -0{,}056 & -0{,}039 & -0{,}971 & 0{,}237 & 0{,}317 & 0{,}184 \\
0{,}055 & 0{,}085 & 0{,}078 & 0{,}060 & 0{,}067 & 0{,}026 & 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}000 & 0{,}082 & 0{,}232 & 0{,}090 \\
0{,}207 & 0{,}294 & 0{,}224 & 0{,}019 & 0{,}041 & 0{,}029 & 0{,}007 & 0{,}008 & 0{,}016 & 0{,}299 & 0{,}176 & 0{,}310 \\
0{,}101 & 0{,}180 & 0{,}124 & 0{,}048 & 0{,}027 & 0{,}019 & 0{,}029 & 0{,}006 & 0{,}010 & 1{,}079 & 0{,}104 & 0{,}134 \\
0{,}779 & 1{,}055 & 0{,}888 & 0{,}015 & 0{,}006 & 0{,}030 & 0{,}026 & 0{,}015 & 0{,}017 & 0{,}387 & 0{,}096 & 0{,}296 \\
0{,}746 & 0{,}920 & 0{,}585 & 0{,}018 & 0{,}006 & 0{,}027 & 0{,}021 & 0{,}012 & 0{,}013 & 0{,}669 & 0{,}087 & 0{,}270 \\
0{,}084 & 0{,}439 & 0{,}365 & 0{,}095 & 0{,}188 & 0{,}007 & -0{,}005 & -0{,}002 & -0{,}009 & 0{,}479 & 0{,}262 & 0{,}171 \\
0{,}113 & 0{,}280 & 0{,}126 & 0{,}029 & 0{,}036 & 0{,}014 & 0{,}007 & 0{,}005 & 0{,}009 & 0{,}438 & 0{,}149 & 0{,}157 \\
0{,}104 & 0{,}240 & 0{,}108 & 0{,}031 & 0{,}042 & 0{,}014 & 0{,}006 & 0{,}004 & 0{,}009 & 0{,}438 & 0{,}149 & 0{,}157 \\
0{,}124 & 0{,}266 & 0{,}173 & 0{,}038 & 0{,}032 & 0{,}016 & -0{,}007 & -0{,}003 & -0{,}005 & 0{,}507 & 0{,}306 & 0{,}199
\end{bmatrix}$$

Os valores c^k , onde $c^k = -\frac{a^k}{\overline{a}^k - \underline{a}^k}$, associados a cada grupo de indicadores é dado por:

$$c^1 = -0{,}054784 \;\; c^2 = -0{,}005213 \;\; c^3 = 0{,}9706 \;\; c^4 = -0{,}078901$$

Logo o modelo-3, fica assim construído:

max Z = $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4$

s. a:

$0{,}136x_1 + 0{,}136x_2 + 0{,}099x_3 + \cdots + 0{,}113x_{10} + 0{,}104x_{11} + 0{,}124x_{12} - 0{,}054784 \geq \lambda_1$

$0{,}147x_1 + 0{,}149x_2 + 0{,}155x_3 + \cdots + 0{,}280x_{10} + 0{,}240x_{11} + 0{,}266x_{12} - 0{,}054784 \geq \lambda_1$

$0{,}070x_1 + 0{,}072x_2 + 0{,}130x_3 + \cdots + 0{,}126x_{10} + 0{,}108x_{11} + 0{,}173x_{12} - 0{,}054784 \geq \lambda_1$

$0{,}040x_1 + 0{,}040x_2 + 0{,}276x_3 + \cdots + 0{,}029x_{10} + 0{,}031x_{11} + 0{,}038x_{12} - 0{,}005213 \geq \lambda_2$

$0{,}078x_1 + 0{,}096x_2 + 1{,}005x_3 + \cdots + 0{,}036x_{10} + 0{,}042x_{11} + 0{,}032x_{12} - 0{,}005213 \geq \lambda_2$

$0{,}036x_1 + 0{,}024x_2 + 0{,}020x_3 + \cdots + 0{,}014x_{10} + 0{,}014x_{11} + 0{,}016x_{12} - 0{,}005213 \geq \lambda_2$

$-0{,}009x_1 - 0{,}070x_2 - 0{,}056x_3 + \cdots + 0{,}007x_{10} + 0{,}006x_{11} - 0{,}007x_{12} + 0{,}9706 \geq \lambda_3$

$-0{,}009x_1 - 0{,}010x_2 - 0{,}039x_3 + \cdots + 0{,}005x_{10} + 0{,}004x_{11} - 0{,}037x_{12} + 0{,}9706 \geq \lambda_3$

$-0{,}025x_1 - 0{,}033x_2 - 0{,}971x_3 + \cdots + 0{,}009x_{10} + 0{,}009x_{11} - 0{,}005x_{12} + 0{,}9706 \geq \lambda_3$

$0{,}559x_1 + 0{,}312x_2 + 0{,}237x_3 + \cdots + 0{,}438x_{10} + 0{,}438x_{11} + 0{,}507x_{12} - 0{,}078901 \geq \lambda_4$

$0{,}712x_1 + 0{,}079x_2 + 0{,}317x_3 + \cdots + 0{,}149x_{10} + 0{,}149x_{11} + 0{,}306x_{12} - 0{,}078901 \geq \lambda_4$

$0{,}180x_1 + 0{,}217x_2 + 0{,}184x_3 + \cdots + 0{,}157x_{10} + 0{,}157x_{11} + 0{,}199x_{12} - 0{,}078901 \geq \lambda_4$

$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 1$

$x_i \geq 0; i = 1, \ldots, 12\,;\; \lambda \geq 0$

O modelo precisa ser modificado a ponto de ser introduzido no pacote utilizado (PLM 3.0), e o posicionamento contábil de cada uma das empresas é obtido pelo mesmo método utilizado para os modelos 1 e 2.

De posse dos 5 *rankings* de posicionamento contábil, será aplicado o coeficiente de correlação ordinal de Kendall dado por:

$$\tau = \frac{2s}{n(n-1)}$$

O coeficiente de correlação de Kendall (τ) indicará a medida que representa o grau de associação existente entre dois conjuntos de ordenações (MARTINS e THEÓPHILO, 2007).

A determinação dos 5 *rankings* de posicionamento contábil e os coeficientes de correlação ordinal de Kendall, atenderão os 4 objetivos específicos. O objetivo geral dado por "avaliar o posicionamento contábil das empresas de metalurgia e siderurgia listadas na BM&FBovespa por meio da utilização de jogos multicriteriais (vetoriais) de soma-zero", necessitará da elaboração de uma medida de avaliação. Nas palavras de Lafourcade "a avaliação é uma interpretação de uma medida (ou medidas) em relação a um padrão pré estabelecido" (LAFOURCADE, 1980, p. 19)

Os cinco *rankings* de posicionamento são assim obtidos: os dois primeiros derivam do modelo-1 (p. 41), que foi trabalhado em sua forma original e com a inclusão de pesos de informação, daí os *rankings* R_1 e R_2. O terceiro e quarto, vem do modelo-2 (p. 46). Ambos usaram o nível de segurança $P = (0{,}5, 0{,}5, 0{,}5, 0{,}5)$. Ou seja, o indicador normalizado que não atingia pelo menos um grau equivalente a 0,5 pontos foi removido da análise para assegurar ao jogador I pelo menos um pagamento mínimo. O mesmo modelo é refeito usando o peso da informação por meio da variância do lote de indicadores, formando os *rankings* R_3 e R_4. O último deriva da formulação de pagamentos difusos, usando o modelo-3 (p. 52). Este modelo revela o *ranking* R_5. Estes 5 *rankings* dão cada qual em suas características, o posicionamento contábil de cada empresa. Para atender o objetivo geral estes resultados são submetidos a um novo jogo vetorial.

Inicialmente, os *rankings* necessitam ser atrelados a uma pontuação correspondente. Assim, a pontuação associada a cada posição de *ranking* é assim determinada $(13 - P_p^{(q)})$, onde p é a posição no *ranking* e q é o jogo associado, assim p = 1, ..,12 e q = 1, ..,5. Por exemplo, empresa posicionada na 5ª posição contábil no *ranking* R_3, recebe $\left(13 - P_5^{(3)}\right) = (13 - 5) = 8$ pontos. Assim toda empresa no topo da lista (1ª colocada) recebe 12 pontos, enquanto a última colocada (12ª posição) recebe apenas 1 ponto. Enfim, a cada *ranking* de posição está associada uma escala de pontuação, inversamente proporcional a posição no *ranking*. Assim $R_q = \{1ª, 2ª, \dots, 12ª\}$ e similar na pontuação $N = \{12, 11, \dots, 1\}$ (N em homenagem a duas figuras importantes na teoria dos jogos: John von **N**eumann (1903-1957) e John Forbes **N**ash (1928)). A matriz de pagamentos ao jogo vetorial que encerra a tese é formalizado por:

$$N = \begin{bmatrix} (N_1^{(1)}, N_1^{(2)}) & (N_1^{(3)}, N_1^{(4)}) & (N_1^{(5)}) \\ (N_2^{(1)}, N_2^{(2)}) & (N_2^{(3)}, N_2^{(4)}) & (N_2^{(5)}) \\ (N_3^{(1)}, N_3^{(2)}) & (N_3^{(3)}, N_3^{(4)}) & (N_3^{(5)}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (N_{12}^{(1)}, N_{12}^{(2)}) & (N_{12}^{(3)}, N_{12}^{(4)}) & (N_{12}^{(5)}) \end{bmatrix}$$

A solução deste jogo vetorial, segundo o modelo-1 (p. 41), dá o *ranking* final à tese. A forma da análise das 11 rodadas deste jogo é similar aos 5 *rankings* de posicionamento contábil já formadas. Assim o *ranking* final resulta na resolução sucessiva do PPL: (**Modelo-4**).

$\max \mathrm{Z} = v_1 + v_2 + v_3$

s. a:

$N_1^{(1)} x_1 + N_2^{(1)} x_2 + \cdots + N_{12}^{(1)} x_{12} - v_1 \geq 0$

$N_1^{(2)} x_1 + N_2^{(2)} x_2 + \cdots + N_{12}^{(2)} x_{12} - v_1 \geq 0$

$N_1^{(3)} x_1 + N_2^{(3)} x_2 + \cdots + N_{12}^{(3)} x_{12} - v_2 \geq 0$

$N_1^{(4)} x_1 + N_2^{(4)} x_2 + \cdots + N_{12}^{(4)} x_{12} - v_2 \geq 0$

$N_1^{(5)} x_1 + N_2^{(5)} x_2 + \cdots + N_{12}^{(5)} x_{12} - v_3 \geq 0$

$x_1 + x_2 + \cdots + x_{12} = 1$

$x_i \geq 0; i = 1, \ldots, 12; v \geq 0$

As soluções de cada um dos modelos trabalhados em sua forma original e adaptada, além da sua versão difusa, estão relatados no próximo capítulo.

3.5 LIMITAÇÕES DA PESQUISA

Trabalhos possuem limitações. Viegas (2007, p. 55) destaca que “científico não é nem o certo nem o definitivo, nem mesmo o verificável, mas o falseável. Todavia, apesar de suas limitações, certas características são exigidas da afirmação científica para que se lhe confiram foros de cientificidade”.

Uma das limitações desta tese são os dados. Mesmo obtidos de fonte segura, ECONOMÁTICA©, podem conter informações redundantes ou até desatualizadas. Os itens patrimoniais não são atualizados monetariamente no período analisado o que pode gerar algum viés em função de eventuais efeitos inflacionários.

O segundo aspecto, é o fato de ser uma análise localizada, ou seja, somente as empresas de metalurgia e siderurgia listadas na BM&FBovespa participaram da pesquisa. Em 2013 os dados da empresa Duque não foram localizados e automaticamente ela foi excluída da análise. Isso impossibilitou a inclusão de 2013 na análise geral por pontos corridos. Além disso, os resultados são específicos para este grupo de empresas e não podem ser generalizados. A cada período uma nova análise deve ser realizada.

Por último, destaca-se que os indicadores utilizados possibilitaram estabelecer um *ranking* do desempenho econômico-financeiro das empresas. Dependendo do objetivo da análise, outros indicadores podem ser utilizados. Isso implica em reaplicar a pesquisa.

4 ANÁLISE DE RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentados os resultados de cada um dos modelos desenvolvidos. Na primeira seção será apresentado os *rankings* do modelo-1, com e sem a presença do valor da informação. Em seguida, discutem-se os resultados associados ao modelo-2, que usa metas (com e sem a presença do valor da informação). Na terceira seção encontra-se o *ranking* do posicionamento contábil que usa metas difusas. Em seguida, ocorre a junção dos *rankings* que leva ao posicionamento final. Cada parte atende a um dos objetivos específicos da tese, sendo o último item destinado ao objetivo geral. Para finalizar apresenta-se a *proxy* para esta pesquisa.

4.1 MODELO – 1 (OBJETIVO (A))

Os resultados do modelo-1 (p. 41) na forma de problemas de programação linear (PPLs), em suas duas versões são apresentados a seguir.

O *ranking* formado pelo modelo-1, sem o uso do valor da informação considerando os dados de 2012 como exemplo, levou ao seguinte posicionamento contábil das empresas investigadas.

Quadro 3 – Resultados de 2012 referentes a aplicação do modelo-1 (pesos idênticos)

Posição	Empresa	Variável	Z^*	Estratégia
1ª	Tekno	$x_7 = 1$	2,19	Pura
2ª	Siderúrgica Nacional	$x_9 = 0{,}502$	2,05	Mista
3ª	Ferbasa	$x_8 = 1$	1,86	Pura
4ª	Usiminas	$x_{12} = 1$	1,70	Pura
5ª	Gerdau	$x_{10} = 1$	1,67	Pura
6ª	Gerdau Met	$x_{11} = 0{,}689$	1,63	Mista
7ª	Paranapanema	$x_1 = 0{,}398$	1,50	Mista
8ª	Aliperti	$x_6 = 0{,}941$	1,49	Mista
9ª	Panatlântica	$x_5 = 0{,}831$	1,30	Mista
10ª	Duque	$x_4 = 1$	1,23	Pura
11ª	Fibam	$x_2 = 0{,}522$	0,97	Mista
12ª	Mangels	$x_3 = 1$	-	-

Fonte: Dados da pesquisa.

Da mesma forma foram determinados os posicionamentos para os anos de 2009, 2010, 2011 e 2013. Desta forma apresenta-se abaixo os *rankings* do período analisado.

Quadro 4 – Resultados gerais referentes a aplicação do modelo-1 (pesos idênticos)

Posição	2009	2010	2011	2012	2013
1ª	Sid. Nacional	Sid. Nacional	Tekno	Tekno	Tekno
2ª	Gerdau Met	Tekno	Ferbasa	Sid. Nacional	Paranapanema
3ª	Gerdau	Usiminas	Paranapanema	Ferbasa	Usiminas
4ª	Usiminas	Gerdau Met	Panatlântica	Usiminas	Ferbasa
5ª	Tekno	Ferbasa	Gerdau	Gerdau	Panatlântica
6ª	Mangels	Gerdau	Gerdau Met	Gerdau Met	Gerdau
7ª	Fibam	Mangels	Usiminas	Paranapanema	Mangels
8ª	Ferbasa	Duque	Aliperti	Aliperti	Aliperti
9ª	Paranapanema	Panatlântica	Duque	Panatlântica	Sid. Nacional
10ª	Panatlântica	Aliperti	Sid. Nacional	Duque	Gerdau Met
11ª	Duque	Fibam	Fibam	Fibam	Fibam
12ª	Aliperti	Paranapanema	Mangels	Mangels	-

Fonte: Dados da pesquisa.

O mesmo modelo, com a inclusão do valor da informação, gerou o *ranking* (R_2), apresentado a seguir. O Quadro 5 apresenta somente o posicionamento referente ao ano de 2012 para exemplificar.

Quadro 5 – Resultados de 2012 referentes a aplicação do modelo-1 (com uso do valor da informação)

Posição	Empresa	Variável	Z^*	Estratégia
1ª	Tekno	$x_7 = 1$	0,67	Pura
2ª	Ferbasa	$x_8 = 1$	0,47	Pura
3ª	Sid. Nacional	$x_9 = 0{,}526$	0,30	Mista
4ª	Usiminas	$x_{12} = 0{,}738$	0,29	Mista
5ª	Paranapanema	$x_1 = 0{,}534$	0,26	Mista
6ª	Panatlântica	$x_5 = 0{,}791$	0,23	Mista
7ª	Gerdau	$x_{10} = 1$	0,22	Pura
8ª	Gerdau Met	$x_{11} = 1$	0,20	Pura
9ª	Aliperti	$x_6 = 0{,}637$	0,18	Mista
10ª	Mangels	$x_3 = 0{,}470$	0,17	Mista
11ª	Duque	$x_4 = 1$	0,15	Pura
12ª	Fibam	$x_2 = 1$	-	-

Fonte: Dados da pesquisa.

Em seguida apresenta-se o quadro completo, ou seja, a análise realizada para todo o período.

Quadro 6 – Resultados gerais referentes a aplicação do modelo-1 (com uso do valor da informação)

Posição	2009	2010	2011	2012	2013
1ª	Tekno	Tekno	Tekno	Tekno	Tekno
2ª	Ferbasa	Ferbasa	Ferbasa	Ferbasa	Ferbasa
3ª	Sid. Nacional	Panatlântica	Paranapanema	Sid. Nacional	Paranapanema
4ª	Gerdau	Usiminas	Panatlântica	Usiminas	Usiminas
5ª	Gerdau Met	Paranapanema	Usiminas	Paranapanema	Panatlântica
6ª	Fibam	Aliperi	Gerdau	Panatlântica	Gerdau
7ª	Paranapanema	Gerdau	Aliperti	Gerdau	Mangels
8ª	Usiminas	Gerdau Met	Gerdau Met	Gerdau Met	Sid. Nacional
9ª	Panatlântica	Fibam	Sid. Nacional	Aliperti	Aliperti
10ª	Aliperti	Sid. Nacional	Duque	Mangels	Gerdau Met
11ª	Duque	Duque	Fibam	Duque	Fibam
12ª	Mangels	Mangels	Mangels	Fibam	-

Fonte: Dados da pesquisa.

Analisando os Quadros 4 e 6, é possível verificar modificações no *ranking* de posicionamento das empresas, contudo, é normal que essas modificações ocorram considerando a alteração dos indicadores no período. Destaca-se a oscilação na posição da maioria das empresas pesquisadas e também, a posição da empresa Tekno, primeira classificada em todo o período analisado pelo modelo 1 com utilização do valor da informação.

4.2 MODELO – 2 (OBJETIVO (B))

O modelo-2 (p. 46) incorpora objetivos (metas) a serem alcançadas. A construção dos PPL's associada podem ser acompanhados sem a presença do valor da informação e com o valor da informação, obtida por meio da entropia. Os resultados são apresentados na sequência.

Quadro 7 – Resultados de 2012 referentes a aplicação do modelo-2 (sem uso do valor da informação)

Posição	Empresa	Variável	Z^*	Estratégia
1ª	Ferbasa	$x_8 = 1$	2	Pura
2ª	Tekno	$x_7 = 1$	2	Pura
3ª	Aliperti	$x_6 = 1$	2	Pura
4ª	Siderúrgica Nacional	$x_9 = 1$	2	Pura
5ª	Gerdau	$x_{10} = 1$	2	Pura
6ª	Gerdau Met	$x_{11} = 1$	2	Pura
7ª	Paranapanema	$x_1 = 1$	2	Pura
8ª	Usiminas	$x_{12} = 1$	2	Pura
9ª	Duque	$x_4 = 0,5$	2	Mista(*)
10ª	Fibam	$x_2 = 0,5$	1,5	Mista(*)
11ª	Panatlântica	$x_5 = 0,5$	1,5	Mista(*)
12ª	Mangels	$x_3 = 0,5$	-	-

Fonte: Dados da pesquisa.
(*) Houve empate. Como critério de desempate foi usado o número de itens atendidos na meta.

Considerando todo o período analisado, obteve-se os posicionamentos abaixo apresentados.

Quadro 8 – Resultados gerais referentes a aplicação do modelo-2 (sem uso do valor da informação)

Posição	2009	2010	2011	2012	2013
1ª	Ferbasa	Tekno	Tekno	Ferbasa	Ferbasa
2ª	Tekno	Ferbasa	Ferbasa	Tekno	Tekno
3ª	Sid. Nacional	Sid. Nacional	Sid. Nacional	Aliperti	Mangels
4ª	Usiminas	Paranapanema	Paranapanema	Sid. Nacional	Usiminas
5ª	Fibam	Gerdau	Usiminas	Gerdau	Paranapanema
6ª	Paranapanema	Gerdau Met	Fibam	Gerdau Met	Panatlântica
7ª	Panatlântica	Aliperti	Duque	Paranapanema	Sid. Nacional
8ª	Aliperti	Duque	Gerdau Met	Usiminas	Gerdau
9ª	Gerdau	Usiminas	Gerdau	Duque	Aliperti
10ª	Gerdau Met	Panatlântica	Mangels	Fibam	Gerdau Met
11ª	Duque	Fibam	Panatlântica	Panatlântica	Fibam
12ª	Mangels	Mangels	Aliperti	Mangels	-

Fonte: Dados da pesquisa.
(*) Houve empate. Como critério de desempate foi usado o número de itens atendidos na meta.

Com a inclusão do valor da informação, a formação do *ranking* (R_4) de posicionamento contábil referente ao ano 2012 ficou assim determinado.

Quadro 9 – Resultados de 2012 referentes a aplicação do modelo-2 (com uso do valor da informação)

Posição	Empresa	Variável	Z*	Estratégia
1ª	Ferbasa	$x_8 = 1$	0,64	Pura
2ª	Tekno	$x_7 = 1$	0,64	Pura
3ª	Paranapanema	$x_1 = 1$	0,33	Pura
4ª	Siderúrgica Nacional	$x_9 = 1$	0,44	Pura
5ª	Gerdau	$x_{10} = 1$	0,45	Pura
6ª	Gerdau Met	$x_{11} = 1$	0,45	Pura
7ª	Usiminas	$x_{12} = 1$	0,45	Pura
8ª	Duque	$x_4 = 0,5$	0,35	Mista(*)
9ª	Aliperti	$x_6 = 0,33$	0,30	Mista(*)
10ª	Mangels	$x_3 = 1$	0,24	Pura
11ª	Fibam	$x_2 = 1$	0,45	Pura
12ª	Panatlântica	$x_5 = 1$	-	-

Fonte: Dados da pesquisa.
(*) Houve empate. Como critério de desempate foi usado o número de itens atendidos na meta.

Os *rankings* para todo o período analisado são apresentados abaixo.

Quadro 10 – Resultados gerais referentes a aplicação do modelo-2 (com uso do valor da informação)

Posição	2009	2010	2011	2012	2013
1ª	Ferbasa	Ferbasa	Tekno	Ferbasa	Ferbasa
2ª	Tekno	Tekno	Ferbasa	Tekno	Tekno
3ª	Sid. Nacional	Sid. Nacional	Sid. Nacional	Paranapanema	Mangels
4ª	Usiminas	Usiminas	Duque	Sid. Nacional	Usiminas
5ª	Fibam	Panatlântica	Paranapanema	Gerdau	Paranapanema
6ª	Paranapanema	Gerdau	Gerdau Met	Gerdau Met	Sid. Nacional
7ª	Panatlântica	Gerdau Met	Usiminas	Usiminas	Gerdau Met
8ª	Aliperti	Paranapanema	Gerdau	Duque	Gerdau
9ª	Gerdau	Fibam	Fibam	Aliperti	Aliperti
10ª	Gerdau Met	Duque	Mangels	Mangels	Fibam
11ª	Duque	Aliperti	Panatlântica	Fibam	Panatlântica
12ª	Mangels	Mangels	Aliperti	Panatlântica	-

Fonte: Dados da pesquisa.
(*) Houve empate. Como critério de desempate foi usado o número de itens atendidos na meta.

Os *rankings* obtidos nos Quadros 8 e 10 apresentam alterações no período analisado. Observa-se que as empresas Tekno e Ferbasa se alternam entre as primeiras posições. A empresa Mangels melhora sua posição no período passando a última posição nos primeiros anos analisados para a terceira posição em 2013.

4.3 MODELO – 3 (OBJETIVO (C))

O modelo-3 (p. 52) traz a inclusão de metas difusas. Sua construção levou a um PPL que passou por modificações, antes de ser resolvido, por não se encontrar descrito na forma padrão. Após as modificações, sua resolução sequencial levou ao seguinte *ranking* de posicionamento contábil para o ano 2012.

Quadro 11 – Resultados de 2012 referentes a aplicação do modelo-3 (com metas difusas)

Posição	Empresa	Variável	Z*	Estratégia
1ª	Tekno	$x_7 = 0{,}91$	1,74	Mista
2ª	Ferbasa	$x_8 = 0{,}75$	1,55	Mista
3ª	Panatlântica	$x_5 = 0{,}79$	1,34	Mista
4ª	Usiminas	$x_{12} = 0{,}58$	1,17	Mista
5ª	Fibam	$x_2 = 0{,}66$	1,16	Mista
6ª	Paranapanema	$x_1 = 0{,}80$	1,15	Mista
7ª	Gerdau	$x_{10} = 0{,}90$	1,11	Mista
8ª	Gerdau Met	$x_{11} = 0{,}90$	1,10	Mista
9ª	Aliperti	$x_6 = 0{,}75$	1,09	Mista
10ª	Sid. Nacional	$x_9 = 1$	1,08	Pura
11ª	Duque	$x_4 = 0{,}90$	0,92	Mista
12ª	Mangels	$x_3 = 0{,}10$	0,92	Mista

Fonte: Dados da pesquisa.

No Quadro 12 verifica-se a disposição das empresas para todo o período.

Quadro 12 – Resultados gerais referentes a aplicação do modelo-3 (com metas difusas)

Posição	2009	2010	2011	2012	2013
1ª	Tekno	Ferbasa	Tekno	Tekno	Tekno
2ª	Ferbasa	Tekno	Ferbasa	Ferbasa	Ferbasa
3ª	Panatlântica	Panatlântica	Panatlântica	Panatlântica	Panatlântica
4ª	Paranapanema	Paranapanema	Aliperti	Usiminas	Sid. Nacional
5ª	Aliperti	Aliperti	Paranapanema	Fibam	Gerdau
6ª	Fibam	Fibam	Fibam	Paranapanema	Gerdau Met
7ª	Sid. Nacional	Usiminas	Sid. Nacional	Gerdau	Usiminas
8ª	Usiminas	Sid. Nacional	Gerdau	Gerdau Met	Aliperti
9ª	Mangels	Gerdau	Gerdau Met	Aliperti	Paranapanema
10ª	Gerdau	Gerdau Met	Usiminas	Sid. Nacional	Fibam
11ª	Gerdau Met	Duque	Duque	Duque	Mangels
12ª	Duque	Mangels	Mangels	Mangels	-

Fonte: Dados da pesquisa.

A disposição final dos *rankings* referentes ao ano 2012 ficou assim definida.

Quadro 13 – Posicionamentos de 2012 referentes aos rankings gerados pelos 3 modelos aplicados

Variável	Empresa	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5
x_1	Paranapanema	7ª	5ª	7ª	3ª	6ª
x_2	Fibam	11ª	12ª	10ª	11ª	5ª
x_3	Mangels	12ª	10ª	12ª	10ª	12ª
x_4	Duque	10ª	11ª	9ª	8ª	11ª
x_5	Panatlântica	9ª	6ª	11ª	12ª	3ª
x_6	Aliperti	8ª	9ª	3ª	9ª	9ª
x_7	Tekno	1ª	1ª	2ª	2ª	1ª
x_8	Ferbasa	3ª	2ª	1ª	1ª	2ª
x_9	Siderúrgica Nacional	2ª	3ª	4ª	4ª	10ª
x_{10}	Gerdau	5ª	7ª	5ª	5ª	7ª
x_{11}	Gerdau Met	6ª	8ª	6ª	6ª	8ª
x_{12}	Usiminas	4ª	4ª	8ª	7ª	4ª

Fonte: Dados da pesquisa.

Transformando a posição no *ranking* em pontuação usando a expressão: 13 – Posição é possível fazer a análise por meio de pontos corridos. Será construído o modelo geral que atenderá o objetivo geral.

4.4 MODELO – 4 (OBJETIVO GERAL)

O modelo-4 (p. 76) estabelece o *ranking* final em atendimento ao objetivo geral. Ele aglutina em um único *ranking*, os cinco anteriormente determinados para cada ano. Sua construção é feita com base ao acúmulo de pontos corridos obtidos por meio de seu posicionamento (13 – posição). O PPL inspirado no modelo-1 (p. 41) fica assim definido:

$$\max Z = v_1 + v_2 + v_3$$

s. a:

$$6x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 4x_5 + 5x_6 + 12x_7 + 10x_8 + 11x_9 + 8x_{10} + 7x_{11} + 9x_{12} - v_1 \geq 0$$
$$8x_1 + 1x_2 + 3x_3 + 2x_4 + 7x_5 + 4x_6 + 12x_7 + 11x_8 + 10x_9 + 6x_{10} + 5x_{11} + 9x_{12} - v_1 \geq 0$$
$$6x_1 + 1x_2 + x_3 + 4x_4 + 2x_5 + 10x_6 + 11x_7 + 12x_8 + 9x_9 + 8x_{10} + 7x_{11} + 5x_{12} - v_2 \geq 0$$
$$10x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 1x_5 + 4x_6 + 11x_7 + 12x_8 + 9x_9 + 8x_{10} + 7x_{11} + 6x_{12} - v_2 \geq 0$$
$$7x_1 + 8x_2 + 1x_3 + 2x_4 + 10x_5 + 4x_6 + 12x_7 + 11x_8 + 3x_9 + 6x_{10} + 5x_{11} + 9x_{12} - v_3 \geq 0$$
$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} = 1$$
$$x_1, \dots, x_{12} \geq 0;\ v_1, \dots, v_3 \geq 0$$

A solução do modelo para o ano de 2012 resolvido em forma sequencial é dado a seguir:

Quadro 14 – Posicionamento das empresas em 2012 usando o modelo de pontos corridos

Posição	Empresa	Variável	Z*	Estratégia
1ª	Tekno	$x_7 = 1$	35	Pura
2ª	Ferbasa	$x_8 = 1$	33	Pura
3ª	Usiminas	$x_{12} = 1$	23	Pura
4ª	Sid Nacional	$x_9 = 1$	22	Pura
5ª	Paranapanema	$x_1 = 0{,}5$	20,5	Mista(*)
6ª	Gerdau	$x_{10} = 1$	20	Pura
7ª	Gerdau Met	$x_{11} = 0{,}6$	17,4	Mista
8ª	Panatlântica	$x_5 = 1$	15	Pura
9ª	Aliperti	$x_6 = 1$	12	Pura
10ª	Fibam	$x_2 = 1$	11	Pura
11ª	Duque	$x_4 = 1$	8	Pura
12ª	Mangels	$x_3 = 1$	3	Pura

Fonte: Dados da pesquisa.
(*) Houve empate. Como critério de desempate por pontos corridos.

O mesmo procedimento foi realizado para os demais anos e obteve-se como resultado os posicionamentos abaixo apresentados.

Quadro 15 – Posicionamento das empresas em todo o período usando o modelo de pontos corridos

Posição	2009	2010	2011	2012	2013
1ª	Tekno	Tekno	Tekno	Tekno	Tekno
2ª	Sid Nacional	Ferbasa	Ferbasa	Ferbasa	Ferbasa
3ª	Ferbasa	Sid Nacional	Paranapanema	Usiminas	Usiminas
4ª	Fibam	Usiminas	Panatlântica	Sid Nacional	Paranapanema
5ª	Paranapanema	Gerdau	Sid Nacional	Paranapanema	Sid Nacional
6ª	Panatlântica	Gerdau Met	Gerdau	Gerdau	Gerdau
7ª	Usiminas	Paranapanema	Usiminas	Gerdau Met	Panatlântica
8ª	Gerdau	Aliperti	Aliperti	Panatlântica	Mangels
9ª	Aliperti	Panatlântica	Gerdau Met	Aliperti	Aliperti
10ª	Gerdau Met	Fibam	Fibam	Fibam	Gerdau Met
11ª	Mangels	Duque	Duque	Duque	Fibam
12ª	Duque	Mangels	Mangels	Mangels	-

Fonte: Dados da pesquisa.
(*) Houve empate. Como critério de desempate por pontos corridos.

Observa-se que as empresas Tekno e Ferbasa se mantém nas primeiras posições e a empresa Fibam piora o seu desempenho ao longo do período analisado. Estes posicionamentos atendem ao objetivo geral deste estudo.

4.5 MODELO DIFUSO DE DECISÃO MULTICRITÉRIO – O MÉTODO DE YAGER

Este tópico apresenta a *proxy* utilizada como método de análise multicritério segundo a proposta de Yager (1981) que é desenvolvido em Ross (2004).

Para Ross (2004), um problema decisório multicritério envolve, tipicamente, a seleção de uma alternativa a_i, dentre um universo de alternativas A, dado uma coleção ou conjunto de critérios ou objetivos que são importantes ao tomador de decisão. Este avalia como cada alternativa, ou escolha, satisfaz cada objetivo. Estes objetivos podem ser combinados (ponderados) em uma função de decisão global de algum modo plausível. Esta função representa essencialmente um mapeamento das alternativas em A, resultando em um *ranking*. Esse processo requer naturalmente informações subjetivas por parte da autoridade de decisão, relativo a importância de cada objetivo. Ordenações desta importância são geralmente mais fáceis de obter. Os valores numéricos, razões ou intervalos expressam a importância de cada objetivo são geralmente difíceis de extrair e pode muitas vezes levar a resultados inconsistentes com a intuição do tomador de decisão.

Para desenvolver a *proxy* da pesquisa serão necessárias algumas definições, como é o caso do universo das *m* alternativas $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_m\}$, que no caso da pesquisa é formado pelas 12 empresas e um conjunto de objetivos, $O = \{o_1, o_2, \ldots, o_n\}$, que no caso da pesquisa são os *n* = 12 indicadores. Também será necessário o grau de pertinência de cada alternativa para cada objetivo (critério), denotado por $\mu_{oj}(a_i)$, que será o grau com o qual a alternativa a_i satisfaz cada critério j. Busca-se uma função de decisão que satisfaça simultaneamente todos os objetivos de decisão, consequentemente, a função de decisão D é determinada pela intersecção de todos os critérios (O_j). Assim, $D = O_1 \cap O_2 \cap \ldots \cap O_n$.

Portanto, o grau de associação que a cada função de decisão D possui para cada alternativa a_i é dado por $\mu_D(a) = Min\{\mu_{O1}(a), \mu_{O2}(a), \ldots, \mu_{On}(a)\}$.

A decisão ótima a^* será aquela que satisfaça: $\mu_D(a^*) = \max_{a \in A}(\mu_D(a))$.

Deve-se definir uma conjunto de preferências $\{P\}$, de forma linear e ordinal. Os elementos deste conjunto de preferências podem ser valores linguísticos, como: nenhum, baixo, médio, alto, absoluta e perfeita, ou podem ser valores no intervalo [0,1] como é o caso dos conjuntos difusos. Assim, para cada objetivo (critério) se terá uma medida de quão importante é para o tomador de decisão uma determinada decisão.

A função de decisão D assume uma forma mais geral, quando cada um dos objetivos é associado a um peso que expressa sua importância para o tomador de decisão. Esta função é representada como a intersecção das n-*uplas*, denotada como uma medida de decisão $M(O_j, b_j)$, onde b_jé o parâmetro de importância de cada critério. A função D envolve objetivos e preferências $D = M(O_1, b_1) \cap M(O_2, b_2) \cap \ldots \cap M(O_n, b_n)$.

A questão geral está em relacionar cada objetivo O_j com sua importância b_j, que preserve a ordem linear necessária do conjunto de preferências e que relaciona as duas quantidades de uma maneira lógica, onde a negação também é possível. Ocorre que o operador de implicação clássica satisfaz todos esses requisitos. Assim, a medida de decisão para uma alternativa em particular, no caso uma empresa a_i, pode ser substituída com uma implicação clássica na forma: $M\big(O_j(a_i), b_j\big) = b_j \to O_j(a_i) = \overline{b_j} \vee O_j(e_i)$.

A justificativa da implicação como uma medida adequada pode ser desenvolvida usando o argumento intuitivo (YAGER, 1981). A declaração "b_j implica O_j", indica uma única relação entre a preferência e seu objetivo associado. Considerando que diversos objetivos podem ter o mesmo coeficiente de preferência em sentido cardinal, eles serão únicos em um sentido ordinal, embora a situação de igualdade $b_j = b_k$ com $j \neq k$ pode existir para alguns objetivos. A ordenação será preservada porque $b_j \geq b_k$ irá conter o caso da igualdade como um subconjunto. Portanto, é razoável um modelo de decisão

$$D = \bigcap_{j=1}^{n} (\overline{b_j} \cup O_j)$$

E a solução ideal a_j^*, é a alternativa que maximiza D. Definindo: $c_j = \overline{b_j} \cup O_j$, portanto, $\mu_{cj}(e_i) = Max\left[\mu_{bj} - (e_i), \mu_{oj} - (e_i)\right]$. Então a melhor solução, expressa em forma de associação, é dada por: $\mu_D(e^*) = \underset{e \epsilon E}{\text{Max}}\{Min[\mu_{c1}(a_i), \mu_{c2}(a_i), \dots, \mu_{cm}(a_i)]\}$.

Yager (1981) dá uma explicação para o valor desta abordagem. Para um determinado objetivo, a negação de sua importância (preferência) atua como uma barreira de tal forma que todas as classificações de alternativas abaixo da barreira tornam-se igual ao valor dessa barreira. Assim, serão desconsideradas todas as diferenças menores do que a barreira, mantendo as distinções acima dessa barreira.

O mais importante é o objetivo, o menor é a barreira e assim existirão mais níveis de distinção. Como o objetivo torna menos importante, a barreira de distinção aumenta, o que diminui a penalidade para o objetivo. No limite, o objetivo torna-se sem importância, então a barreira é levada ao seu mais alto nível para todas as alternativas e recebem o mesmo peso, não havendo mais qualquer distinção. Por outro lado, se o objetivo torna-se mais importante, todas as distinções permanecem.

Na linguagem de Yager (1981), tem-se: $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{12}\}$, ou seja, as 12 empresas em análise e $O = \{o_1, o_2, o_3, \dots, o_{12}\}$, ou seja, os 12 indicadores econômicos-financeiros. O conjunto $P = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_{12}\}$, é formado pelas preferências, ou seja, os parâmetros de importância de cada critério. Em termos práticos todos os valores fuzzificados do conjunto $O = \{o_1, o_2, o_3, \dots, o_{12}\}$, obedeceram a expressão:

$$\widetilde{O}_J = \frac{i_j - i_j^-}{i_j^+ - i_j^-} + \varepsilon, \text{com } \varepsilon = 10^{-6}$$

A presença da constante ε, justifica-se devido ao uso da entropia da informação que não admite logaritmos de valores nulos no corpo real.

Os valores de $P = \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_{12}\}$ que são os parâmetros de importância de cada critérios foram fuzzificados usando a mesma estratégia:

$$\widetilde{b_J} = \frac{\lambda_j - \lambda_j^-}{\lambda_j^+ - \lambda_j^-} \Rightarrow \overline{\overline{\widetilde{b_J}}} = 1 - \widetilde{b_J}$$

Usando a metodologia de Yager (1981) esta revela cinco *rankings*, que servirão de *proxy* na avaliação dos três modelos da tese. O método *proxy* deve ser entendido como técnica indireta e auxiliar na validação dos mesmos.

Os resultados da aplicação do método de Yager (1981) estão dispostos no Quadro 14. A aplicação deu-se sobre os mesmos valores usados nos rankings anteriores que usaram a teoria dos jogos por meio de modelos de programação matemática.

Quadro 16 – Posicionamento das empresas pelo método de Yager (1981)

Posição	2009	2010	2011	2012	2013
1ª	Tekno	Tekno	Tekno	Tekno	Gerdau
2ª	Ferbasa	Ferbasa	Ferbasa	Ferbasa	Gerdau Met
3ª	Panatlântica	Panatlântica	Panatlântica	Panatlântica	Usiminas
4ª	Paranapanema	Paranapanema	Aliperti	Usiminas	Sid. Nacional
5ª	Aliperti	Aliperti	Paranapanema	Gerdau	Panatlântica
6ª	Fibam	Fibam	Fibam	Aliperti	Tekno
7ª	Usiminas	Usiminas	Usiminas	Mangels	Ferbasa
8ª	Mangels	Mangels	Gerdau	Gerdau Met	Aliperti
9ª	Gerdau	Sid. Nacional	Gerdau Met	Sid. Nacional	Paranapanema
10ª	Sid. Nacional	Gerdau	Mangels	Duque	Fibam
11ª	Gerdau Met	Gerdau Met	Sid. Nacional	Fibam	Mangels
12ª	Duque	Duque	Duque	Paranapanema	-

Fonte: Dados da pesquisa.

Observa-se que houve uma maior alteração nas posições das empresas em 2013. Destaca-se que as empresas Tekno e Ferbasa que vinham mantendo as primeiras posições caem para a 6ª e 7ª posição, respectivamente.

Em seguida, verificou-se a correlação ordinal de Kendall entre os posicionamentos determinados para cada ano ao longo do período analisado utilizando o software SPSS 13.0. Os resultados podem ser observados na Tabela 1.

Tabela 1 – Correlação ordinal entre os *rankings* obtidos no período 2009 a 2013

Painel A – Periodo de 2009

Variáveis	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	YAGER
R_1	1	0,424	0,152	0,152	-0,212	-0,303
R_2	0,424	1	0,606**	0,606**	0,303	0,212
R_3	0,152	0,606**	1	1,000**	0,515*	0,424
R_4	0,152	0,606**	1,000**	1	0,515*	0,424
R_5	-0,212	0,303	0,515*	0,515*	1	0,909**
YAGER	-0,303	0,212	0,424	0,424	0,909**	1

Painel B – Periodo de 2010

Variáveis	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	YAGER
R_1	1	0,091	0,303	0,424	-0,030	-0,061
R_2	0,091	1	0,364	0,545*	0,758**	0,667**
R_3	0,303	0,364	1	0,515*	0,364	0,273
R_4	0,424	0,545*	0,515*	1	0,485*	0,333
R_5	-0,030	0,758**	0,364	0,485*	1	0,848**
YAGER	-0,061	0,667**	0,273	0,333	0,848**	1

Painel C – Periodo de 2011

Variáveis	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	YAGER
R_1	1	0,879**	0,273	0,333	0,576**	0,545*
R_2	0,879**	1	0,333	0,333	0,576**	0,667**
R_3	0,273	0,333	1	0,818**	0,273	0,182
R_4	0,333	0,333	0,818**	1	0,152	0,000
R_5	0,576**	0,576**	0,273	0,152	1	0,788**
YAGER	0,545*	0,667**	0,182	0,000	0,788**	1

Painel D – Periodo de 2012

Variáveis	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	YAGER
R_1	1	0,758**	0,636**	0,606**	0,107	0,394
R_2	0,758**	1	0,455**	0,606**	0,351	0,515*
R_3	0,636**	0,455**	1	0,667**	-0,137	0,273
R_4	0,606**	0,606**	0,667**	1	0,076	0,121
R_5	0,107	0,351	-0,137	0,076	1	0,534*
YAGER	0,394	0,515*	0,273	0,121	0,534*	1

Painel E – Periodo de 2013

Variáveis	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	YAGER
R_1	1	0,891**	0,636**	0,382	0,309	-0,018
R_2	0,891**	1	0,745**	0,491*	0,418	0,018
R_3	0,636**	0,745**	1	0,745**	0,309	-0,164
R_4	0,382	0,491*	0,745**	1	0,127	-0,127
R_5	0,309	0,418	0,309	0,127	1	0,382
YAGER	-0,018	0,018	-0,164	-0,127	0,382	1

Fonte: Dados da pesquisa.
(**) Correlação significante ao nível de 1%.

Com base nas correlações apresentadas, ressalta-se a correlação perfeita entre os posicionamentos obtidos pelos *rankings* R_3 e R_4 em 2009, obtidos pela aplicação do modelo 2, com e sem pesos do valor da informação. Também observa-se uma forte correlação entre os *rankings* R_5 e Yager, exceto no ano 2013 e que não apresentou correlação significativa.

A correlação ordinal de Kendall também foi calculada entre os *rankings* obtidos por pontos corridos (modelo 4) e o método de Yager (1981) (*proxy*). Para 2009 e 2011 obteve-se correlação de 52% e 54%, respectivamente, significativa ao nível de 95%. Para 2010, 2012 e 2013 além das correlações terem sido baixas (30%, 39% e 13%), estas não foram significativas.

Contudo, entende-se que os métodos são distintos e que o volume de dados influencia a baixa significância, o que não desfavorece a ordenação estabelecida neste estudo. Finalmente, mensurando a correlação ordinal entre os modelos finais de pontos corridos obtidos por meio dos rankings (modelo 1, modelo 2 e modelo 3) em comparação aos posicionamentos obtidos pelo método auxiliar de Yager, também avaliados em pontos corridos, dos anos em questão, estes foram modelados na forma de dois jogos escalares e resolvidos por meio da programação linear. Estes resultaram em dois rankings de desempenho global do período em análise, auferindo 39% de correlação ordinal, contudo não atingindo significância estatística ao nível de 95%.

De fato, conclui-se que a teoria dos jogos pode ser usada como ferramenta de formação de *rankings*. Além disso, estabelece que a programação linear pode ser usada em problemas de classificação. Estas duas proposições confirmam a tese.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A classificação das empresas por meio de indicadores econômico-financeiros pode sem dúvida ser elaborada por estudiosos da contabilidade, que por meio de seus métodos e técnicas levam a *rankings* semelhantes aos obtidos pela tese. Entretanto, o incremento da cesta de indicadores, da amplicação do horizonte temporal e inclusão de mais empresas no conjunto em investigação fará com que o nível de dificuldade aumente em forma diretamente proporcional, inviabilizando a análise frente as limitações do raciocínio humano dada a complexidade do cenário em estudo. Daí a importância da elaboração de uma metodologia (conjunto de métodos) de auxílio à decisão.

Pankaj Ghemawat (1998) menciona quatro problemas da Teoria dos Jogos sob o cariz da estratégia de negócios. Primeiro, o conhecimento sobre o fenômeno estratégico a ser estudado está fora do escopo da Teoria dos Jogos em si (que mostra a solução matemática e não a formulação do problema). Geralmente, os téoricos dos jogos (*game theorists*) não estão dispostos a aprender muito sobre negócios, deixando esse papel aos estrategistas, e não aos economistas. Segundo, a análise dentro da Teoria dos Jogos (*game-theoretic analysis*) esta foca mais na explicação dos efeitos interativos do que testar a importância prática. Terceiro, teóricos dos jogos modelam os fenômenos estratégicos de forma fragmentada, uma vez que focam em um número mínimo de variáveis econômicas ao excluir outras - psicológicas, políticas, organizacional, tecnológica - o que limita tanto o teste científico como sua utilidade prática. Quarto, o equilíbrio na Teoria dos Jogos (*game-theoretic equilibrium*) pode ser um resultado não realista de se observar na prática devido a informação e grau de racionalidade.

Como conclusão desta tese, fica o destaque de que a Teoria dos Jogos não é facilmente transformada em prática, ou ao menos é difícil de aplicar com a mesma sofisticação em que os acadêmicos chegaram nas suas simulações teóricas.

Executivos e investidores querem fórmulas e recomendações para usar. Para isso contratam consultorias para fazer diagnósticos e reduzir o complexo em simples. Na prática, as melhores estratégias são geralmente as mais simples de comunicar e que de preferência seja uma estratégia simples, a qual ninguém tenha pensado antes e que provavelmente é derivada de pensamentos complexos iniciais.

Os acadêmicos que estudaram tanto a teoria dos jogos criaram uma coisa tão complexa que agora resta ao mundo executivo e consultorias simplificar um pouco, como já o fizeram para outros conceitos econômicos. Há reclamações que "modelos" acadêmicos são muito simplistas e não capturam a realidade do dia a dia (BARRICHELO, 2014). Entretanto, a Teoria dos Jogos é bem mais complexa **por** natureza, devendo incorporar a interdependência das decisões e exigindo que se saiba algo do concorrente, porém nisto retorna-se ao problema **da** Natureza já destacado por Luce e Raiffa (1957). Isso é muito mais parecido com o mundo real do que outros conceitos em Engenharia, Economia e Administração, mas daí redunda em ser novamente muito complexa. Deste círculo vicioso, extraí-se esta tese, modelando dados reais em benefício do investidor (ou a quem possa interessar), isto é, transformando a situação descrita na tese em um círculo virtuoso, permitindo inferências sobre o posicionamento contábil das empresas estudadas.

Dado o conjunto de dados analisados pode-se afirmar que os objetivos foram alcançados. A saber, o objetivo específico (a) dado por "definir o posicionamento contábil das empresas de metalurgia e siderurgia por meio de jogos multicriteriais" foi atendido quando da aplicação do modelo-1 (p. 34). Este determinou uma classificação para cada ano. Houve oscilação na posição da maioria das empresas. Ao incluir o valor da informação, ainda no modelo-1, o *ranking* ficou alterado. As empresas Tekno e Ferbasa mativeram as primeiras posições em todo o período analisado.

O objetivo (b) que buscou o posicionamento contábil por meio de jogos multicriteriais por metas, levou a elaboração dos *rankings* R_3 e R_4, com linha de corte 0,5, estabelecido arbitrariamente na pesquisa. As empresas Tekno e Ferbasa foram classificadas sempre nas primeiras posições em ambos os *rankings,* se alternando entre si.

O objetivo (c) buscou o posicionamento contábil incluindo metas difusas. A classificação obtida por meio da aplicação do modelo-3, revelou um *ranking* interessante. A empresa Tekno se destacou em 2009, 2011, 2012 e 2013 mantendo a primeira posição. A empresa Ferbasa manteve a segunda posição. Somente em 2010 e Ferbasa fica em primeiro e a Tekno em segundo lugar. Com efeito, o modelo-3 foi a formulação mais sofisticada dentre os elaborados.

O objetivo (d) prestou-se a avaliar o grau de correlação ordinal entre os cinco *rankings* obtidos para todo o perpiodo analisado. Conclui-se que os modelos apresentam relação entre si, contudo há de se entender que quanto maior o volume de dados analisados melhor é a correlação e a significância destas informações. Considerando o volume de dados desta pesquisa, pode-se afirmar que os modelos podem ser utilizados e que a ordenação é coerente com as informações disponibilizadas pelas empresas. Observou-se *rankings* que apresentaram correlação significante ao nível de 1%.

Para atingir o objetivo geral: avaliar o posicionamento contábil das empresas de metalurgia e siderurgia listadas na BM&FBovespa por meio da teoria dos jogos multicriteriais, foi adotado o método de Yager (1981). Nesta classificação, as empresas Tekno e Ferbasa mantiveram as primeiras posições no período de 2009 a 2012. Em 2013 as primeiras posições passaram a ser ocupadas pelas empresas Gerdau e Gerdau Met.

O *ranking* final mostra-se coerente, pois a empresa Tekno, 1ª classificada na maioria dos casos, possui melhores indicadores dentre os 12 possíveis. São eles: LG, LC, LS, IPL, ROA e ROE. De similar modo, as empresas Mangels e Duque ocupando as últimas posições, advém da constatação das mesmas possuírem piores indicadores da cesta. Entre eles: IPL, PCT, ML, ROA e ROE.

Após o desenvolvimento da investigação sobre os pressupostos teóricos da Teoria dos Jogos, percebe-se que ela é de relevância para diversas ciências, sendo determinante para a evolução de algumas, como já verificado. Contudo, percebe-se que essa teoria assim como apresenta benefícios, amplitudes e abrangências de aplicações, também expõe algumas limitações. Dessa forma, cabe serem postos os entendimentos teóricos referentes a tais limitações, ao mesmo tempo se reforçarem seus benefícios incontestáveis.

Em exame sumário, a Teoria dos Jogos fornece sustentação matemática, instrumental e formal a várias e distintas escolhas estratégicas por parte de jogadores em situações de impasse ou conflitos. Esses agentes podem focar a convergência de interesses, na tentativa de melhorar seu *payoff*. Além disso, com essa atitude, esses jogadores também podem primar por uma cooperação mútua. Entretanto, essa não é o contexto em que a tese se insere. Contudo, Fiani (2004) denota que a Teoria dos Jogos não deve ser utilizada diretamente como instrumento de previsão do comportamento de agentes em situação de interação estratégica de forma indiscriminada, tampouco como uma receita pronta de como se deve agir em situação específica. Isto não seria possível, tendo-se em vista que em cada situação de interação estratégica entre jogadores têm-se inúmeros fatores distintos e únicos; como já se percebeu, uma jogada nunca é igual a outra em um jogo.

Têm-se particularidades, caminhos a escolher, fatores emocionais e racionais envolvidos, entre outros elementos que determinam resultados diferentes. Fochezatto (1995) acrescenta que, atualmente, identifica-se uma elevação no número de variáveis que cada jogador deve dirigir, o que dificulta a expressão da racionalidade, tendo em vista a maior dificuldade de serem definidas, reveladas e interpretadas as preferências e escolhas. Souza (2003) é enfático quando afirma que não cabe a esse método matemático deliberar de qual opção um jogador precisa lançar mão em conjunturas de conflito na vida real. Isso porque, como explica o autor, a Teoria dos Jogos não se propôs a determinar os valores que estão envolvidos na mentalidade dos indivíduos.

Outro fator que obscurece a operacionalização da Teoria dos Jogos, aos olhos de Almeida (2005), é o de que o agir instrumental é incapaz de explicar o agir normativo. Em outras palavras, está relacionado aos motivos pelos quais alguém obedeceria às normas sociais, em que o agir instrumental levaria o agente racional a apenas manipular as normas de acordo com seus interesses egoístas, obedecendo-as ou infringindo-as, como e quando quiser.

Quanto ao referenciado, Rapoport (1991) entende que essa teoria apresenta incapacidade de orientar os jogadores em relação às coalizões sociais. O autor, para confirmar suas ideias, exemplifica com uma situação em que há mais de dois participantes jogando, sendo expresso por N-jogadores, demonstrando, na maioria das vezes, a incapacidade de prescrever, a qualquer um dos jogadores, a quem se deve atrair para uma coalizão, e como e quanto se deve estimular para que tal aliança ocorra. Sobretudo Souza (2003) contrapõe, demonstrando que, apesar de apresentar deficiências em relação às análises das coalizões sociais, pode a Teoria dos Jogos ser vista como de relevância para o enriquecimento do instrumental teórico e empírico do cientista social que valoriza a diversidade de paradigmas da teoria. Por fim, seleciona-se outra possível limitação apresentada pela Teoria dos Jogos, no tocante ao jogador racional. Selten (1994) explana que, nessa teoria, supõe-se que todo indivíduo seja capaz de agir o mais racionalmente possível em seu próprio interesse. Mas o autor entende que, na realidade, a capacidade humana de cálculo e pensamento é limitada.

Apesar disso, os indivíduos precisam saber atuar num mundo extremamente complexo, complementa o autor. Contudo, apesar das dificuldades ou limitações enfrentadas pela Teoria dos Jogos, identificam-se inúmeros êxitos e benefícios. Hamilton *et al.* (2001) enaltece que as vantagens e amplitudes dessa teoria são numerosas. Camerer (2003) entende que tais vantagens estão ligadas à generalidade e à precisão matemática que a teoria apresenta. Além disso, Hamilton *et al.* (2001) acrescenta que, como tal teoria provê a capacidade de se examinar centenas de milhares de cenários, é possível que se tenha um detalhamento analítico de cadeias relevantes de eventos. Assim, refere-se a uma teoria que prima pelo exame detalhado e eficaz de múltiplos panoramas de diversas ciências.

Nessa linha de raciocínio, Zugman (2005) afirma que no seu entendimento a grande vantagem da Teoria dos Jogos é poder oferecer de maneira simples e eficiente uma forma de examinar e descrever situações em que seres humanos competem e decisões necessitam ser tomadas. O que, na percepção desse autor, é de relevância para um administrador. Ruttan (2000) explana que a Teoria dos Jogos fornece meios para a formulação de diversas hipóteses sobre relações casuais entre escolhas estratégicas dos indivíduos e as consequências institucionais dessas escolhas – em especial, possibilita que essas hipóteses sejam testadas pelos administradores, que são os tomadores de decisão. O autor segue expondo que essas análises podem dar origem a previsões concretas a respeito de como os diferentes tipos de recursos e tecnologias modificam os resultados e as consequentes respostas estratégicas dos jogadores.

Percebe-se, portanto, que a Teoria dos Jogos em vez de possibilitar a melhor estratégia a todos os jogadores, fornece a melhor estratégia possível a cada jogador, dentre todas as opções e movimentos, o que somado num jogo pode ser bom ou ruim aos demais envolvidos. Refere-se, então, aos objetivos, as escolhas e ganhos primeiramente individuais e, posteriormente, coletivos, intensificados por meios de métodos analíticos.

A investigação possui limitações, já comentadas no início desta seção e deixa como pontos a serem investigados, as seguintes propostas: (i) ampliação da cesta de indicadores, com a inclusão de indicadores sócio-ambientais; (ii) formulação de modelos incluindo pagamentos difusos e metas difusas. Os dados desta pesquisa foram retirados do sítio ECONOMÁTICA®, o que não dá direito em fuzificar os valores lá constados, contudo parece ser uma iniciativa criativa e interessante. Por último (iii) realizar uma leitura da situação por meio de jogos multicriteriais (vetoriais) se soma não-nula.

Como comentário adicional, destaca-se o fato do trabalho ser fortemente inspirado nos trabalhos de Milan Zeleny e por esta tese atestar a possibilidade do uso da programação linear como ferramenta de classificação, em especial em cenários multicriteriais.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Fábio Portela Lopes de. *Democracia e constitucionalismo*: perspectivas metodológicas a partir da Teoria dos Jogos. São Paulo: Instituto Comportamento Evolução e Direito, v.1, p. 12-15, 2005.

ARTUSO, Alysson Ramos. *Análise multivariada e filtros de graham*: reconhecimento de padrões aplicado ao mercado acionário brasileiro. Dissertação. (Mestrado em Métodos Numéricos em Engenharia). Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

ASSAF NETO, Alexandre. *Estrutura e análise de balanços:* um enfoque econômico-financeiro. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

ASSAF NETO, Alexandre. *Finanças corporativas e valor.* São Paulo: Atlas, 2003.

BAIRD, Douglas G.; GERTNER, Robert H.; PICKER, Randal C. *Game Theory and the Law*. Harward University Press, 1994.

BARBA-ROMERO, Sergio; POMEROL, Jean-Charles. *Decisiones multicriterio*: fundamentos teóricos y utilización práctica. Alcalá: Universidada de Alcalá, 1997.

BARRICHELO, Fernando. *Porque é difícil usar a teoria dos jogos nas empresas*. Disponível em: <www.teoriadosjogos.net/teoriadosjogos/list-trechosimprima.asp?id=925>. Acesso em: 12 de outubro de 2014.

BARROS, Aidil Jesus da Silveira; LEHFELD, Neide Aparecida de Souza. *Fundamentos da metodologia científica*: um guia para iniciação cintífica. 2. ed. São Paulo: Makron Books, 2000.

BILBAO, Jesús Mario; FERNÁNDEZ, Francisco R. *Abstracts of the fifth spanish meeting on game theory and applications*. Universidad de Sevilla, 2002.

BLACKWEL, David. An analog of the minimax theorem for vector payoffs. *Pacific Journal of mathematics*, v. 6, n. 1, p. 1-8, 1956.

BLACKWEL, David; GIRSHICK, Meyer. *Theory of games and statistical decisions*. John Wiley & Sons, 1954.

BRAGA, Roberto. *Fundamentos e técnicas de administração financeira*. São Paulo: Atlas, 1995

BRIGHAM, Eugene F.; HOUSTON, Joel F. *Fundamentos da moderna administração financeira*. Rio de Janeiro: Campus, 1999.

BRIGHAM, Eugene F.; EHRHARDT, Michael C. *Administração financeira*: teoria e prática. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006.

CAMERER, Colin F. *Behavioral game theory*: thinking, learning and teaching. Philadelphia: Princeton University Press, 2003.

CAMPOS, L. Fuzzy linear programming models to solve fuzzy matrix games. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 32, n. 3, p. 275-289, sep. 1989.

CHANKONG, Vira; HAIMES, Yacov. *Multiobjective decision making*: theory and methodology. New York: Dover Publications, Inc., 2008.

CHARNES, Abraham. Constrained games and linear programming. *Proceeding of the National Academy of Science*, v. 39, n. 7, p. 639-641, jul. 1953.

CONTINI, Bruno. A decision model under uncertainty with multiple payoffs. *Theory of Games; Techniques and Applications*, p. 50-63, 1966.

COOK, Wade D. Zero-sum games with multiple goals. *Naval Research Logistics Quarterly*, v. 23, n. 4, p. 615-621, 1976.

DEUTSCH, M. *The Resolution of Conflict:* Constructive and Destructive Processes. New Haven and London, 1973.

DIMAND, Mary Ann; DIMAND, Robert W. *The history of game theory, Volume I*: from the beginnings to 1945. London: Routledge, 1996.

DRESHER, Melvin; SHAPLEY, Lloyd; TUCKER, Albert William. Advances in game theory. *In*: Annals of Mathematical Studies, n. 39. Princeton University Press, 1957.

DRESHER, Melvin; TUCKER, Albert William. WOLFE, Philip. Contributions to the theory of game. *In:* Annals of Mathematical Studies, n. 52. Princeton University Press, 1964.

DUBOIS, Didier; PRADE, Henry. *Fuzzy sets and systems: theory and applications*. New York: Academic Press, 1980.

FERNÁNDEZ, F. R.; MONROY, L. Multi-criteria simple games. *In:* V. Barichard et. al. Multiobjective programming and goal programming: theoretical results and practical applications. Berlin Heidelberg: Spring-Verlag, 2009.

FERNÁNDEZ, F. R.; MONROY, L.; PUERTO, J. Multicriteria goal games. *Journal of optimization theory and applications*, v. 99, n.2, p. 403-421, 1998.

FIANI, R. *Teoria dos Jogos: para cursos de administração e economia.* 2.ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006.

FOCHEZATTO, A. Teoria dos Jogos: evolução e desdobramentos recentes. *Est. Cepe*, Santa Cruz do Sul, n.2. p. 7-20, set. 1995.

FUNDENBERG, Drew; TIROLE, Jean. *Game theory.* Massachusetts: The MIT Press, 1991.

GALE, David. *The theory of linear economic models*. New York: McGraw-Hill, 1960.

GHEMAWAT, P. *A estratégia e o cenário dos negócios – textos e casos*. Porto Alegre: Bookman, 2003.

GHOSE, D. B. A necessary and sufficient condition for Pareto-optimal security strategies in multicriteria matrix games. *Journal of Optimization Theory and Applications,* n. 68, p. 463-480, 1991.

GHOSE, D. B.; PRASAD, U. R. Solution concepts in two-person multicriteria games. *Journal of Optimization Theory and Applications,* v. 63, n. 2, p. 167-189, 1989.

GITMAN, Lawrence Jeffrey. *Princípios da administração financeira.* 11. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2006.

GUITOUNI, A., MARTEL, J. M. Tentative guidelines to help choosing an appropriate MCDA method. *European Journal of Operational Research*, v. 109, n. 2, p. 501-521, 1998.

GROSSMAN, Stanley I. *Aplicaciones de algebra lineal.* Mexico: McGraw-Hill, 1992.

HAMILTON, S.N. et al. Applying game theory to the domain of information warfare. *The Information Survivability Workshop*, 2001.

HANNE, T. On the classification of MCDM literature Methods of multicriteria decision theory. *In:* Proceedings of the 5th workshop of the DGOR – Working Group. Multicriteria Optimization and Decision Theory, p. 113 – 120, 1995.

HARSANY, John Charles. *Rational behavior and bargaining equilibrium in games and social situations*. New York: Cambridge University Press, 1977.

HARSANY, John Charles; SELTEN Reinhard. *A general theory of equilibrium selection in games*. Massachusetts: The MIT Press, 1988.

HEIN, Nelson; DADAM, Fábio. *Teoria Unificada dos Conjuntos.* Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2009.

IUDÍCIBUS, Sérgio de. *Análise de balanços.* 9. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

KANDEL, Abraham. *Fuzzy mathematical techniques with applications*. New York: Addison-Wesley Publishing Company, 1986

KARLIN, Samuel. Mathematical methods and theory in games. *Programming and Economics*, v. 2, 1959.

KAUFMANN, Arnold; GUPTA, M. *Introduction to fuzzy arithmetic.* New York: Van Nostrad Reinhold Company, 1985.

KAVESKI, Itzhak David Simão. *Grau de relacionamento entre os indicadores de mercado de capitais, os indicadores econômico-financeiros e o retorno da ação nas empresas brasileiras*. 2013. 105 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Contábeis) – Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis da Universidade Regional de Blumenau. Blumenau, 2013.

KRESPI, Nayane Thais. *Relação entre os rankings formados pelos indicadores de sustentabilidade e pelos indicadores financeiros tradicionais das empresas candidatas ao ISE: uma aplicação dos métodos displaced ideal e displaced ideal modificado.* 2012. 101 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Contábeis) – Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis da Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2012.

KREUZBERG, Fernanda. *Economic indicators versus social indicators: an analysis of companies listed on BM&FBovespa through the theory of games.* 2013. 167 f. Dissertation (Master of Accounting) – Program Graduate Accounting, Regional University of Blumenau, Blumenau, 2013.

KROENKE, Adriana. *Posicionamento das empresas do setor metal-mecânico listadas na Bovespa: uma aplicação do método AHP*. 2009. 110f. Dissertação (Mestrado em Ciências Contábeis) – Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis da Universidade Regional de Blumenau. Blumenau, 2009.

KUHN, Harold William; TUCKER, Albert William. Contributions to the theory of games. *In:* Annals of Mathematical Studies, n. 24 and 28. Princeton University Press, 1950.

KUHN, Harold William. Contributions to the theory of games. *In:* Annals of Mathematical Studies, n. 24 and 28. Princeton University Press, 1953.

LAFOURCADE, Pedro Dionísio. *Planejamento e avaliação do ensino: teoria e prática de avaliação do aprendizado.* São Paulo: IBRASA, 1980.

LYRA, Ricardo Luiz Wüst Corrêa de. *Análise hierárquica dos indicadores contábeis sob óptica do desempenho empresarial.* 2008. 171 p. Tese. (Doutorado em Controladoria e Contabilidade). Departamento de Contabilidade e Atuária da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo. São Paulo, 2008.

LUCE, Duncan; RAIFFA, Howard. *Games and decisions*. New York: John Wiley and Sons, 1957.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. *Técnicas de pesquisa: planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisas, elaboração, análise e interpretação de dados.* 5. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

MARION, José Carlos. *Análise das demonstrações contábeis: contabilidade empresarial*. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2005.

MARTINS, Eliseu. Análise crítica de balanços. Parte 2. *Boletim IOB.* Temática Contábil e Balanços. Bol. 31. 2005.

MARTINS, Gilberto de Andrade; THEÓPHILO, Carlos Renato. Metodologia da investigação científica para ciências sociais. São Paulo: Atlas, 2007.

MATARAZZO, Dante Carmine. *Análise financeira de balanços:* abordagem gerencial. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

McKINSEY, John Charles Chenoweth. *Introduction to the theory of games.* New York: McGraw-Hill, 1952.

NASAR, Sylvia. *Uma Mente Brilhante*. Trad. Sergio Moraes Rego. Rio de Janeiro: Record, 2002.

NISHIZAKI, Ichiro; SAKAWA, Masatoshi. *Fuzzy and multiobjective games for conflict resolution.* New York: Physica-Verlag, 2001.

NEUMANN, John von; MORGENSTERN, Oskar. *Theory of games and economic behavior.* New York: Wiley, 1944.

OSTOLAZA, M. C. N. Problema de Adopcion de Decisiones Frente a la Incentidumbre en la Agricultura. *In:* Revista de estudios Agrosociales, v. 68, p. 7 – 21, 1969.

OWEN, Guillermo. *Game theory.* San Diego: W. B. Saunders, 1968.

OWEN, Guillermo. *Game theory.* San Diego: Academic Press, Third Edition, 1995.

PARTHASARATHY, Thiruvenkatachari; RAGHAVAN, T.E.S. *Some topics in two-person games*. American Elsevier, 1971.

POUNDSTONE, William. Prisoner's Dilemma. Anchor Books. Princeton University Press Bulletin, 1993.

RAPOPORT, Anatol. *Two-person game theory: the essential ideas.* Michigan: University of Michigan Press, 1966.

RAPOPORT, A. Ideological commitments and evolutionary theories. *Journal of Social Issues*, v.47, p. 83-99, 1991.

RAPOPORT, A. *N-Person game theory: concepts and aplications*. Michigan: University of Michigan Press, 1970.

RICHARDSON, Roberto Jarry. *Pesquisa social: métodos e técnicas*. 2. ed. São Paulo: Atlas, 1989.

ROCHA, Irani. *Grau de entropia da informação em indicadores econômico-financeiros das empresas que participam dos níveis de governança corporativa da BM&FBovespa*. 2010. 155f. Dissertação (Mestrado em Ciências Contábeis) – Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis da Universidade Regional de Blumenau. Blumenau, 2010.

RODRIGUES JUNIOR, Moacir Manoel. *Implicações do processo de convergência contábil na análise de desempenho: um estudo por meio da análise envoltória de dados em empresas listadas na BM&FBovespa*. 2012. 170f. Dissertação (Mestrado em Ciências Contábeis) – Programa de Pós-Graduação em Ciências Contábeis da Universidade Regional de Blumenau. Blumenau, 2012.

RUTTAN, L.M. CPR Forum: games and the CPR Toolkit. *CPR Digest – Reviews and Commentaries.* Atlanta: Department of Environmental Studies, Emory University, 2000.

SANTOS, Boaventura de Sousa. A crítica da razão indolente: contra o desperdício da experiência. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

SAKAWA, Masatoshi; NISHIZAKI, Ichiro. Max-min solutions for fuzzy multiobjective matrix games. *Fuzzy Sets and Systems,* v. 67, p. 53-69, 1994.

SCHRICKEL, Wolfgang Kurt. *Demonstrações financeiras: abrindo a caixa preta, como interpretar balanços para a concessão de empréstimos*. São Paulo: Atlas, 1999.

SELTEN, R. Teoria dos Jogos. Tradução de KCE. *Revista Esperanto,* n. 1065, dez. 1994.

SILVA, José Pereira da. *Análise financeira das empresas*. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2004.

SILVEIRA, Amélia. (Coord.). *Roteiro básico para apresentação e editoração de teses, dissertações e monografias.* 2. ed. rev., atual e ampl. Blumenau: Edifurb, 2004.

SINGH, Simon. O Último Teorema de Fermat: a história do enigma que confundiu as maiores mentes do mundo durante 358 anos. Trad. Jorge Luiz Calife. 2. ed. Rio de Janeiro: Record, 1998.

SOUZA, Á. A. *A teoria dos jogos e as ciências sociais*. Marília: Unesp, 2003.

RICHARDSON, Roberto Jarry. *Pesquisa social*: métodos e técnicas. 2. ed. São Paulo: Atlas, 1989.

SHUBIK, Martin. *Strategy and Market structure: competition, oligopoly and the theory of games.* John Wiley & Sons, 1959.

SHUBIK, Martin. *Market structure and behavior.* Massachusetts: Harward University Press, 1980.

STARR, Martin; ZELENY, Milan. MCDM-State and future of the arts. *Multiple criteria decision making*, v. 6, 1977.

TUCKER, Albert William; LUCE, Duncan. Contributions to the theory of games. *Annals of Mathematical Studies*, v. 4, n. 40, 1959.

VIEGAS, Waldyr. *Fundamentos lógicos da metodologia científica.* Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2007.

VON NEUMANN, John; MORGENSTERN, Oskar. *Theory of games and economic behavior*. Princeton: Princeton University Press, 1944.

VON NEUMANN, John; MORGENSTERN, Oskar. *Theory of games and economic behavior*. Princeton: Princeton University Press, 1953.

ZAVADSKAS, E. K., TURKIS, Z. Multiple criteria decision making (MCDM) methods in economics: on oweview. *In:* Technological and economic development of economy, Taylor & Francis, p. 397 – 427, 2011.

ZELENY, Milan. *Multiple criteria decision making*. New Yor: McGraw-Hill, 1982.

ZELENY, Milan. Games with multiple payoffs. *International Journal of Game Theory*, v. 4, n. 4, p. 179-191, 1976.

ZUGMAN, F. *Administração para profissionais liberais*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2005.

APÊNDICES

APÊNDICE A – DADOS ECONÔMICOS-FINANCEIROS NO PERÍODO DE 2009

Tabela 2 – Dados econômicos-financeiros no período de 2009

Empresas	LG	LC	LS	IPL	PCT	CE	ML	ROA	ROE	PME	PMF	PMR
Paranapanema	1,5189	1,5663	0,8946	46,4955	101,4081	88,3433	7,7106	6,8077	13,7113	121,1407	82,1291	53,959
Fibam	1,2578	1,3926	0,83	61,6255	148,8271	55,0012	3,8401	6,4124	15,9558	50,3924	20,9316	48,2761
Mangels Indl	0,8415	2,0919	1,7239	132,9308	224,7197	37,448	2,6515	2,3725	7,7041	45,6637	18,51	62,6391
Met Duque	0,4575	0,6636	0,3306	117,4606	57,2769	56,987	-4,3957	-2,8164	-4,4296	49,7818	35,3426	15,8207
Panatlantica	1,8939	2,4637	1,6945	33,6443	72,8875	75,0311	3,0403	4,2385	7,3278	69,8596	57,2155	70,9617
Aliperti	1,2799	1,0685	0,483	68,6546	91,0872	97,6983	5,2308	1,9038	3,6379	449,1653	70,1503	37,3623
Tekno	7,4371	8,0899	7,1563	9,6797	14,0048	91,1364	14,7049	8,5786	9,78	87,8714	16,4574	73,0803
Ferbasa	5,9202	6,5917	4,998	37,9933	12,5902	86,7291	7,8109	3,5897	4,0417	140,9479	20,2038	46,1228
Sid Nacional	0,73	2,6459	2,141	199,2589	421,4492	21,7539	23,6708	8,9095	46,4587	137,3023	26,741	38,9014
Gerdau	0,7625	2,9396	1,746	76,0339	102,6073	21,3412	3,7849	2,2531	4,565	93,66	27,7655	35,0736
Gerdau Met	0,7123	2,9789	1,7732	78,4346	114,2263	19,5776	3,0017	1,7432	3,7344	93,66	27,767	35,0736
Usiminas	1,0697	3,0434	1,8454	73,9052	59,8942	31,349	11,3376	4,7905	7,6597	138,7028	31,0905	59,2651

Fonte: Dados da pesquisa.

APÊNDICE B – DADOS ECONÔMICOS-FINANCEIROS NO PERÍODO DE 2010

Tabela 3 – Dados econômicos-financeiros no período de 2010

Empresas	LG	LC	LS	IPL	PCT	CE	ML	ROA	ROE	PME	PMF	PMR
Paranapanema	1,3645	1,6048	0,8516	59,263	110,5071	78,3227	1,4884	1,2741	2,6821	136,9394	92,7772	59,5485
Fibam	1,1461	1,1942	0,6102	75,8321	165,4265	63,3986	2,7782	4,1201	10,9358	69,0619	21,2343	47,2583
Mangels Indl	0,8278	2,1753	1,6976	139,1355	277,6777	35,7917	2,7462	2,5105	9,4815	59,141	17,1611	44,9
Met Duque	0,4882	0,5858	0,4797	114,4326	74,8213	66,2677	1,6776	1,002	1,7517	24,4492	40,7639	29,1802
Panatlantica	1,6492	2,3935	1,6942	36,7928	95,7152	67,3971	5,2869	7,1804	14,0532	69,1601	27,6194	59,5088
Aliperti	1,2972	1,0928	0,561	78,3614	62,2464	96,6549	6,4712	2,0326	3,2979	397,7956	50,6752	31,1195
Tekno	5,0628	8,5552	7,3895	24,0171	18,6348	57,4624	17,8769	9,4415	11,2009	100,8071	27,9258	59,4577
Ferbasa	5,3266	6,2985	4,5388	33,5608	15,3419	70,0267	19,9047	11,2689	12,9978	146,3688	30,6213	59,6265
Sid Nacional	0,7158	3,5444	2,7913	176,1104	383,2254	14,8638	17,4125	6,6564	32,1653	157,1645	24,4078	31,3765
Gerdau	0,7079	2,5779	1,2243	80,2654	112,885	22,0805	7,8277	5,7293	12,1969	94,5834	24,8122	36,1572
Gerdau Met	0,6538	2,5884	1,232	88,4224	135,7401	20,1864	7,2919	5,3092	12,516	94,5834	24,8138	36,1572
Usiminas	1,0744	3,4841	2,0972	75,0154	67,2123	27,6137	12,2173	4,977	8,3221	169,0443	43,4099	48,9007

Fonte: Dados da pesquisa

APÊNDICE C – DADOS ECONÔMICOS-FINANCEIROS NO PERÍODO DE 2011

Tabela 4 – Dados econômicos-financeiros no período de 2011

Empresas	LG	LC	LS	IPL	PCT	CE	ML	ROA	ROE	PME	PMF	PMR
Paranapanema	1,2551	1,3496	0,7948	66,5691	127,2498	87,4558	-1,1641	-1,2634	-2,8711	92,2172	109,5092	43,0886
Fibam	1,1301	1,3973	0,7328	78,0908	168,4636	51,3638	0,044	0,0681	0,1829	61,3409	16,3467	45,4581
Mangels Indl	0,7708	1,513	1,2221	166,5943	330,5122	45,7628	-4,5097	-3,905	-16,8117	49,0784	52,7382	49,3579
Met Duque	0,5158	0,6726	0,5855	122,117	106,011	75,3846	3,1872	1,6608	3,4214	33,33	68,3887	26,6636
Panatlantica	1,6948	2,4844	1,8553	39,3837	85,854	66,6865	3,6397	4,5142	8,3899	61,8343	38,4766	56,3662
Aliperti	1,3699	1,1567	0,6457	88,9713	26,4499	96,7681	11,7823	2,0852	2,6367	371,993	44,2003	34,5959
Tekno	4,6543	6,2788	5,4879	30,1368	19,0582	71,9717	17,8514	9,4833	11,2906	84,8206	62,5786	65,5661
Ferbasa	4,9198	6,2352	4,2048	39,0117	15,5402	62,3562	14,1484	7,1695	8,2836	153,2459	23,7248	48,5955
Sid Nacional	0,697	3,3776	2,8028	206,448	456,8344	16,896	22,1993	7,8243	43,5685	137,1917	45,256	35,2209
Gerdau	0,8873	2,5556	1,3663	65,2157	88,4697	28,885	5,9242	4,1967	7,9095	95,7612	38,1665	36,6311
Gerdau Met	0,8163	2,5592	1,3694	70,4486	104,3592	26,4387	5,5912	3,9457	8,0634	95,7612	38,1679	36,6311
Usiminas	1,0147	3,0832	1,847	83,7329	75,45	28,5244	3,3955	1,2114	2,1254	171,6847	49,629	37,943

Fonte: Dados da pesquisa.

APÊNDICE D – DADOS ECONÔMICOS-FINANCEIROS NO PERÍODO DE 2012

Tabela 5 – Dados econômicos-financeiros no período de 2012

Empresa	LG	LC	LS	IPL	PCT	CE	ML	ROA	ROE	PME	PMF	PMR
Paranapanema	1,0207	1,1008	0,5251	94,9519	186,4207	84,7885	-5,1292	-4,9320	-14,1263	124,6393	158,7259	40,2338
Fibam	1,0235	1,1152	0,5424	94,6415	227,8651	57,2827	-3,9549	-5,6369	-18,4813	69,5184	17,5931	48,4014
Mangels Indl	0,7404	1,1659	0,9719	657,0972	2388,8754	46,6633	-31,3917	-21,9937	-547,3953	52,7724	70,6391	41,0162
Met Duque	0,4109	0,6394	0,5852	143,2900	158,0581	61,4095	0,1689	0,0940	0,2425	18,2918	51,6613	20,1015
Panatlantica	1,5496	2,2042	1,6813	44,9550	98,4052	68,7925	4,1271	4,4795	8,8875	66,6817	39,3346	69,1923
Aliperti	0,7578	1,3487	0,9294	114,1496	64,4517	46,1983	16,5781	3,2578	5,3575	240,5698	23,1679	29,8496
Tekno	5,8436	7,9112	6,6633	36,1865	13,1326	70,2413	14,5073	8,4484	9,5579	86,3772	21,3696	65,9463
Ferbasa	5,5919	6,9001	4,3872	42,9813	12,3887	63,2767	12,0927	6,5451	7,3559	149,1309	19,3531	60,3138
Sid Nacional	0,6270	3,2961	2,7375	226,5747	447,2679	15,9058	-2,8443	-0,9749	-5,3353	106,7584	58,3824	38,2359
Gerdau	0,8464	2,0977	0,9445	68,3736	84,3646	32,2005	3,9394	2,8181	5,1957	97,7236	33,1433	35,0258
Gerdau Met	0,7814	1,7994	0,8112	73,4231	99,0059	34,3837	3,5087	2,4970	4,9693	97,7236	33,1447	35,0258
Usiminas	0,9274	1,9953	1,2957	89,9533	77,0328	37,8856	-4,1806	-1,6211	-2,8699	112,9508	68,2347	44,4189

Fonte: Dados da pesquisa.

APÊNDICE E – DADOS ECONÔMICOS-FINANCEIROS NO PERÍODO DE 2013

Tabela 6 – Dados econômicos-financeiros no período de 2013

Empresa	LG	LC	LS	IPL	PCT	CE	ML	ROA	ROE	PME	PMF	PMR
Paranapanema	1,3273	1,1481	0,5428	101,9861	221,9716	74,2991	0,1064	0,1331	0,4287	96,0542	109,6000	39,1700
Fibam	2,2309	1,3574	0,4970	109,1423	279,2142	43,3567	-2,3665	-3,1368	-11,8952	93,2616	26,1000	38,1400
Mangels Indl	0,5204	0,3561	0,1985	-143,6321	-507,6132	96,8191	-10,6431	-10,9368	44,5797	71,3491	66,0000	29,4800
Panatlantica	2,4152	2,3752	1,7277	56,5882	106,9471	57,8379	8,6840	11,1288	23,0308	61,2442	25,6500	59,9900
Aliperti	1,6829	1,3311	0,8076	115,4572	58,4752	42,4955	10,5510	1,7243	2,7332	365,2614	44,9600	38,6800
Tekno	9,0130	8,2492	6,1858	47,2088	9,9008	63,8512	14,1441	8,8634	9,7877	93,5108	21,2900	67,6700
Ferbasa	8,4271	6,3786	4,2400	45,0094	13,4807	60,4521	9,1880	5,3179	6,0533	125,5112	17,4200	73,5300
Sid Nacional	3,7811	2,9478	2,3797	184,1697	522,8570	13,1438	2,9402	1,0099	6,2869	91,6028	31,9400	52,4500
Gerdau	3,0891	2,5118	1,3373	70,5990	86,3384	27,6268	3,9729	2,7205	5,2201	88,1090	33,9100	36,8400
Gerdau Met	3,0868	2,4924	1,3289	192,6771	254,8768	25,7837	1,2671	0,8634	4,5437	88,1090	33,9100	36,8400
Usiminas	2,4159	1,8595	1,1027	92,7891	74,9409	40,6218	-1,1043	-0,4518	-0,8478	122,0884	76,8000	46,0100

Fonte: Dados da pesquisa.